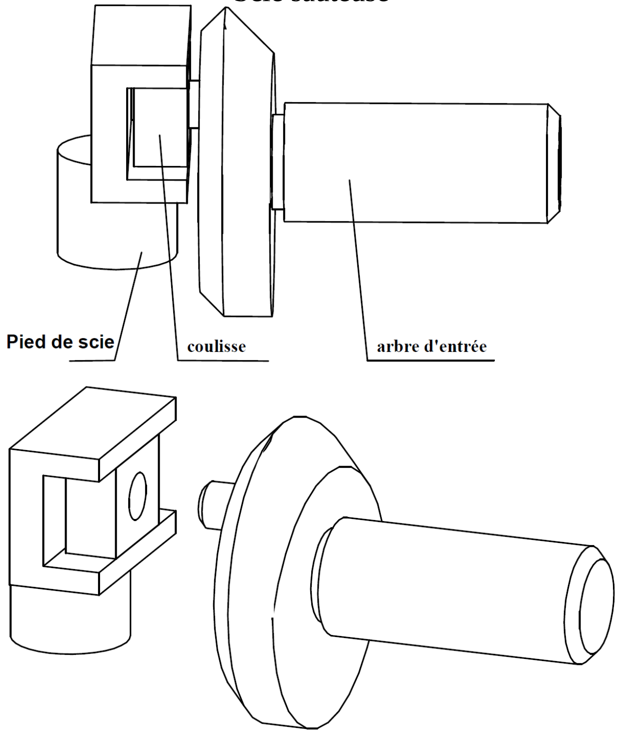
Td 6 CI-4 : Modéliser les systèmes de solides prévoir et vérifier leurs performances

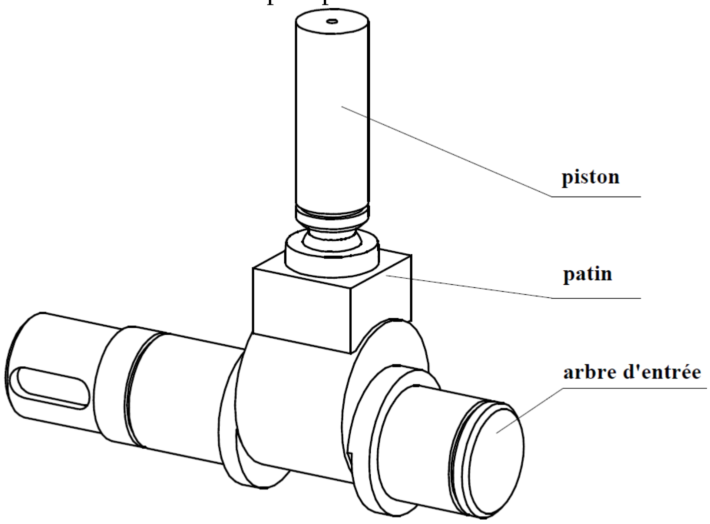
Exercice 1 : Liaisons géométriques

Effectuez le graphe des liaisons puis le schéma cinématique de chaque mécanisme dont les formes des pièces sont définies par les perspectives.

Scie sauteuse



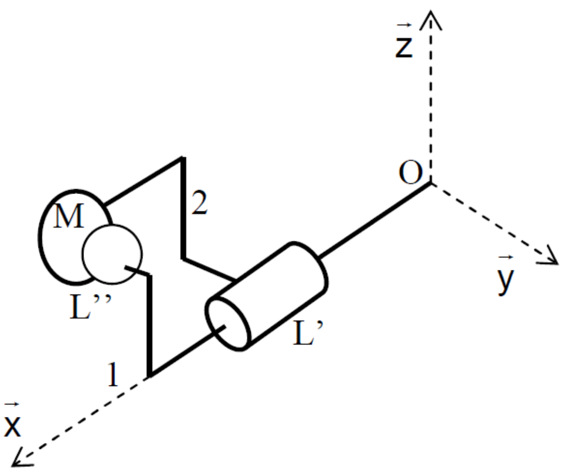
Pompe à pistons radiaux



Exercice 2 : Liaisons équivalentes

Le schéma ci contre définit l'association de deux liaisons en parallèle entre deux solides.

On note $\overrightarrow{OM} = a.\vec{x} + b.\vec{y} + c.\vec{z}$, a, b et c étant des nombres quelconques, éventuellement nuls.

