

Codage de l'information : nombres et caractères

Introduction

LYCÉE CARNOT (DIJON), 2019 - 2020

Sommaire

1 Pourquoi $0.1 + 0.2 == 0.3$ donne False ?

2 Conversion en base décimale

3 Conversion en base B

4 Complément à 2

5 Virgule flottante

Sommaire

1 Pourquoi $0.1 + 0.2 == 0.3$ donne False ?

- En simple précision
- En double précision

2 Conversion en base décimale

3 Conversion en base B

4 Complément à 2

5 Virgule flottante

Pourquoi $0.1 + 0.2 == 0.3$ donne False ?

On voudrait savoir pourquoi $0.1 + 0.2 == 0.3$ donne False sous **Python** .

Pour cela, écrivons les nombres en binaire simple précision :

$$0,1 \times 2 = 0,2$$

Pourquoi $0.1 + 0.2 == 0.3$ donne False ?

On voudrait savoir pourquoi $0.1 + 0.2 == 0.3$ donne False sous **Python** .

Pour cela, écrivons les nombres en binaire simple précision :

$$0,1 \times 2=0,2$$

$$0,2 \times 2=0,4$$

Pourquoi $0.1 + 0.2 == 0.3$ donne False ?

On voudrait savoir pourquoi $0.1 + 0.2 == 0.3$ donne False sous **Python** .

Pour cela, écrivons les nombres en binaire simple précision :

$$0,1 \times 2=0,2$$

$$0,2 \times 2=0,4$$

$$0,4 \times 2=0,8$$

Pourquoi $0.1 + 0.2 == 0.3$ donne False ?

On voudrait savoir pourquoi $0.1 + 0.2 == 0.3$ donne False sous **Python** .

Pour cela, écrivons les nombres en binaire simple précision :

$$0,1 \times 2 = 0,2$$

$$0,2 \times 2 = 0,4$$

$$0,4 \times 2 = 0,8$$

$$0,8 \times 2 = 1,6$$

Pourquoi $0.1 + 0.2 == 0.3$ donne False ?

On voudrait savoir pourquoi $0.1 + 0.2 == 0.3$ donne False sous **Python** .

Pour cela, écrivons les nombres en binaire simple précision :

$$0,1 \times 2 = 0,2$$

$$0,2 \times 2 = 0,4$$

$$0,4 \times 2 = 0,8$$

$$0,8 \times 2 = 1,6$$

$$0,6 \times 2 = 1,2$$

Pourquoi $0.1 + 0.2 == 0.3$ donne False ?

On voudrait savoir pourquoi $0.1 + 0.2 == 0.3$ donne False sous **Python** .

Pour cela, écrivons les nombres en binaire simple précision :

$$0,1 \times 2=0,2$$

$$0,2 \times 2=0,4$$

$$0,4 \times 2=0,8$$

$$0,8 \times 2=1,6$$

$$0,6 \times 2=1,2$$

$$0,2 \times 2=0,4$$

Pourquoi $0.1 + 0.2 == 0.3$ donne False ?

On voudrait savoir pourquoi $0.1 + 0.2 == 0.3$ donne False sous **Python** .

Pour cela, écrivons les nombres en binaire simple précision :

$$0,1 \times 2 = 0,2$$

$$0,2 \times 2 = 0,4$$

$$0,4 \times 2 = 0,8$$

$$0,8 \times 2 = 1,6$$

$$0,6 \times 2 = 1,2$$

$$0,2 \times 2 = 0,4$$

$$0,3 \times 2 = 0,6$$

Pourquoi $0.1 + 0.2 == 0.3$ donne False ?

On voudrait savoir pourquoi $0.1 + 0.2 == 0.3$ donne False sous **Python** .

Pour cela, écrivons les nombres en binaire simple précision :

$$0,1 \times 2 = 0,2$$

$$0,2 \times 2 = 0,4$$

$$0,4 \times 2 = 0,8$$

$$0,8 \times 2 = 1,6$$

$$0,6 \times 2 = 1,2$$

$$0,2 \times 2 = 0,4$$

$$0,3 \times 2 = 0,6$$

$$0,6 \times 2 = 1,2$$

Pourquoi $0.1 + 0.2 == 0.3$ donne False ?

On voudrait savoir pourquoi $0.1 + 0.2 == 0.3$ donne False sous **Python** .

Pour cela, écrivons les nombres en binaire simple précision :

$$0,1 \times 2 = 0,2$$

$$0,2 \times 2 = 0,4$$

$$0,4 \times 2 = 0,8$$

$$0,8 \times 2 = 1,6$$

$$0,6 \times 2 = 1,2$$

$$0,2 \times 2 = 0,4$$

$$0,3 \times 2 = 0,6$$

$$0,6 \times 2 = 1,2$$

$$0,2 \times 2 = 0,4$$

Pourquoi $0.1 + 0.2 == 0.3$ donne False ?

On voudrait savoir pourquoi $0.1 + 0.2 == 0.3$ donne False sous **Python** .

Pour cela, écrivons les nombres en binaire simple précision :

$$0,1 \times 2 = 0,2$$

$$0,2 \times 2 = 0,4$$

$$0,4 \times 2 = 0,8$$

$$0,8 \times 2 = 1,6$$

$$0,6 \times 2 = 1,2$$

$$0,2 \times 2 = 0,4$$

$$0,3 \times 2 = 0,6$$

$$0,6 \times 2 = 1,2$$

$$0,2 \times 2 = 0,4$$

$$0,4 \times 2 = 0,8$$

Pourquoi $0.1 + 0.2 == 0.3$ donne False ?

On voudrait savoir pourquoi $0.1 + 0.2 == 0.3$ donne False sous **Python** .

Pour cela, écrivons les nombres en binaire simple précision :

$$0,1 \times 2 = 0,2$$

$$0,2 \times 2 = 0,4$$

$$0,4 \times 2 = 0,8$$

$$0,8 \times 2 = 1,6$$

$$0,6 \times 2 = 1,2$$

$$0,2 \times 2 = 0,4$$

$$0,3 \times 2 = 0,6$$

$$0,6 \times 2 = 1,2$$

$$0,2 \times 2 = 0,4$$

$$0,4 \times 2 = 0,8$$

$$0,8 \times 2 = 1,6$$

Pourquoi $0.1 + 0.2 \neq 0.3$ donne False ?

On voudrait savoir pourquoi $0.1 + 0.2 \neq 0.3$ donne False sous **Python** .

Pour cela, écrivons les nombres en binaire simple précision :

$$0,1 \times 2 = 0,2$$

$$0,2 \times 2 = 0,4$$

$$0,4 \times 2 = 0,8$$

$$0,8 \times 2 = 1,6$$

$$0,6 \times 2 = 1,2$$

$$0,2 \times 2 = 0,4$$

$$0,3 \times 2 = 0,6$$

$$0,6 \times 2 = 1,2$$

$$0,2 \times 2 = 0,4$$

$$0,4 \times 2 = 0,8$$

$$0,8 \times 2 = 1,6$$

$$0,6 \times 2 = 1,2$$

$$(0,1)_{(10)} = (0,000110011\dots)_{(2)} = 1,10011001100110011001100 \times 2^{-4}$$

$$(0,2)_{(10)} = (0,001100110\dots)_{(2)} = 1,10011001100110011001100 \times 2^{-3}$$

$$(0,3)_{(10)} = (0,01001100\dots)_{(2)} = 1,00110011001100110011001 \times 2^{-2}$$

Faisons les additions après reconstitution du nombre (on n'a gardé que 23 chiffres pour la mantisse).

