

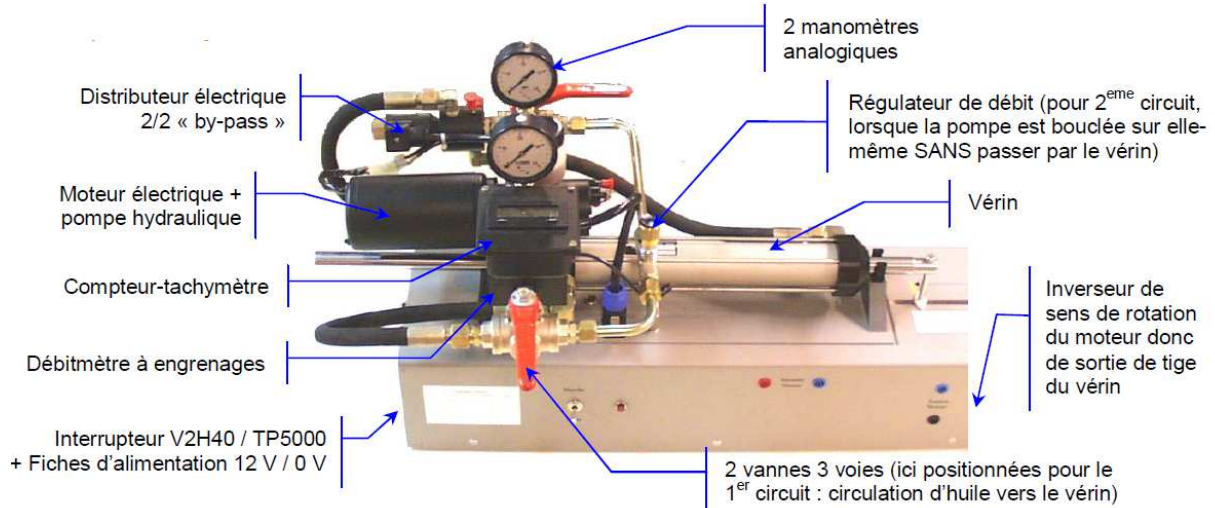
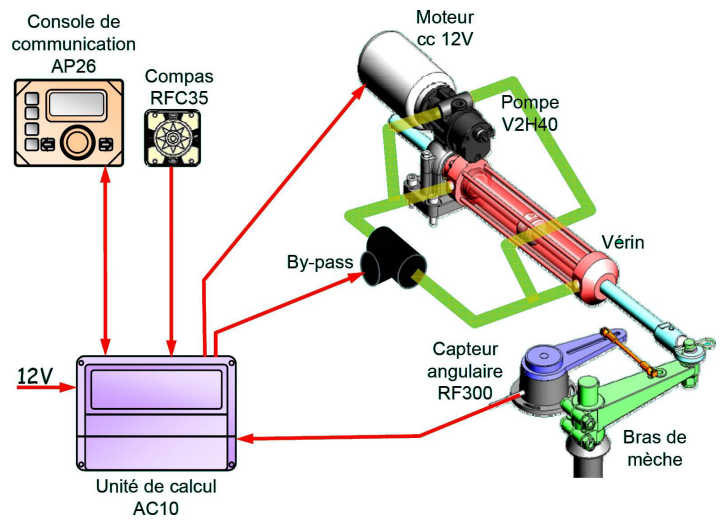
CLASSE DE PROBLÈMES STAT

PRÉVOIR ET VÉRIFIER LES PERFORMANCES EN TERME D'ÉQUILIBRE STATIQUE DES SYSTÈMES

PRÉVOIR ET DÉTERMINER ANALYTIQUEMENT LES ACTIONS MÉCANIQUES DANS LES LIAISONS D'UN MÉCANISME

1 Présentation

La pompe que l'on vous demande d'étudier est extraite d'un pilote automatique de bateau.



Le pilote automatique actionne la barre du gouvernail pour que le voilier garde le cap programmé.

La pompe hydraulique permet de mettre sous pression l'huile utilisée par le vérin qui agit sur la barre. On dispose d'un exemplaire en situation sur le banc, d'un exemplaire écorché et d'un plan (document joint).