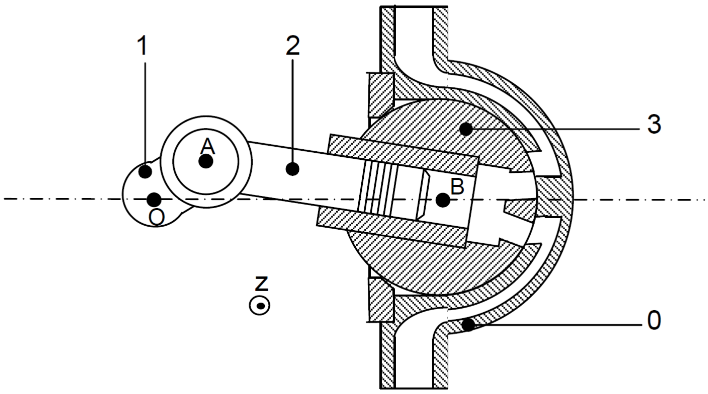


- **Q - 1 :** *Définir les liaisons L' et L'' (noms, caractéristiques et torseurs cinématiques).*
- **Q - 2 :** *Ecrire le système d'équations définissant le torseur cinématique de la liaison équivalente entre les solides **1** et **2**, au point M.*
- **Q - 3 :** *Si $c = 0$, quelle est la liaison équivalente entre les solides **1** et **2** ?*

Exercice 3 : Pompe oscillante

On considère une pompe oscillante.

La manivelle (1) tourne par rapport au bâti (0) autour de l'axe $(0, \vec{z})$. Le piston (2) tourne par rapport à (1) autour de l'axe $(A, \vec{z})$. Le bloc oscillant (3) est de forme sphérique. (2) et (3) glissent l'un dans l'autre selon la direction (AB).



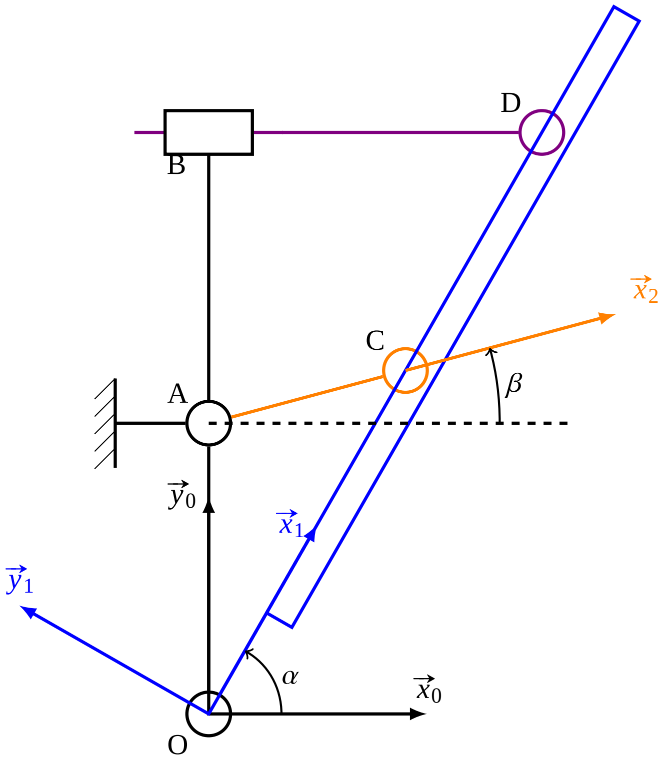
Q - 1 : *Expliquer le fonctionnement de cette pompe.*

Q - 2 : *Tracer le graphe des liaisons.*

Q - 3 : *Dessiner le schéma cinématique de ce mécanisme.*

Q - 4 : *Dessiner le schéma cinématique d'une modélisation plane de ce mécanisme.*

Exercice 4 : Mécanisme à mouvement alternatif



Au bâti **0** est associé le repère $R_0(O, \vec{x_0}, \vec{y_0}, \vec{z_0})$. on pose:

$\overrightarrow{OA} = a.\vec{y_0}$ $\quad$ $\overrightarrow{OB} = b.\vec{y_0}$

La pièce **1** est liée au bâti **0** par une liaison pivot d'axe $O, \vec{z_0}$. On lui attache le repère $R_1(O, \vec{x_1}, \vec{y_1}, \vec{z_0})$ et on pose:

$\alpha = (\vec{x_0}, \vec{x_1})$

La biellette **2** est liée au bâti **0** par une liaison pivot d'axe $(A, \vec{z_0})$. On lui attache le repère $R_2(O, \vec{x_2}, \vec{y_2}, \vec{z_2})$ et on pose:

$\overrightarrow{AC} = c.\vec{x_2}$ $\quad$ $\beta = (\vec{x_0}, \vec{x_2})$

Elle est également liée à la pièce 1 en C, par une liaison linéaire annulaire d'axe $(O, \vec{x_1})$.