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30			
0,1	0		0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	
0,2	0		0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0		
$0,1+0,2$	0		0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	
0,3	0		0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1			

C'est donc censé marcher en simple précision.

Que se passe-t-il donc en double précision ? La fin du tableau donne cela :

	...	56	57	58	59
--	-----	----	----	----	----

0,1	...	0	0	1	
0,2	...	0	1		
0,1+0,2	...	0	1	1	
en double précision 0,1+0,2	...	0			

0,3	...	1			
-----	-----	---	--	--	--

Que se passe-t-il donc en double précision ? La fin du tableau donne cela :

...	56	57	58	59
-----	----	----	----	----

0,1	...	0	0	1		
0,2	...	0	1			
0,1+0,2	...	0	1	1		
en double précision 0,1+0,2	...	0				

0,3	...	1				
-----	-----	---	--	--	--	--

l'arrondi est fait à la mantisse la plus proche paire...

Que se passe-t-il donc en double précision ? La fin du tableau donne cela :

...	56	57	58	59
-----	----	----	----	----

0,1	...	0	0	1		
0,2	...	0	1			
0,1+0,2	...	0	1	1		
en double précision 0,1+0,2	...	0				

0,3	...	1				
-----	-----	---	--	--	--	--

l'arrondi est fait à la mantisse la plus proche paire... et donc patatras !

Que se passe-t-il donc en double précision ? La fin du tableau donne cela :

...	56	57	58	59
-----	----	----	----	----

0,1	...	0	0	1		
0,2	...	0	1			
0,1+0,2	...	0	1	1		
en double précision 0,1+0,2	...	0				

0,3	...	1				
-----	-----	---	--	--	--	--

l'arrondi est fait à la mantisse la plus proche paire... et donc patatras !

$$(0,1)_{10} = 0,00011001$$

$$(0,2)_{10} = 0,0011001$$

$$(0,3)_{10} = 0,010011$$

Sommaire

1 Pourquoi $0.1 + 0.2 == 0.3$ donne False ?

2 Conversion en base décimale

3 Conversion en base B

4 Complément à 2

5 Virgule flottante

Conversion en base décimale

Q - 1 : Donner l'écriture en base 10 de $(240)_{(5)}$.

Q - 2 : Donner l'écriture en base 10 de $(110\ 0101\ 1111)_{(2)}$.

Q - 3 : Donner l'écriture en base 10 de $(2A3F)_{(16)}$.

Q - 4 : Donner l'écriture en base 10 de 11_2 , 111_2 , 1111_2 , $1\ 1111_2$. Expliquer.

Q - 5 : Combien d'entiers peut-on représenter en binaire sur n bits ?

Q - 6 : Calculer, en les posant, $1011\ 1101_2 + 1001\ 0111_2$ puis $1011\ 1101_2 \times 1101_2$. Vérifier en convertissant en décimal.

Q - 7 : Quel est l'effet sur l'écriture binaire d'une multiplication par 2 ? Par une puissance de 2 ?

Sommaire

1 Pourquoi $0.1 + 0.2 == 0.3$ donne False ?

2 Conversion en base décimale

3 Conversion en base B

4 Complément à 2

5 Virgule flottante

Conversion en base B

Q - 1 : *Convertir 2019 en base 5 puis en base 25.*

Les adresses IPv4 sont codées sur 4 octets.

EXEMPLE : 192.168.1.28 (réseau local).

Q - 2 : *Donner l'écriture en binaire et en hexadécimal de cette adresse.*

Q - 3 : *Même question avec 173.194.78.99 (Google).*

Sommaire

1 Pourquoi $0.1 + 0.2 == 0.3$ donne False ?

2 Conversion en base décimale

3 Conversion en base B

4 Complément à 2

5 Virgule flottante

Complément à 2

Q - 1 : Donner la représentation en complément à 2 sur un nombre minimal de bits de 113 et -117. Donner deux méthodes pour ce dernier.

Q - 2 : Donner la valeurs des nombres représentés en complément à 2 par 0101 0011 et 1100 1100.

Q - 3 : Écrire 99 et 57 sur 8 bits, et calculer la somme des représentations. Que se passe-t-il ?

99+57 sur 8 bits



99+57 sur 8 bits

$$\begin{array}{r|l} 99 & 57 \\ \hline 99 = 2 \times 49 + 1 & \end{array}$$

99+57 sur 8 bits

99	57
$99 = 2 \times 49 + 1$	
$49 = 2 \times 24 + 1$	

99+57 sur 8 bits

99		57
<hr/>		
$99 = 2 \times 49 + 1$		
$49 = 2 \times 24 + 1$		
$24 = 2 \times 12 + 0$		

99+57 sur 8 bits

99		57
<hr/>		
$99 = 2 \times 49 + 1$		
$49 = 2 \times 24 + 1$		
$24 = 2 \times 12 + 0$		
$12 = 2 \times 6 + 0$		

99+57 sur 8 bits

99		57
<hr/>		
$99 = 2 \times 49 + 1$		
$49 = 2 \times 24 + 1$		
$24 = 2 \times 12 + 0$		
$12 = 2 \times 6 + 0$		
$6 = 2 \times 3 + 0$		

99+57 sur 8 bits

99	57
$99 = 2 \times 49 + 1$ $49 = 2 \times 24 + 1$ $24 = 2 \times 12 + 0$ $12 = 2 \times 6 + 0$ $6 = 2 \times 3 + 0$ $3 = 2 \times 1 + 1$	

99+57 sur 8 bits

99	57
$99 = 2 \times 49 + 1$	
$49 = 2 \times 24 + 1$	
$24 = 2 \times 12 + 0$	
$12 = 2 \times 6 + 0$	
$6 = 2 \times 3 + 0$	
$3 = 2 \times 1 + 1$	
$1 = 2 \times 0 + 1$	

99+57 sur 8 bits

99	57
$99 = 2 \times 49 + 1$	$57 = 2 \times 28 + 1$
$49 = 2 \times 24 + 1$	
$24 = 2 \times 12 + 0$	
$12 = 2 \times 6 + 0$	
$6 = 2 \times 3 + 0$	
$3 = 2 \times 1 + 1$	
$1 = 2 \times 0 + 1$	

99+57 sur 8 bits

99	57
$99 = 2 \times 49 + 1$	$57 = 2 \times 28 + 1$
$49 = 2 \times 24 + 1$	$28 = 2 \times 14 + 0$
$24 = 2 \times 12 + 0$	
$12 = 2 \times 6 + 0$	
$6 = 2 \times 3 + 0$	
$3 = 2 \times 1 + 1$	
$1 = 2 \times 0 + 1$	

99+57 sur 8 bits

99	57
$99 = 2 \times 49 + 1$	$57 = 2 \times 28 + 1$
$49 = 2 \times 24 + 1$	$28 = 2 \times 14 + 0$
$24 = 2 \times 12 + 0$	$14 = 2 \times 7 + 0$
$12 = 2 \times 6 + 0$	
$6 = 2 \times 3 + 0$	
$3 = 2 \times 1 + 1$	
$1 = 2 \times 0 + 1$	

