

CI-4 MODÉLISER LES SYSTÈMES DE SOLIDES PRÉVOIR ET VÉRIFIER LEURS PERFORMANCES

Objectifs

MODELISER REPRESENTER

A la fin de la séquence, l'élève devra être capable de :

- **B2** : Proposer un modèle de connaissance et de comportement
 - Déterminer le torseur cinématique d'un solide par rapport à un autre solide
 - Proposer une modélisation des liaisons avec une définition précise de leurs caractéristiques géométriques
 - Associer le paramétrage au modèle retenu
 - Associer à chaque liaison son torseur cinématique
- **C2** : Procéder à la mise en œuvre d'une démarche de résolution analytique
 - Déterminer la loi entrée - sortie géométrique d'une chaîne cinématique.
 - Déterminer les relations de fermeture de la chaîne cinématique
 - Déterminer la loi entrée - sortie cinématique d'une chaîne cinématique
 - Résoudre le système associé à la fermeture cinématique

Table des matières

1 Liaisons entre les solides	2
1.1 Contact entre deux solides	2
1.2 Degrés de liberté	2
1.3 Les liaisons normalisées	3
2 Modélisation cinématique d'un mécanisme	3
2.1 Classe d'équivalence cinématique	3
2.2 Graphe des liaisons	3
2.3 Liaison cinématique équivalente	4
2.4 Schéma cinématique	4
2.5 Cas de la modélisation plane	5
3 Etude géométrique et cinématique des chaînes simples fermées de solides	5
3.1 Définition	5
3.2 Paramétrage	5
3.3 Etude géométrique	6
3.4 Loi entrée sortie	6
3.5 Etude cinématique	7
4 Etude géométrique et cinématique des chaînes complexes de solides	7
4.1 Définition	7
4.2 Nombre cyclomatique	7
4.3 Etude cinématique	8

1 Liaisons entre les solides

1.1 Contact entre deux solides

1.1.1 Liaisons géométriques

Une liaison entre deux solides est une relation de contact entre ces deux solides. Ce contact est caractérisé par sa géométrie et les mouvements relatifs qu'il autorise entre les deux solides. L'analyse des liaisons se fait en considérant la nature des surfaces en contact.

REMARQUE: Les zones de contact réelles entre deux solides sont surfaciques. Par contre la modélisation par solide rigide des pièces réelles introduit la notion de zone de contact ponctuelle et linéique. Si on introduit une notion de déformation dans le comportement des solides, les zones de contact deviennent surfaciques.

1.1.2 Géométrie des contacts

	Plan	Cylindre	Sphère
Plan			
Cylindre	-		
Sphère	-	-	

On considère les contacts entre trois types de surfaces : plan, cylindre ou sphère.

Les zones de contacts sont de diverses natures et dépendent de la notion de contact intérieur ou extérieur.

	Plan	Cylindre	Sphère
Plan	Plan	Droite	Point
Cylindre	-	Droite ou Cylindre	Cercle
Sphère	-	-	Sphère ou Point

1.2 Degrés de liberté

Pour les liaisons, on définit un repère local $\mathcal{R}(A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ à partir des caractéristiques géométriques des contacts. Ce repère est ensuite associé à chaque solide. On détermine ensuite les possibilités de mouvements entre les solides (d'un repère par rapport à l'autre) autorisés, sans changer la nature du contact.

DÉFINITION: Nombre de degrés de liberté d'une liaison entre deux solides (ddl)

|| Nombre de mouvements relatifs indépendants que la liaison autorise entre ces deux solides.

Le nombre de degrés de liberté est au plus égal à 6 : 3 translations et 3 rotations.

Si il est égal à 0, la liaison est dite **encastrement**. S'il est égal à 6, la liaison est dite **libre**.