Le coulisseau **3** est lié au bâti par une liaison glissière d'axe $(B, \vec{x_0})$. On pose:

$\overrightarrow{BD} = \lambda.\vec{x_0}$ $\quad$ $\overrightarrow{OC} = \mu.\vec{x_1}$

Il est également lié à la pièce **1** en D par une liaison linéaire annulaire d'axe $(O, \vec{x_1})$.

Le problème est supposé plan. L'objectif est de déterminer les relations entre les différents paramètres dans un système en chaîne fermée. Le système considéré est un mécanisme à mouvement alternatif.

Q - 1 : *Tracer le graphe de structure (ou graphe des liaisons) ;*

Q - 2 : *Déterminer une relation entre α et β à l'aide d'une fermeture géométrique.*

Q - 3 : *Caractériser les torseurs cinématiques associés à chaque liaison.*

Q - 4 : *Déterminer la relation entre $\dot{\beta}$ et $\dot{\alpha}$. en fonction de la géométrie et des différents angles.*

Q - 5 : *Déterminer la relation entre $\dot{\beta}$ et $\dot{\lambda}$ en fonction de la géométrie et des différents angles.*

Approche graphique

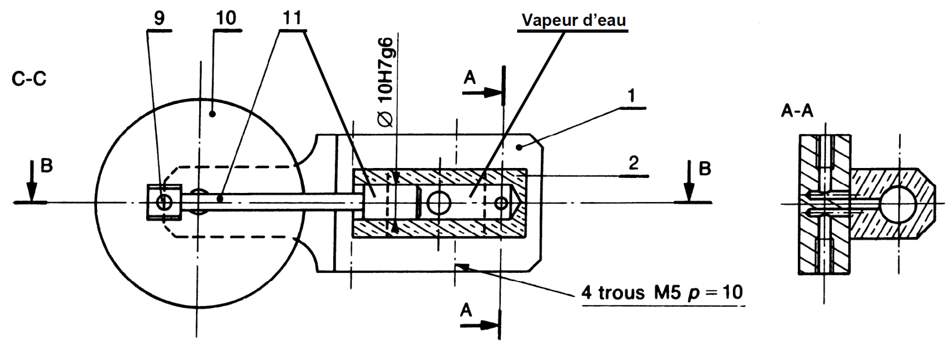
Un moteur non représenté entraine la pièce **2** en rotation dans le sens trigonométrique à la vitesse de 60 tr/min. La biellette **2** mesure AC = 8 cm.

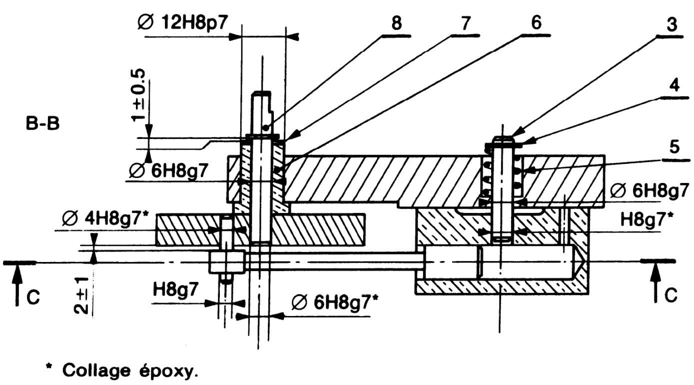
Q - 6 : *En effectuant les traces sur le document, déterminer la vitesse du coulisseau 3 dans la configuration du dessin.*