99+57 sur 8 bits

99	57
$99 = 2 \times 49 + 1$	$57 = 2 \times 28 + 1$
$49 = 2 \times 24 + 1$	$28 = 2 \times 14 + 0$
$24 = 2 \times 12 + 0$	$14 = 2 \times 7 + 0$
$12 = 2 \times 6 + 0$	$7 = 2 \times 3 + 1$
$6 = 2 \times 3 + 0$	
$3 = 2 \times 1 + 1$	
$1 = 2 \times 0 + 1$	

99+57 sur 8 bits

99	57
$99 = 2 \times 49 + 1$	$57 = 2 \times 28 + 1$
$49 = 2 \times 24 + 1$	$28 = 2 \times 14 + 0$
$24 = 2 \times 12 + 0$	$14 = 2 \times 7 + 0$
$12 = 2 \times 6 + 0$	$7 = 2 \times 3 + 1$
$6 = 2 \times 3 + 0$	$3 = 2 \times 1 + 1$
$3 = 2 \times 1 + 1$	
$1 = 2 \times 0 + 1$	

99+57 sur 8 bits

99	57
$99 = 2 \times 49 + 1$	$57 = 2 \times 28 + 1$
$49 = 2 \times 24 + 1$	$28 = 2 \times 14 + 0$
$24 = 2 \times 12 + 0$	$14 = 2 \times 7 + 0$
$12 = 2 \times 6 + 0$	$7 = 2 \times 3 + 1$
$6 = 2 \times 3 + 0$	$3 = 2 \times 1 + 1$
$3 = 2 \times 1 + 1$	$1 = 2 \times 0 + 1$
$1 = 2 \times 0 + 1$	

99+57 sur 8 bits

99	57
$99 = 2 \times 49 + 1$	$57 = 2 \times 28 + 1$
$49 = 2 \times 24 + 1$	$28 = 2 \times 14 + 0$
$24 = 2 \times 12 + 0$	$14 = 2 \times 7 + 0$
$12 = 2 \times 6 + 0$	$7 = 2 \times 3 + 1$
$6 = 2 \times 3 + 0$	$3 = 2 \times 1 + 1$
$3 = 2 \times 1 + 1$	$1 = 2 \times 0 + 1$
$1 = 2 \times 0 + 1$	
0110 0011	

99+57 sur 8 bits

99	57
$99 = 2 \times 49 + 1$	$57 = 2 \times 28 + 1$
$49 = 2 \times 24 + 1$	$28 = 2 \times 14 + 0$
$24 = 2 \times 12 + 0$	$14 = 2 \times 7 + 0$
$12 = 2 \times 6 + 0$	$7 = 2 \times 3 + 1$
$6 = 2 \times 3 + 0$	$3 = 2 \times 1 + 1$
$3 = 2 \times 1 + 1$	$1 = 2 \times 0 + 1$
$1 = 2 \times 0 + 1$	
0110 0011	0011 1001

99+57 sur 8 bits

99 | 0110 0011

99+57 sur 8 bits

$$\begin{array}{r|l} 99 & 0110\ 0011 \\ + 57 & 0011\ 1001 \\ \hline \end{array}$$

99+57 sur 8 bits

$$\begin{array}{r|l} 99 & 0110\ 0011 \\ + 57 & 0011\ 1001 \\ \hline = 156 & = 1001\ 1100 \end{array}$$

99+57 sur 8 bits

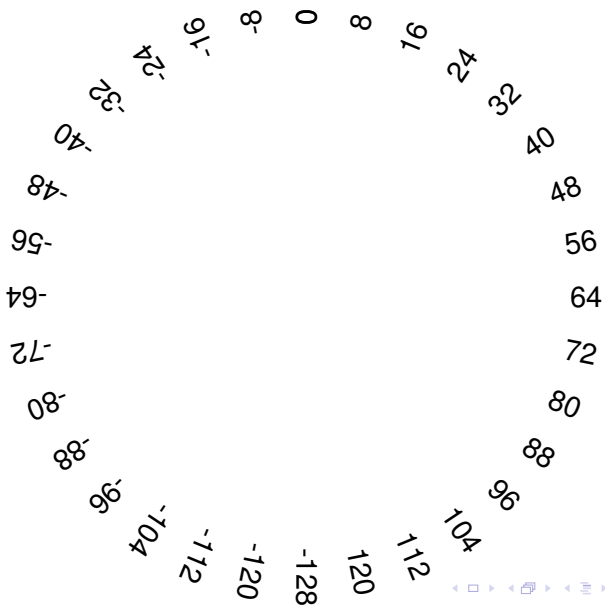
$$\begin{array}{r|l}
 99 & 0110\ 0011 \\
 + 57 & 0011\ 1001 \\
 \hline
 = 156 & = 1001\ 1100
 \end{array}$$

Or le MSB est 1. Le nombre est donc négatif !

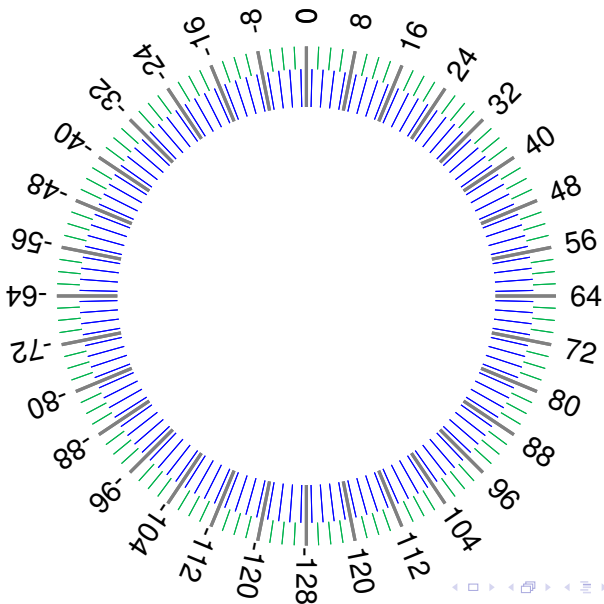
$$\begin{aligned}
 156_{10} &= -(\overline{001\ 1100} + 1) = -(110\ 0011 + 1) \\
 &= -(1100100)_2 = -100_{\text{sur 8 bits}}
 \end{aligned}$$