Soient deux solides indéformables S_1 et S_2 . Leurs champs de vitesses sont des champs équiprojectifs, donc des champs de moments. On peut alors définir le torseurs du mouvement relatif de S_2 par rapport à un solide S_1 $\left\{ \mathcal{V}_{S_2/S_1} \right\}$:

$$\left\{ \mathcal{V}_{S_2/S_1} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}_{(S_2/S_1)} \\ \vec{V}_{(M \in S_2/S_1)} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} p_{21} \cdot \vec{x} + q_{21} \cdot \vec{y} + r_{21} \cdot \vec{z} \\ u_{21} \cdot \vec{x} + v_{21} \cdot \vec{y} + w_{21} \cdot \vec{z} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{cc} p_{21} & u_{21} \\ q_{21} & v_{21} \\ r_{21} & w_{21} \end{array} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

1.3 Les liaisons normalisées

Les degrés de liberté peuvent être exprimés en terme cinématique. Les liaisons les plus courantes rencontrées en construction mécanique sont normalisées par l'AFNOR (norme NF E 04-015 et norme NF en ISO 3952-1). A chaque liaison est associée un nom et une schématisation (cf dernières pages du cours).

Les liaisons normalisées sont parfaites, c'est à dire qu'elles ont les caractéristiques suivantes :

- Les pièces mécaniques sont des solides indéformables.
- Les surfaces sont géométriquement parfaites.
- Les jeux sont nuls.
- Le contact est sans frottement ni adhérence.

2 Modélisation cinématique d'un mécanisme

DÉFINITION: Mécanisme

|| Ensemble de pièces mécaniques (solides) reliées entre elles par des liaisons.

2.1 Classe d'équivalence cinématique

DÉFINITION: Classe d'équivalence cinématique

|| Ensemble de pièces qui n'ont aucun mouvement relatif entre elles. Elles sont liées complètement entre elles (liaison encastrement) et ont donc le même mouvement.

REMARQUES :

- Toutes les pièces qui se déforment sont à exclure des groupes cinématiques (ressorts,...).
- Les éléments roulants des roulements, constituant chacun un groupe cinématique, ne sont pas pris en compte.

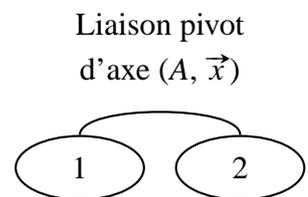
2.2 Graphe des liaisons

Le graphe des liaisons répertorie les classes d'équivalence cinématique et les liaisons entre elles. Chaque classe d'équivalence cinématique sera représentée par un cercle et chaque liaison entre classe sera représentée par une ligne joignant les deux cercles. Chaque ligne sera repérée afin de décrire la liaison.

EXEMPLE : la classe d'équivalence 1 est en contact à la classe d'équivalence 2 par l'intermédiaire d'une liaison pivot.

Pour établir le graphe des liaisons, il faut :

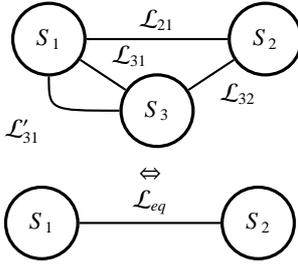
1. Etablir les classes d'équivalence cinématique
2. Rechercher les classes en contact.
3. Pour chaque contact, définir les mouvements relatifs autorisés.
4. Dédire des mouvements relatifs, le type de liaison correspondant à l'aide du tableau des liaisons normalisées.
5. Nommer et définir les caractéristiques géométriques de la liaison.



REMARQUE: Si un élément roulant relie deux classes d'équivalences, il faut prendre en compte le modèle de liaison de l'élément roulant. On associe ainsi un modèle de liaison pour chaque roulement entre la bague intérieure liée à un solide et la bague extérieure liée à un autre solide.