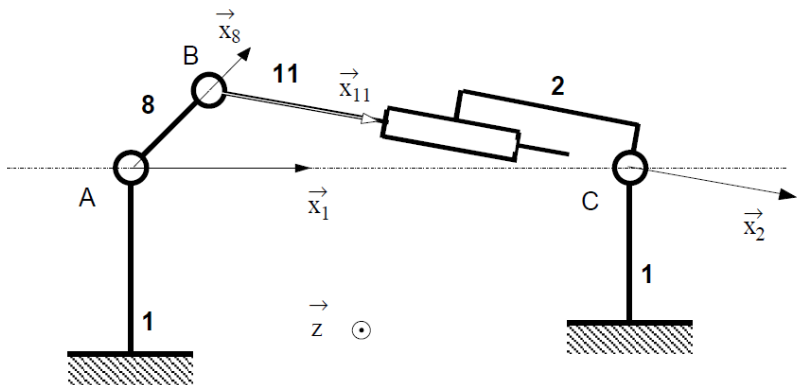
Exercice 5 : Micro Moteur à vapeur

Le système représenté ci-dessous est un micro moteur à vapeur utilisé dans les modèles réduits. De la vapeur d'eau est injectée dans le cylindre **2** et agit sur le piston **11**. Celui-ci se translate alors dans le cylindre **2**, ce qui permet, par l'intermédiaire du système bielle (piston **11**) - manivelle (pièce **8**), d'entraîner la rotation de l'arbre **8** par rapport au bâti **1**.

Q - 1 : *Préciser en le justifiant le nom de la liaison entre **11** et **2**.*







Le modèle cinématique de ce micro moteur est représenté sur la figure ci-dessus. Il s'agit d'un modélisation plane. Les vecteurs $\vec{y}_i$, non représentés sur le schéma ci-contre, sont évidemment tels que les bases $\mathcal{B}(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z})$ soient orthonormées directes.

Le système évolue dans le plan de normale $\vec{z}$.

On associe au bâti **1**, supposé fixe, le repère $\mathcal{R}_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z})$ tel que $\overrightarrow{AC} = L.\vec{x}_1$
On associe à la manivelle **8** le repère $\mathcal{R}_8(A, \vec{x}_8, \vec{y}_8, \vec{z})$ tel que $\overrightarrow{AB} = e.\vec{x}_8$
On associe au piston **11** le repère $\mathcal{R}_{11}(A, \vec{x}_{11}, \vec{y}_{11}, \vec{z})$ tel que $\vec{x}_{11}$ soit dans la direction principale de la pièce.
On associe au cylindre **2** le repère $\mathcal{R}_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z})$ tel que $\vec{x}_2$ soit dans la direction principale de la pièce.

$\mathcal{L}_{8/1}$: pivot d'axe $(A, \vec{z})$: on lui associe le paramètre θ tel que $\theta = (\vec{x}_1, \vec{x}_8) = (\vec{y}_1, \vec{y}_8)$
$\mathcal{L}_{11/8}$: pivot d'axe $(B, \vec{z})$: on lui associe le paramètre β tel que $\theta = (\vec{x}_8, \vec{x}_{11}) = (\vec{y}_8, \vec{y}_{11})$
$\mathcal{L}_{2/11}$: glissière de direction (BC) : on lui associe le paramètre x tel que $\overrightarrow{BC} = (L + x).\vec{x}_2$
$\mathcal{L}_{2/1}$: pivot d'axe $(C, \vec{z})$: on lui associe le paramètre α tel que $\alpha = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$

Q - 2 : *Faire le graphe des liaisons de ce système.*

Q - 3 : *Tracer les trois figures géométrales de passage des bases $\mathcal{B}1$ à $\mathcal{B}8$, $\mathcal{B}8$ à $\mathcal{B}11$ et $\mathcal{B}1$ à $\mathcal{B}2$.*

Q - 4 : *Écrire l'équation vectorielle de fermeture linéaire provenant de la fermeture géométrique et en déduire les deux équations scalaires obtenues en projetant sur les directions $\vec{x}_1$ et $\vec{y}_1$.*

Q - 5 : *Écrire l'équation scalaire de fermeture angulaire.*

Q - 6 : *Déterminer la relation $x(\theta)$ entre le déplacement x du piston **11** dans le cylindre **2** et l'angle de rotation θ de la manivelle **8** par rapport au bâti **1**.*