99+57 sur 9 bits

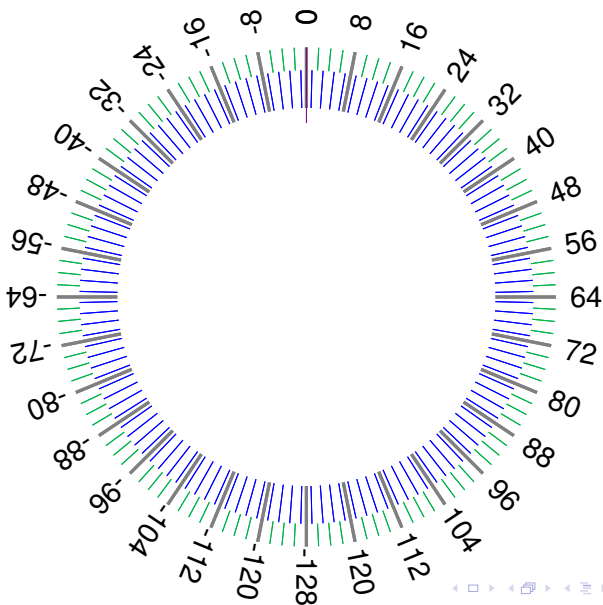
99+57 sur 9 bits



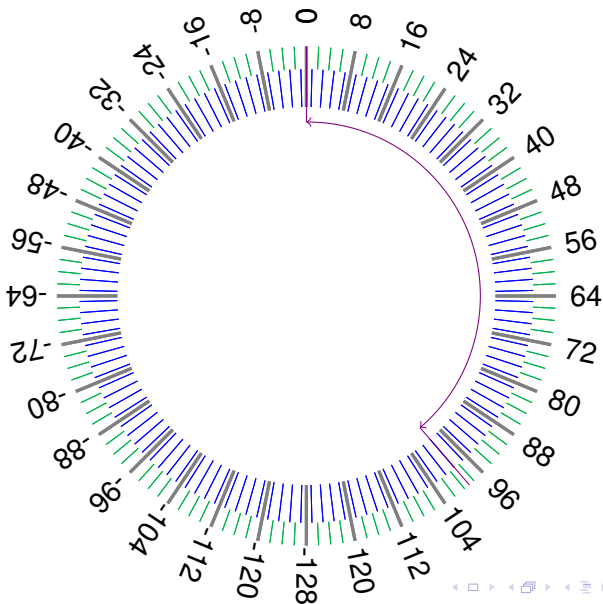
99+57 sur 9 bits



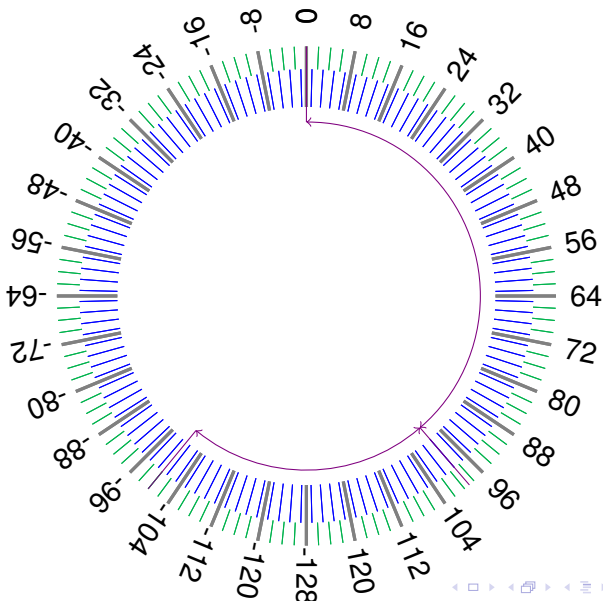
99+57 sur 9 bits



99+57 sur 9 bits



99+57 sur 9 bits



99+57 sur 9 bits



99+57 sur 9 bits

$$\begin{array}{c} 99 \quad | \quad 57 \\ \hline 99 = 2 \times 49 + 1 \end{array}$$

99+57 sur 9 bits

$$\begin{array}{r|l} 99 & 57 \\ \hline 99 = 2 \times 49 + 1 \\ 49 = 2 \times 24 + 1 \end{array}$$

99+57 sur 9 bits

99	57
<hr/>	
$99 = 2 \times 49 + 1$	
$49 = 2 \times 24 + 1$	
$24 = 2 \times 12 + 0$	

99+57 sur 9 bits

99	57
<hr/>	
$99 = 2 \times 49 + 1$	
$49 = 2 \times 24 + 1$	
$24 = 2 \times 12 + 0$	
$12 = 2 \times 6 + 0$	

99+57 sur 9 bits

99	57
<hr/>	
$99 = 2 \times 49 + 1$	
$49 = 2 \times 24 + 1$	
$24 = 2 \times 12 + 0$	
$12 = 2 \times 6 + 0$	
$6 = 2 \times 3 + 0$	

99+57 sur 9 bits

99		57
<hr/>		
$99 = 2 \times 49 + 1$		
$49 = 2 \times 24 + 1$		
$24 = 2 \times 12 + 0$		
$12 = 2 \times 6 + 0$		
$6 = 2 \times 3 + 0$		
$3 = 2 \times 1 + 1$		

99+57 sur 9 bits

99	57
$99 = 2 \times 49 + 1$ $49 = 2 \times 24 + 1$ $24 = 2 \times 12 + 0$ $12 = 2 \times 6 + 0$ $6 = 2 \times 3 + 0$ $3 = 2 \times 1 + 1$ $1 = 2 \times 0 + 1$	

99+57 sur 9 bits

99	57
$99 = 2 \times 49 + 1$	
$49 = 2 \times 24 + 1$	
$24 = 2 \times 12 + 0$	
$12 = 2 \times 6 + 0$	
$6 = 2 \times 3 + 0$	
$3 = 2 \times 1 + 1$	
$1 = 2 \times 0 + 1$	
$0 = 2 \times 0 + 0$	

99+57 sur 9 bits

99	57
$99 = 2 \times 49 + 1$	$57 = 2 \times 28 + 1$
$49 = 2 \times 24 + 1$	
$24 = 2 \times 12 + 0$	
$12 = 2 \times 6 + 0$	
$6 = 2 \times 3 + 0$	
$3 = 2 \times 1 + 1$	
$1 = 2 \times 0 + 1$	
$0 = 2 \times 0 + 0$	

99+57 sur 9 bits

99	57
$99 = 2 \times 49 + 1$	$57 = 2 \times 28 + 1$
$49 = 2 \times 24 + 1$	$28 = 2 \times 14 + 0$
$24 = 2 \times 12 + 0$	
$12 = 2 \times 6 + 0$	
$6 = 2 \times 3 + 0$	
$3 = 2 \times 1 + 1$	
$1 = 2 \times 0 + 1$	
$0 = 2 \times 0 + 0$	

99+57 sur 9 bits

99	57
$99 = 2 \times 49 + 1$	$57 = 2 \times 28 + 1$
$49 = 2 \times 24 + 1$	$28 = 2 \times 14 + 0$
$24 = 2 \times 12 + 0$	$14 = 2 \times 7 + 0$
$12 = 2 \times 6 + 0$	
$6 = 2 \times 3 + 0$	
$3 = 2 \times 1 + 1$	
$1 = 2 \times 0 + 1$	
$0 = 2 \times 0 + 0$	

99+57 sur 9 bits

99	57
$99 = 2 \times 49 + 1$	$57 = 2 \times 28 + 1$
$49 = 2 \times 24 + 1$	$28 = 2 \times 14 + 0$
$24 = 2 \times 12 + 0$	$14 = 2 \times 7 + 0$
$12 = 2 \times 6 + 0$	$7 = 2 \times 3 + 1$
$6 = 2 \times 3 + 0$	
$3 = 2 \times 1 + 1$	
$1 = 2 \times 0 + 1$	
$0 = 2 \times 0 + 0$	

99+57 sur 9 bits

99	57
$99 = 2 \times 49 + 1$	$57 = 2 \times 28 + 1$
$49 = 2 \times 24 + 1$	$28 = 2 \times 14 + 0$
$24 = 2 \times 12 + 0$	$14 = 2 \times 7 + 0$
$12 = 2 \times 6 + 0$	$7 = 2 \times 3 + 1$
$6 = 2 \times 3 + 0$	$3 = 2 \times 1 + 1$
$3 = 2 \times 1 + 1$	
$1 = 2 \times 0 + 1$	
$0 = 2 \times 0 + 0$	