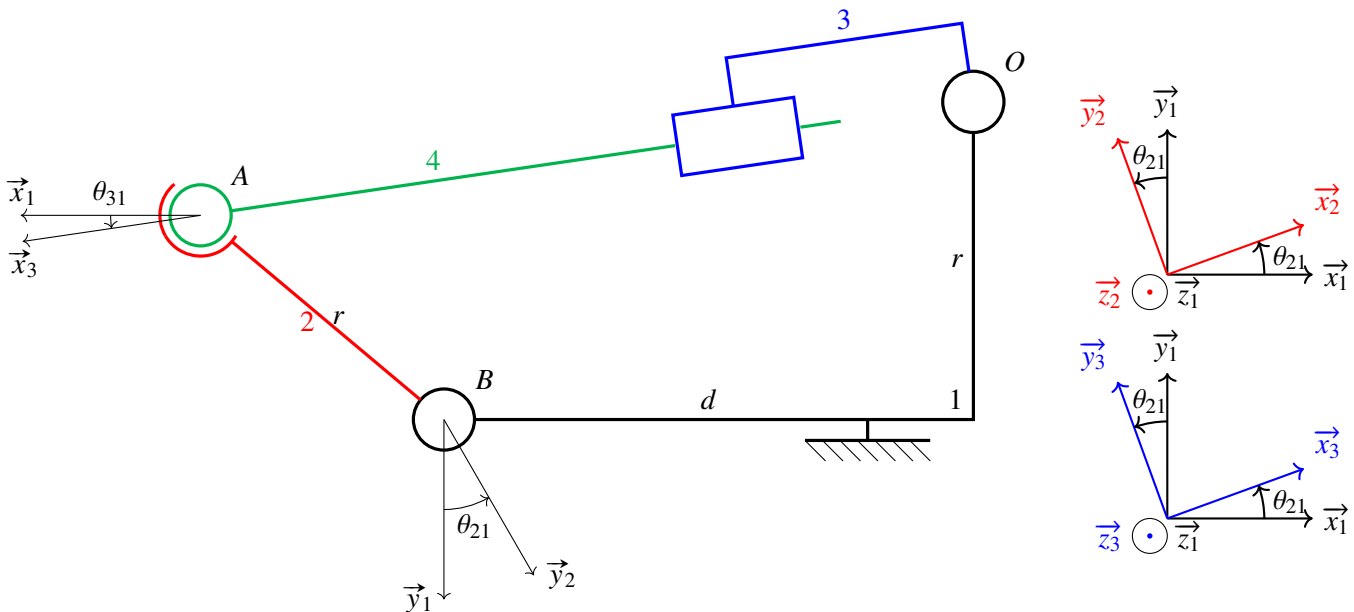
2 Modélisation

On donne ci-dessous le schéma cinématique du système en vue de dessus. On note 1 le bâti (coque du bateau), 2 le gouvernail, 3 le corps de pilote, 4 la tige du pilote.

Le corps 3 et la barre 2 sont articulés sur la coque 1 respectivement en O et B . La barre 2 et la tige 4 sont articulées en A . La tige 4 ne peut que translater par rapport au corps 3.

Les articulations horizontales qui permettent au système de s'adapter aux différences de hauteur de la coque ne sont pas représentées sur ce schéma plan.

2.1 Schéma cinématique



A l'instant initial OA est perpendiculaire à AB et dans cette position $\vec{OA}_0 = d \cdot \vec{x}_1$.

On pose :

$$\vec{OA} = (d + x) \cdot \vec{x}_3 \text{ où } x \text{ est le déplacement de la tige et } \vec{AB} = r \cdot \vec{y}_2; \vec{OB} = d \cdot \vec{x}_1 + r \cdot \vec{y}_1$$

$\theta_{21} = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$ l'angle de rotation de la barre et $\theta_{31} = (\vec{x}_1, \vec{x}_3)$ l'angle de rotation du corps.

On donne $r = 450$ mm et $d = 795$ mm.