2.3 Liaison cinématique équivalente

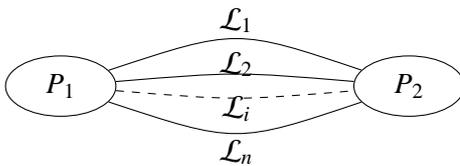
2.3.1 Définition d'une liaison équivalente



Supposons qu'il existe entre deux pièces (S_1) et (S_2) plusieurs liaisons réalisées avec ou sans pièces intermédiaires. La liaison équivalente à l'ensemble des liaisons situées entre la pièce (S_1) et la pièce (S_2) est la liaison théorique de référence (\mathcal{L}_{eq}) qui a le même comportement que cette association de liaisons, et qui autorise le même mouvement.

La liaison équivalente doit appartenir aux liaisons normalisées.

2.3.2 Liaisons en parallèle



DÉFINITION: Liaisons en parallèle

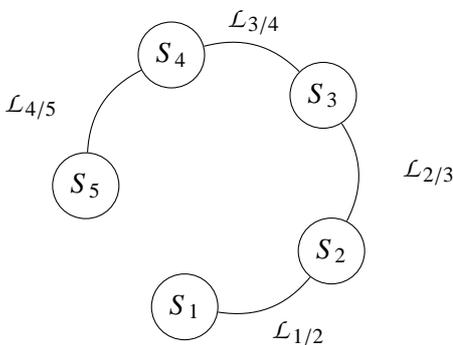
n liaisons (\mathcal{L}_1), (\mathcal{L}_2), ..., (\mathcal{L}_n) sont disposées en parallèle entre deux solides (S_1) et (S_2) si chaque liaison relie directement ces deux solides.

Pour que la liaison équivalente \mathcal{L}_{eq} entre P_1 et P_2 soit compatible avec les autres liaisons simples parallèles, il faut que son torseur cinématique soit égal au torseur cinématique associé à chaque liaison parallèle :

$$\left\{ \mathcal{V}_{P_2/P_1}^{\mathcal{L}_{eq}} \right\} = \left\{ \mathcal{V}_{P_2/P_1}^{\mathcal{L}_1} \right\} = \dots = \left\{ \mathcal{V}_{P_2/P_1}^{\mathcal{L}_n} \right\}$$

REMARQUE: Les torseurs doivent être écrits au même point pour réaliser toute opération.

2.3.3 Liaisons en série ou chaîne ouverte.



DÉFINITION: Liaisons en série

n liaisons (\mathcal{L}_1), (\mathcal{L}_2), ..., (\mathcal{L}_n) sont disposées en série entre des solides (S_0) et (S_n) si elles sont à la suite l'une de l'autre par l'intermédiaire de $(n - 1)$ solides.

Par composition des vecteurs vitesses :

$$\left\{ \mathcal{V}_{P_n/P_1}^{\mathcal{L}_{eq}} \right\} = \left\{ \mathcal{V}_{P_n/P_{n-1}}^{\mathcal{L}_{n-1}} \right\} + \dots + \left\{ \mathcal{V}_{P_2/P_1}^{\mathcal{L}_1} \right\}$$

2.4 Schéma cinématique

DÉFINITION: Schéma cinématique

Représentation graphique d'un graphe des liaisons usuelles au moyen des symboles normalisés.

Le **schéma cinématique minimal** est le schéma cinématique du **graphe des liaisons minimal** (graphe des liaisons où on a remplacé, quand c'est possible, les liaisons en parallèle ou série par leurs liaisons équivalentes). Méthode de construction d'un schéma cinématique :

1. Mise en place de la géométrie.

- Choisir un mode de représentation adapté à l'agencement des différentes liaisons (vue plane, perspective isométrique) de manière à obtenir un schéma lisible et clair.
- Mettre en place les points et les axes mis en évidence dans le graphe des liaisons (caractéristiques géométriques des liaisons).

2. Choix d'une couleur par classe d'équivalence (à reporter sur le graphe des liaisons).
3. Installation des symboles normalisés de chaque liaison en respectant leurs caractéristiques géométriques et les couleurs du graphe des liaisons (une liaison fait intervenir 2 couleurs différentes).
4. Jonction matière : A l'aide de simples traits réunir les "sorties" des symboles pour représenter les sous-ensembles de pièces sans mouvement relatif. Reporter les numéros des classes d'équivalence sur ces sous-ensemble.