99+57 sur 9 bits

99	57
$99 = 2 \times 49 + 1$	$57 = 2 \times 28 + 1$
$49 = 2 \times 24 + 1$	$28 = 2 \times 14 + 0$
$24 = 2 \times 12 + 0$	$14 = 2 \times 7 + 0$
$12 = 2 \times 6 + 0$	$7 = 2 \times 3 + 1$
$6 = 2 \times 3 + 0$	$3 = 2 \times 1 + 1$
$3 = 2 \times 1 + 1$	$1 = 2 \times 0 + 1$
$1 = 2 \times 0 + 1$	
$0 = 2 \times 0 + 0$	

99+57 sur 9 bits

99	57
$99 = 2 \times 49 + 1$	$57 = 2 \times 28 + 1$
$49 = 2 \times 24 + 1$	$28 = 2 \times 14 + 0$
$24 = 2 \times 12 + 0$	$14 = 2 \times 7 + 0$
$12 = 2 \times 6 + 0$	$7 = 2 \times 3 + 1$
$6 = 2 \times 3 + 0$	$3 = 2 \times 1 + 1$
$3 = 2 \times 1 + 1$	$1 = 2 \times 0 + 1$
$1 = 2 \times 0 + 1$	$0 = 2 \times 0 + 0$
$0 = 2 \times 0 + 0$	

99+57 sur 9 bits

99	57
$99 = 2 \times 49 + 1$	$57 = 2 \times 28 + 1$
$49 = 2 \times 24 + 1$	$28 = 2 \times 14 + 0$
$24 = 2 \times 12 + 0$	$14 = 2 \times 7 + 0$
$12 = 2 \times 6 + 0$	$7 = 2 \times 3 + 1$
$6 = 2 \times 3 + 0$	$3 = 2 \times 1 + 1$
$3 = 2 \times 1 + 1$	$1 = 2 \times 0 + 1$
$1 = 2 \times 0 + 1$	$0 = 2 \times 0 + 0$
$0 = 2 \times 0 + 0$	
0 0110 0011	

99+57 sur 9 bits

99	57
$99 = 2 \times 49 + 1$	$57 = 2 \times 28 + 1$
$49 = 2 \times 24 + 1$	$28 = 2 \times 14 + 0$
$24 = 2 \times 12 + 0$	$14 = 2 \times 7 + 0$
$12 = 2 \times 6 + 0$	$7 = 2 \times 3 + 1$
$6 = 2 \times 3 + 0$	$3 = 2 \times 1 + 1$
$3 = 2 \times 1 + 1$	$1 = 2 \times 0 + 1$
$1 = 2 \times 0 + 1$	$0 = 2 \times 0 + 0$
$0 = 2 \times 0 + 0$	
0 0110 0011	0 0011 1001

99+57 sur 9 bits

99 | 0 0110 0011

99+57 sur 9 bits

$$\begin{array}{r|l} 99 & 0\ 0110\ 0011 \\ +\ 57 & 0\ 0011\ 1001 \\ \hline \end{array}$$

99+57 sur 9 bits

$$\begin{array}{r|l}
 99 & 0\ 0110\ 0011 \\
 +\ 57 & 0\ 0011\ 1001 \\
 \hline
 =\ 156 & =0\ 1001\ 1100
 \end{array}$$

99+57 sur 9 bits

$$\begin{array}{r|l}
 99 & 0\ 0110\ 0011 \\
 +\ 57 & 0\ 0011\ 1001 \\
 \hline
 =\ 156 & =0\ 1001\ 1100
 \end{array}$$

Or le MSB est 0. Le nombre est donc

99+57 sur 9 bits

$$\begin{array}{r|l}
 99 & 0\ 0110\ 0011 \\
 + 57 & 0\ 0011\ 1001 \\
 \hline
 = 156 & = 0\ 1001\ 1100
 \end{array}$$

Or le MSB est 0. Le nombre est donc $2^7 + 2^4 + 2^3 + 2^2 =$

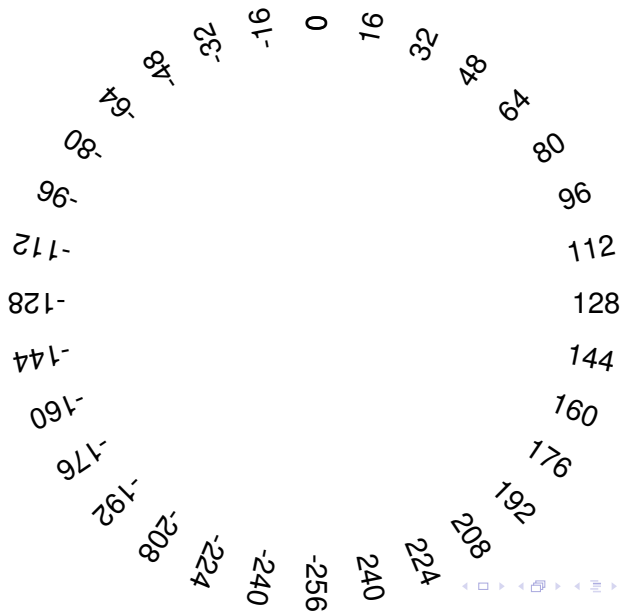
99+57 sur 9 bits

$$\begin{array}{r|l}
 99 & 0\ 0110\ 0011 \\
 +\ 57 & 0\ 0011\ 1001 \\
 \hline
 =\ 156 & =0\ 1001\ 1100
 \end{array}$$

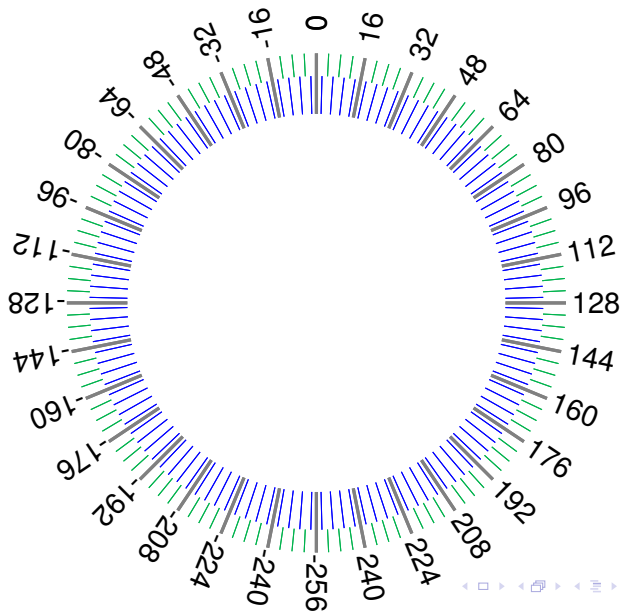
Or le MSB est 0. Le nombre est donc $2^7 + 2^4 + 2^3 + 2^2 = 156$