2.2 Action de l'eau sur le safran

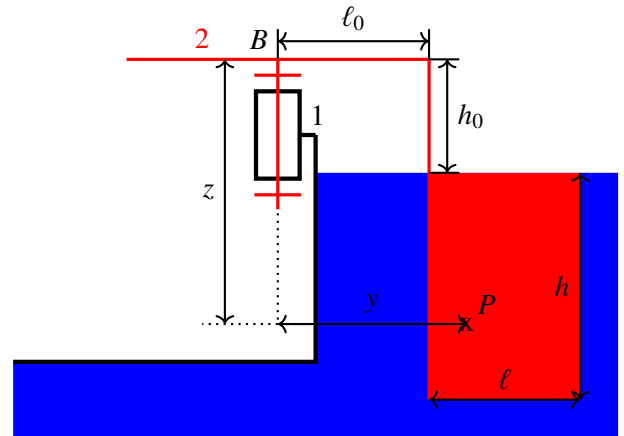
On modélise la résistance de l'eau au déplacement du safran, en tout point P de sa surface, par un effort élémentaire $d\vec{F}_{(eau \rightarrow 2)}$

$d\vec{F}_{(eau \rightarrow 2)} = p.dS.\vec{x}_2$ où p est une pression proportionnelle à la masse volumique de l'eau et au carré de la vitesse de déplacement du point P par rapport à la coque : $p = k.\rho.\vec{V}_{(P,2/1)}^2$.

On cherche alors à déterminer la résultante du torseur des actions de l'eau sur le safran du gouvernail que l'on modélise par une plaque rectangulaire longueur ℓ et de hauteur h . Aussi :

$$\begin{aligned}\vec{V}_{(P,2/1)} &= \vec{V}_{(B,2/1)} + \overrightarrow{PB} \wedge \vec{\Omega}_{(2/1)} \\ &= (y.\vec{y}_2 - z.\vec{z}_2) \wedge \dot{\theta}_{21}.\vec{z}_2 \\ &= y.\dot{\theta}_{21}.\vec{x}_2\end{aligned}$$

On donne $\ell_0 = 600$ mm, $\ell = 250$ mm, $h_0 = 350$ mm et $h = 600$ mm.



3 Recherche de l'équilibre

On se place dans le cas d'un déplacement à vitesse constante du safran. Les effets dynamiques sont négligés.

3.1 Étude de l'action de l'eau sur le safran

On rappelle l'effort élémentaire de l'eau sur le safran 2 : $d\vec{F}_{(eau \rightarrow 2)} = p.dS.\vec{x}_2$ avec $p = k.\rho.\vec{V}_{(P,2/1)}^2$.

- Q - 1 : Déterminer l'expression de l'effort élémentaire de l'eau sur le safran 2 $d\vec{F}_{(eau \rightarrow 2)}$ en fonction de y , de $\dot{\theta}_{21}$ et des paramètres constants.
- Q - 2 : Déterminer l'expression $d\vec{M}_{(B,eau \rightarrow 2)}$ du moment au point B de l'effort élémentaire de l'eau sur le safran 2 exercé au point P tel que $\overrightarrow{BP} = y.\vec{y}_2 - z.\vec{z}_2$.
- Q - 3 : Déterminer l'expression au point B du torseur des actions mécaniques exercées par l'eau sur l'ensemble du safran 2.
- Q - 4 : Pour le fun, déterminer l'axe central de ce torseur.

3.2 Action mécanique de poussée du vérin

On considère que le fluide dans le vérin permet d'exercer un effort de poussée $F_{hyd}.\vec{x}_3$ du corps 3 sur la tige 4 et on néglige les actions mécaniques de pesanteur.

- Q - 5 : En isolant le vérin hydraulique (ensemble 3, 4), montrer que les actions mécaniques de 3 sur 1 et de 4 sur 2 sont modélisables par des glisseurs de direction \vec{x}_3 .
- Q - 6 : En isolant la tige 4 du vérin du vérin exprimer $\mathcal{F}_{4 \rightarrow 2}$ en fonction de F_{hyd} .
- Q - 7 : Isoler le bras/safran 2 et en déduire F_{hyd} en fonction des actions mécanique de l'eau sur le safran.

3.3 Pression dans le vérin

Le vérin possède double tige. Elle traverse le corps du vérin. La tige possède un diamètre D_t . Le corps du vérin est un corps creux cylindrique de diamètre intérieur D_c .

Q - 8 : *Pourquoi a-t-on choisi un vérin à double tige ?*

Q - 9 : *En supposant que les pressions de part et d'autre du piston sont p_0 (pression atmosphérique) et p_e (pression pour établir l'équilibre), déterminer l'expression de p_e en fonction de l'ensemble des données du problème.*