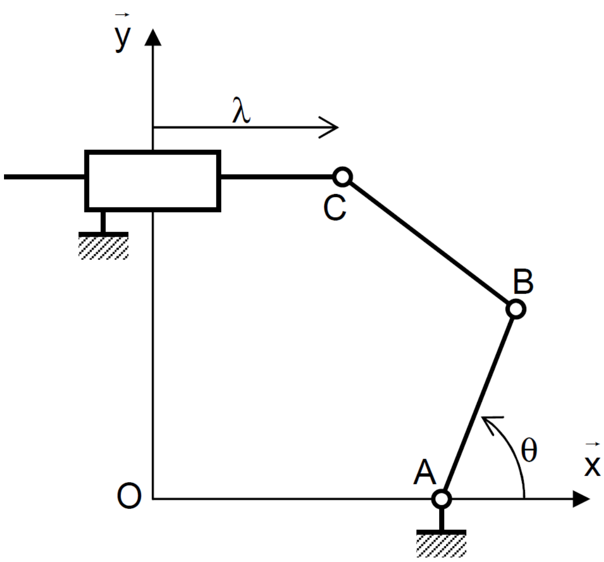
Q - 7 : *Déterminer la relation $\alpha(\theta)$ entre la rotation α du cylindre **2** et l'angle de rotation θ de la manivelle **8** par rapport au bâti **1**.*

Q - 8 : *Déterminer la course c du piston **11** dans le cylindre **2** ($c = \Delta x = x_{maxi} - x_{mini}$).*

Q - 9 : *Déterminer le débattement angulaire δ du cylindre **2** ($\delta = \Delta\alpha = \alpha_{maxi} - \alpha_{mini}$).*

Q - 10 : *Retrouver ces deux derniers résultats graphiquement.*

Exercice 6 : Transformation de mouvement



$$\begin{aligned} OA &= L_1 \\ AB &= L_2 \\ BC &= L_3 \\ \overrightarrow{OC} &= \lambda.\vec{x} + H.\vec{y} \end{aligned}$$

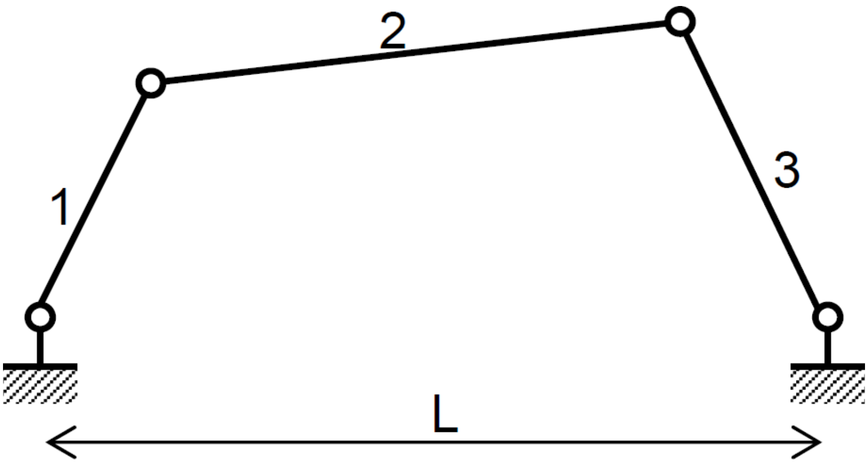
Q - 1 : *Proposer un paramétrage du mécanisme.*

Q - 2 : *Tracer le graphe des liaisons de ce mécanisme.*

Q - 3 : *Déterminer une relation entre λ et θ .*

Exercice 7 : Système 3 barres

On considère le mécanisme de 3 barres articulées ci-dessous.



Q - 1 : *Tracer le graphe des liaisons de ce mécanisme.*

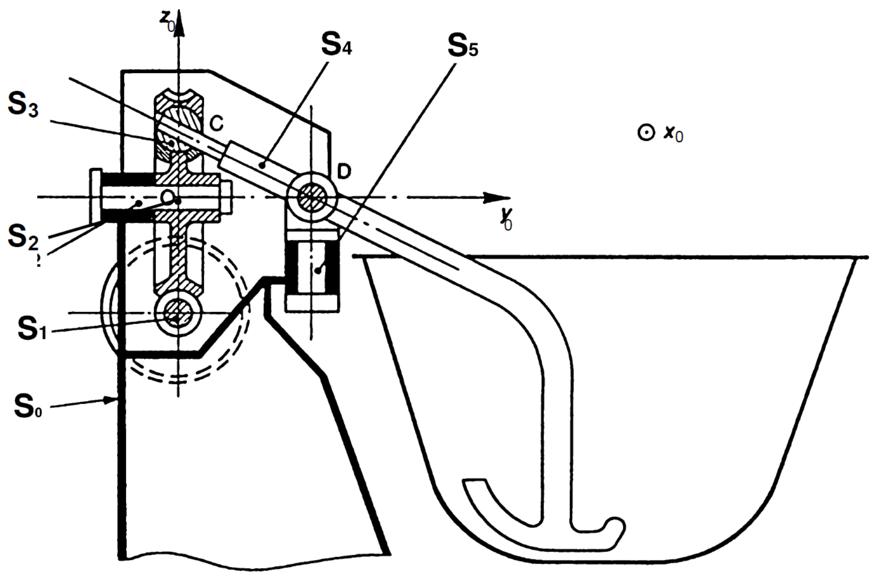
Q - 2 : *Proposer un paramétrage d'étude de ce mécanisme.*