99+57 sur 9 bits

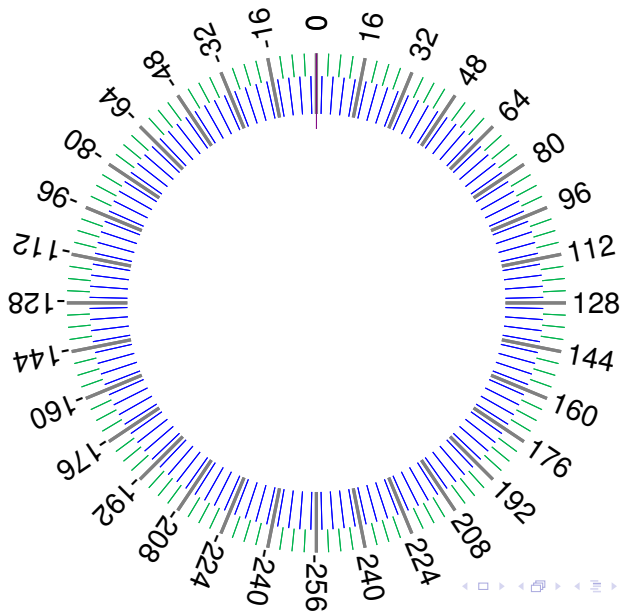
99+57 sur 9 bits



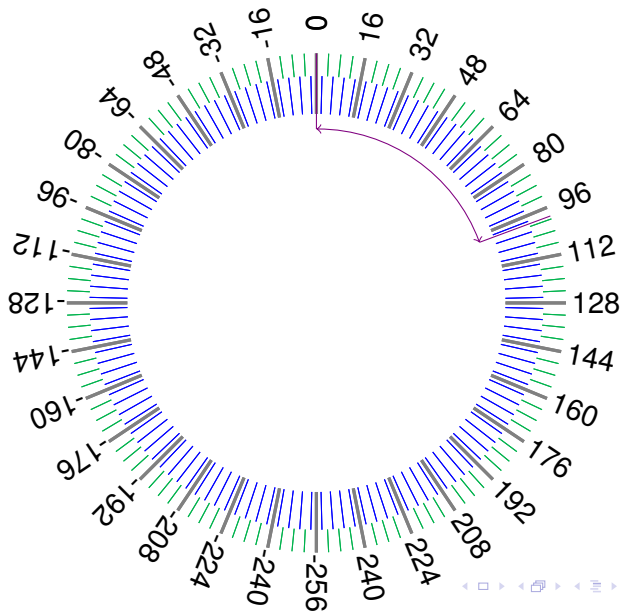
99+57 sur 9 bits



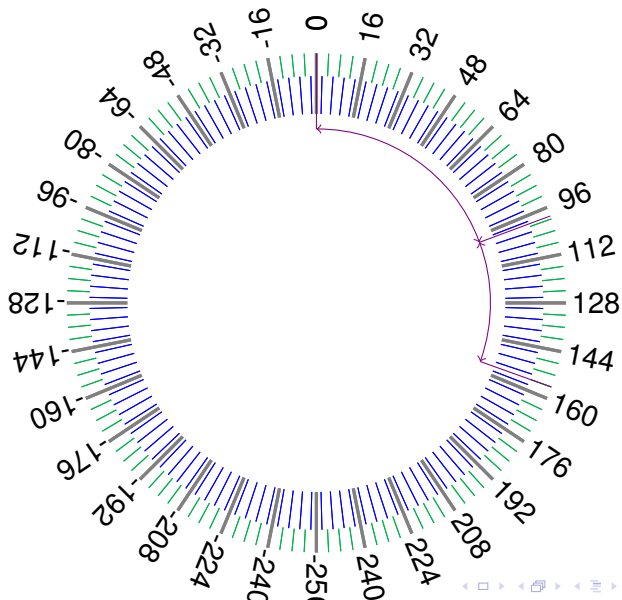
99+57 sur 9 bits



99+57 sur 9 bits



99+57 sur 9 bits



Sommaire

- 1 Pourquoi $0.1 + 0.2 == 0.3$ donne False ?
- 2 Conversion en base décimale
- 3 Conversion en base B
- 4 Complément à 2
- 5 Virgule flottante**

Virgule flottante

Q - 1 : *Écrire la représentation en simple précision de -245,375.*

Q - 2 : *Quel est le nombre représenté en double précision par C4693C3800000000 ?*

Représentation en simple précision de -245,375.

Écrivons la valeur absolue de ce nombre en binaire :

Partie entière	Partie décimale
<hr/>	
$245 = 2 \times 122 + 1$	

Représentation en simple précision de -245,375.

Écrivons la valeur absolue de ce nombre en binaire :

Partie entière	Partie décimale
$245 = 2 \times 122 + 1$	
$122 = 2 \times 61 + 0$	

Représentation en simple précision de -245,375.

Écrivons la valeur absolue de ce nombre en binaire :

Partie entière	Partie décimale
$245 = 2 \times 122 + 1$	
$122 = 2 \times 61 + 0$	
$61 = 2 \times 30 + 1$	

Représentation en simple précision de -245,375.

Écrivons la valeur absolue de ce nombre en binaire :

Partie entière	Partie décimale
$245 = 2 \times 122 + 1$	
$122 = 2 \times 61 + 0$	
$61 = 2 \times 30 + 1$	
$30 = 2 \times 15 + 0$	

Représentation en simple précision de -245,375.

Écrivons la valeur absolue de ce nombre en binaire :

Partie entière	Partie décimale
$245 = 2 \times 122 + 1$	
$122 = 2 \times 61 + 0$	
$61 = 2 \times 30 + 1$	
$30 = 2 \times 15 + 0$	
$15 = 2 \times 7 + 1$	

Représentation en simple précision de -245,375.

Écrivons la valeur absolue de ce nombre en binaire :

Partie entière	Partie décimale
$245 = 2 \times 122 + 1$	
$122 = 2 \times 61 + 0$	
$61 = 2 \times 30 + 1$	
$30 = 2 \times 15 + 0$	
$15 = 2 \times 7 + 1$	
$7 = 2 \times 3 + 1$	

Représentation en simple précision de -245,375.

Écrivons la valeur absolue de ce nombre en binaire :

Partie entière	Partie décimale
$245 = 2 \times 122 + 1$	
$122 = 2 \times 61 + 0$	
$61 = 2 \times 30 + 1$	
$30 = 2 \times 15 + 0$	
$15 = 2 \times 7 + 1$	
$7 = 2 \times 3 + 1$	
$3 = 2 \times 1 + 1$	

Représentation en simple précision de -245,375.

Écrivons la valeur absolue de ce nombre en binaire :

Partie entière	Partie décimale
$245 = 2 \times 122 + 1$	
$122 = 2 \times 61 + 0$	
$61 = 2 \times 30 + 1$	
$30 = 2 \times 15 + 0$	
$15 = 2 \times 7 + 1$	
$7 = 2 \times 3 + 1$	
$3 = 2 \times 1 + 1$	
$1 = 2 \times 0 + 1$	

Représentation en simple précision de -245,375.

Écrivons la valeur absolue de ce nombre en binaire :

Partie entière	Partie décimale
$245 = 2 \times 122 + 1$	
$122 = 2 \times 61 + 0$	
$61 = 2 \times 30 + 1$	
$30 = 2 \times 15 + 0$	$0,375 \times 2 = 0,75$
$15 = 2 \times 7 + 1$	
$7 = 2 \times 3 + 1$	
$3 = 2 \times 1 + 1$	
$1 = 2 \times 0 + 1$	

Représentation en simple précision de -245,375.