Q - 3 : *Trouver une relation entre le paramètre d'entrée (rotation de 1) et le paramètre de sortie (rotation de 3).*

Q - 4 : *Déterminer les relations de fermeture de la chaîne cinématique.*

Q - 5 : *Retrouver l'équation de la fermeture cinématique en dérivant l'équation de la fermeture géométrique.*

Exercice 8 : Malaxeur



La figure représente de façon schématique un malaxeur. Un moteur électrique entraîne la vis sans fin (S_1) qui engrène avec la roue (S_2). Cette roue est en liaison pivot d'axe $(O, \vec{y}_0)$ avec le bâti (S_0). La rotation de cette roue (S_2) va provoquer le mouvement du bras mélangeur (S_4) par l'intermédiaire des pièces (S_3) et (S_5). (S_3) est en contact avec (S_2) sur une surface sphérique de centre C et avec (S_4) sur une surface cylindrique de révolution d'axe $(C, \vec{z}_4)$. (S_5) est liée au bras (S_4) par une liaison pivot d'axe $(D, \vec{x}_5)$ et au bâti (S_0) par une liaison pivot d'axe $(D, \vec{z}_0)$.

REMARQUE: On ne tient pas compte dans l'exercice de la vis sans fin (S_1).

Le repère $\mathcal{R}(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est lié à (S_0), le repère $\mathcal{R}(O, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ à (S_2), le repère $\mathcal{R}(D, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$ à (S_4), et le repère $\mathcal{R}(D, \vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_5)$ à (S_5). On note $\overrightarrow{OC} = r.\vec{z}_2$, $\overrightarrow{CD} = -\lambda.\vec{z}_4$ (λ variable), $\overrightarrow{OD} = L.\vec{y}_0$, $\alpha = (\vec{z}_0, \vec{z}_2) = (\vec{x}_0, \vec{x}_2)$, $\beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_5) = (\vec{y}_0, \vec{y}_5)$ et $\gamma = (\vec{y}_5, \vec{y}_4) = (\vec{z}_5, \vec{z}_4)$.

Q - 1 : *Préciser les liaisons (nom, caractéristiques et torseur cinématique) entre les pièces $(S_2)/(S_3)$ et (S_3/S_4). Déterminer la liaison cinématique $\mathcal{L}_{2/4}$ équivalente aux liaisons $\mathcal{L}_{2/3}$ et $\mathcal{L}_{3/4}$.*

On considère pour la suite de l'exercice la liaison équivalente $\mathcal{L}_{2/4}$.

Q - 2 : *Compléter le schéma cinématique minimal en perspective du mécanisme, et indiquer sur ce schéma les points C, D, les angles α, β et les vecteurs $\vec{z}_2$ et $\vec{x}_5$.*

Q - 3 : *Récapituler les étapes à effectuer pour faire une étude géométrique et cinématique d'un mécanisme.*

Q - 4 : *Effectuer un paramétrage de la position relative des solides les uns par rapport aux autres.*

Q - 5 : *Représenter le graphe des liaisons du mécanisme.*

Q - 6 : *Par une projection judicieuse de la fermeture géométrique du système, trouver la relation entrée (angle α) sortie (angle β) du mécanisme.*

Q - 7 : *Par projection de la fermeture géométrique du mécanisme sur deux autres vecteurs, montrer que λ est constant.*

Q - 8 : *Ecrire la forme des torseurs cinématiques des liaisons (S_5/S_4), (S_4/S_2), (S_2/S_0), et (S_5/S_0).*

Q - 9 : *Ecrire en un point judicieusement choisi l'équation vectorielle des vitesses issue de la fermeture cinématique de la boucle du graphe des liaisons.*

Q - 10 : *Projeter cette équation sur $\vec{x}_5$ et déterminer de nouveau la loi entrée sortie du mécanisme. Vérifier que la loi obtenue est la même que la précédente.*