Écrivons la valeur absolue de ce nombre en binaire :

Partie entière	Partie décimale
$245 = 2 \times 122 + 1$	
$122 = 2 \times 61 + 0$	
$61 = 2 \times 30 + 1$	
$30 = 2 \times 15 + 0$	$0,375 \times 2 = 0,75$
$15 = 2 \times 7 + 1$	$0,75 \times 2 = 1,5$
$7 = 2 \times 3 + 1$	
$3 = 2 \times 1 + 1$	
$1 = 2 \times 0 + 1$	

Représentation en simple précision de -245,375.

Écrivons la valeur absolue de ce nombre en binaire :

Partie entière	Partie décimale
$245 = 2 \times 122 + 1$	
$122 = 2 \times 61 + 0$	
$61 = 2 \times 30 + 1$	
$30 = 2 \times 15 + 0$	$0,375 \times 2 = 0,75$
$15 = 2 \times 7 + 1$	$0,75 \times 2 = 1,5$
$7 = 2 \times 3 + 1$	$0,5 \times 2 = 1,0$
$3 = 2 \times 1 + 1$	
$1 = 2 \times 0 + 1$	

Représentation en simple précision de -245,375.

Écrivons la valeur absolue de ce nombre en binaire :

Partie entière	Partie décimale
$245 = 2 \times 122 + 1$	
$122 = 2 \times 61 + 0$	
$61 = 2 \times 30 + 1$	
$30 = 2 \times 15 + 0$	$0,375 \times 2 = 0,75$
$15 = 2 \times 7 + 1$	$0,75 \times 2 = 1,5$
$7 = 2 \times 3 + 1$	$0,5 \times 2 = 1,0$
$3 = 2 \times 1 + 1$	
$1 = 2 \times 0 + 1$	
11110101	

Représentation en simple précision de -245,375.

Écrivons la valeur absolue de ce nombre en binaire :

Partie entière	Partie décimale
$245 = 2 \times 122 + 1$	
$122 = 2 \times 61 + 0$	
$61 = 2 \times 30 + 1$	
$30 = 2 \times 15 + 0$	$0,375 \times 2 = 0,75$
$15 = 2 \times 7 + 1$	$0,75 \times 2 = 1,5$
$7 = 2 \times 3 + 1$	$0,5 \times 2 = 1,0$
$3 = 2 \times 1 + 1$	
$1 = 2 \times 0 + 1$	
11110101	011

$$245,375_{10} = 11110101,011_2$$

Représentation en simple précision de -245,375.

$$245,375_{10} = 11110101,011_2 = 1,1110101011_2 \times 2^7$$

- le signe : $s = 1$

Représentation en simple précision de -245,375.

$$245,375_{10} = 11110101,011_2 = 1,1110101011_2 \times 2^7$$

- le signe : $s = 1$
- l'exposant : $e = 7$

Représentation en simple précision de -245,375.

$$245,375_{10} = 11110101,011_2 = 1,1110101011_2 \times 2^7$$

- le signe : $s = 1$
- l'exposant : $e = 7$
- l'exposant biaisé : $e_b = e + 2^{ne-1} - 1 = 7 + 2^{8-1} - 1 = 134_{10}$

Représentation en simple précision de -245,375.

$$245,375_{10} = 11110101,011_2 = 1,1110101011_2 \times 2^7$$

- le signe : $s = 1$
- l'exposant : $e = 7$
- l'exposant biaisé : $e_b = e + 2^{ne-1} - 1 = 7 + 2^{8-1} - 1 = 134_{10}$
- l'exposant biaisé en binaire :

$$134_{10} = \underbrace{128}_{2^7}_{10} + \underbrace{4}_{2^2}_{10} + \underbrace{2}_{2^1}_{10} = 1000\ 0110_2$$

Représentation en simple précision de -245,375.

$$245,375_{10} = 11110101,011_2 = 1,1110101011_2 \times 2^7$$

- le signe : $s = 1$
- l'exposant : $e = 7$
- l'exposant biaisé : $e_b = e + 2^{ne-1} - 1 = 7 + 2^{8-1} - 1 = 134_{10}$
- l'exposant biaisé en binaire :

$$134_{10} = \underbrace{128}_{2^7}_{10} + \underbrace{4}_{2^2}_{10} + \underbrace{2}_{2^1}_{10} = 1000\ 0110_2$$

- la mantisse : 111010101100000000000000

Représentation en simple précision de -245,375.

$$245,375_{10} = 11110101,011_2 = 1,1110101011_2 \times 2^7$$

- le signe : $s = 1$
- l'exposant : $e = 7$
- l'exposant biaisé : $e_b = e + 2^{ne-1} - 1 = 7 + 2^{8-1} - 1 = 134_{10}$
- l'exposant biaisé en binaire :

$$134_{10} = \underbrace{128}_{2^7}_{10} + \underbrace{4}_{2^2}_{10} + \underbrace{2}_{2^1}_{10} = 1000\ 0110_2$$

- la mantisse : 111010101100000000000000

$$245,375_{10} = 1\ 1000\ 0110\ 111010101100000000000000_{\text{simple précision}}$$

Représentation en simple précision de -245,375.

$$245,375_{10} = 1\ 1000\ 0110\ 11101010110000000000000_{\text{simple précision}}$$

Représentation en simple précision de -245,375.

$$\begin{aligned}
 245,375_{10} &= 1\ 1000\ 0110\ 111010101100000000000000_{\text{simple précision}} \\
 &= \underbrace{1100}_C \underbrace{0011}_3 \underbrace{0111}_7 \underbrace{0101}_5 \underbrace{0110}_6 \underbrace{0000}_0 \underbrace{0000}_0 \underbrace{0000}_0
 \end{aligned}$$

Représentation en simple précision de -245,375.

$$\begin{aligned}
 245,375_{10} &= 1\ 1000\ 0110\ 11101010110000000000000_{\text{simple précision}} \\
 &= \underbrace{1100}_C \underbrace{0011}_3 \underbrace{0111}_7 \underbrace{0101}_5 \underbrace{0110}_6 \underbrace{0000}_0 \underbrace{0000}_0 \underbrace{0000}_0 \\
 &= C3756000_{\text{simple précision}}
 \end{aligned}$$

C4693C3800000000 ?

C4693C3800000000 ?

- d'héxadécimal à binaire :

<u>C</u>	<u>4</u>	<u>6</u>	<u>9</u>	<u>3</u>	<u>C</u>	<u>3</u>	<u>8</u>	<u>00000000</u>
1100	0100	0110	1001	0011	1100	0011	1000	0...0
1100 0100 0110 1001 0011 1100 0011 1000 0...0								

C4693C3800000000 ?

- d'héxadécimal à binaire :

C	4	6	9	3	C	3	8	00000000
1100	0100	0110	1001	0011	1100	0011	1000	0...0
1100 0100 0110 1001 0011 1100 0011 1000 0...0								

- signe (1 bit), exposant (11 bits) et mantisse (52 bits) :

1	100 0100 0110	1001001111100001110000...0
signe	exposant	mantisse

C4693C3800000000 ?

- d'héxadécimal à binaire :

$$\begin{array}{cccccccc}
 \underbrace{C} & \underbrace{4} & \underbrace{6} & \underbrace{9} & \underbrace{3} & \underbrace{C} & \underbrace{3} & \underbrace{8} & \underbrace{00000000} \\
 1100 & 0100 & 0110 & 1001 & 0011 & 1100 & 0011 & 1000 & 0\dots0 \\
 1100 & 0100 & 0110 & 1001 & 0011 & 1100 & 0011 & 1000 & 0\dots0
 \end{array}$$

- signe (1 bit), exposant (11 bits) et mantisse (52 bits) :

$$\begin{array}{ccc}
 \underbrace{1} & \underbrace{100\ 0100\ 0110} & \underbrace{1001001111100001110000\dots0} \\
 \text{signe} & \text{exposant} & \text{mantisse}
 \end{array}$$

- signe :

C4693C3800000000 ?

- d'héxadécimal à binaire :

$$\begin{array}{cccccccc}
 \underbrace{C} & \underbrace{4} & \underbrace{6} & \underbrace{9} & \underbrace{3} & \underbrace{C} & \underbrace{3} & \underbrace{8} & \underbrace{00000000} \\
 1100 & 0100 & 0110 & 1001 & 0011 & 1100 & 0011 & 1000 & 0\dots0 \\
 1100 & 0100 & 0110 & 1001 & 0011 & 1100 & 0011 & 1000 & 0\dots0
 \end{array}$$

- signe (1 bit), exposant (11 bits) et mantisse (52 bits) :

$$\begin{array}{ccc}
 \underbrace{1} & \underbrace{100\ 0100\ 0110} & \underbrace{1001001111100001110000\dots0} \\
 \text{signe} & \text{exposant} & \text{mantisse}
 \end{array}$$

- signe :

-1

C4693C3800000000 ?

- d'héxadécimal à binaire :

$$\begin{array}{cccccccc}
 \underbrace{C} & \underbrace{4} & \underbrace{6} & \underbrace{9} & \underbrace{3} & \underbrace{C} & \underbrace{3} & \underbrace{8} & \underbrace{00000000} \\
 1100 & 0100 & 0110 & 1001 & 0011 & 1100 & 0011 & 1000 & 0\dots0 \\
 1100 & 0100 & 0110 & 1001 & 0011 & 1100 & 0011 & 1000 & 0\dots0
 \end{array}$$

- signe (1 bit), exposant (11 bits) et mantisse (52 bits) :

$$\begin{array}{ccc}
 \underbrace{1} & \underbrace{100\ 0100\ 0110} & \underbrace{1001001111100001110000\dots0} \\
 \text{signe} & \text{exposant} & \text{mantisse}
 \end{array}$$

- signe :

$$-1 \Rightarrow \text{nombre négatif}$$

C4693C3800000000 ?

- d'héxadécimal à binaire :

$$\begin{array}{cccccccc}
 \underbrace{C} & \underbrace{4} & \underbrace{6} & \underbrace{9} & \underbrace{3} & \underbrace{C} & \underbrace{3} & \underbrace{8} & \underbrace{00000000} \\
 1100 & 0100 & 0110 & 1001 & 0011 & 1100 & 0011 & 1000 & 0\dots0 \\
 1100 & 0100 & 0110 & 1001 & 0011 & 1100 & 0011 & 1000 & 0\dots0
 \end{array}$$

- signe (1 bit), exposant (11 bits) et mantisse (52 bits) :

$$\begin{array}{ccc}
 \underbrace{1} & \underbrace{100\ 0100\ 0110} & \underbrace{100100111100001110000\dots0} \\
 \text{signe} & \text{exposant} & \text{mantisse}
 \end{array}$$

- signe :

$$-1 \Rightarrow \text{nombre négatif}$$

- exposant biaisé:

$$e_b = 100\ 0100\ 0110 = 1 \times 2^{10} + 1 \times 2^6 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2$$

C4693C3800000000 ?

- d'héxadécimal à binaire :

$$\begin{array}{cccccccc}
 \underbrace{C} & \underbrace{4} & \underbrace{6} & \underbrace{9} & \underbrace{3} & \underbrace{C} & \underbrace{3} & \underbrace{8} & \underbrace{00000000} \\
 1100 & 0100 & 0110 & 1001 & 0011 & 1100 & 0011 & 1000 & 0\dots0 \\
 1100 & 0100 & 0110 & 1001 & 0011 & 1100 & 0011 & 1000 & 0\dots0
 \end{array}$$

- signe (1 bit), exposant (11 bits) et mantisse (52 bits) :

$$\begin{array}{ccc}
 \underbrace{1} & \underbrace{100\ 0100\ 0110} & \underbrace{1001001111100001110000\dots0} \\
 \text{signe} & \text{exposant} & \text{mantisse}
 \end{array}$$

- signe :

$$-1 \Rightarrow \text{nombre négatif}$$

- exposant biaisé:

$$\begin{aligned}
 e_b = 100\ 0100\ 0110 &= 1 \times 2^{10} + 1 \times 2^6 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 \\
 &= 1024 + 64 + 4 + 2 = 1094
 \end{aligned}$$

C4693C3800000000 ?

C4693C3800000000 ?

- exposant :

$$e_b = e + 2^{ne-1} - 1$$

C4693C3800000000 ?

- exposant :

$$e_b = e + 2^{ne-1} - 1$$

$$\Rightarrow e = e_b - 2^{ne-1} + 1$$

C4693C3800000000 ?

- exposant :

$$e_b = e + 2^{ne-1} - 1$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow e &= e_b - 2^{ne-1} + 1 \\ &= 1094 - 2^{11-1} + 1\end{aligned}$$

C4693C3800000000 ?

- exposant :

$$e_b = e + 2^{ne-1} - 1$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow e &= e_b - 2^{ne-1} + 1 \\ &= 1094 - 2^{11-1} + 1 = 1094 - 1024 + 1 = 71\end{aligned}$$

C4693C3800000000 ?

- exposant :

$$e_b = e + 2^{ne-1} - 1$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow e &= e_b - 2^{ne-1} + 1 \\ &= 1094 - 2^{11-1} + 1 = 1094 - 1024 + 1 = 71 \end{aligned}$$

- nombre en binaire :

$$|n|_2 = 1, \underbrace{100100111100001110000\dots0}_{\text{mantisse}} \times 2^{\overbrace{71}^{\text{exposant}}}$$

$$|n|_2 = \underbrace{1}_{2^{71}}, \underbrace{1}_{2^{70}} 00 \underbrace{1}_{2^{67}} 00 \underbrace{1}_{2^{64}} \underbrace{1}_{2^{63}} \underbrace{1}_{2^{62}} \underbrace{1}_{2^{61}} 0000 \underbrace{1}_{2^{56}} \underbrace{1}_{2^{55}} \underbrace{1}_{2^{54}} \times 2^{71}$$

C4693C3800000000 ?

- exposant :

$$e_b = e + 2^{ne-1} - 1$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow e &= e_b - 2^{ne-1} + 1 \\ &= 1094 - 2^{11-1} + 1 = 1094 - 1024 + 1 = 71 \end{aligned}$$

- nombre en binaire :

$$|n|_2 = 1, \underbrace{100100111100001110000\dots0}_{\text{mantisse}} \times 2^{\overbrace{71}^{\text{exposant}}}$$

$$|n|_2 = \underbrace{1}_{2^{71}}, \underbrace{1}_{2^{70}} 00 \underbrace{1}_{2^{67}} 00 \underbrace{1}_{2^{64}} \underbrace{1}_{2^{63}} \underbrace{1}_{2^{62}} \underbrace{1}_{2^{61}} 0000 \underbrace{1}_{2^{56}} \underbrace{1}_{2^{55}} \underbrace{1}_{2^{54}} \times 2^{71}$$

$$n_{10} = -3724062560669680000000$$