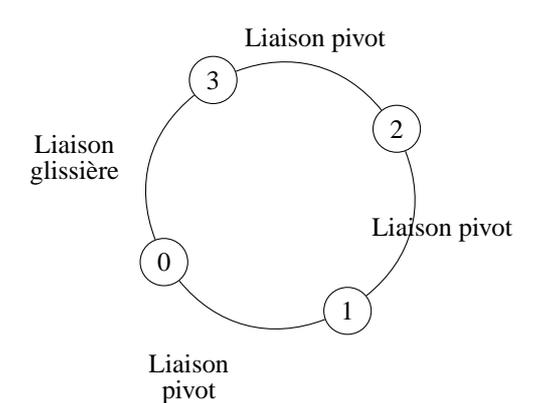
2.5 Cas de la modélisation plane

Dans un problème considéré comme plan, un solide possède au maximum **trois degrés de liberté** par rapport à un repère de référence : deux translations dans le plan, et une rotation selon un axe perpendiculaire au plan.

Quatre modèles de liaisons, correspondant à des formes particulières du torseur cinématique, peuvent être retenues : la liaison encastrement, la liaison pivot, la liaison glissière et la liaison ponctuelle plane.

3 Etude géométrique et cinématique des chaînes simples fermées de solides

3.1 Définition



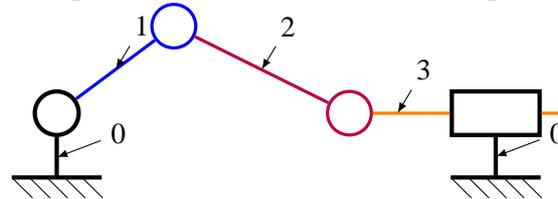
Nom	Bâti	Manivelle	Bielle	Piston
Numéro	0	1	2	3

DÉFINITION: Chaîne simple fermée

|| Chaîne simple ouverte dont les deux solides extrêmes ont une liaison entre eux.

EXEMPLE : Micro moteur, en modélisation plane.

Le graphe des liaisons est donné à gauche et le schéma cinématique est représenté ci-dessous en modélisation plane.

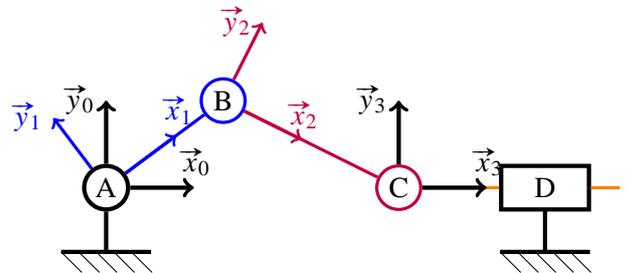


3.2 Paramétrage

3.2.1 Paramétrage des solides

A chaque solide, on associe un repère. Il est construit en prenant en compte les caractéristiques géométriques du solide et de ses liaisons.

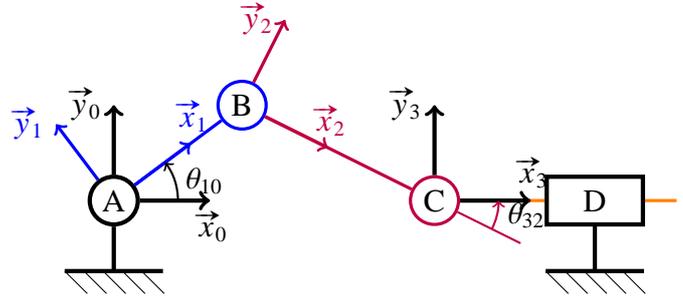
$$\vec{AB} = e. \vec{x}_1 \quad \vec{BC} = L. \vec{x}_2$$



3.2.2 Paramétrage des liaisons

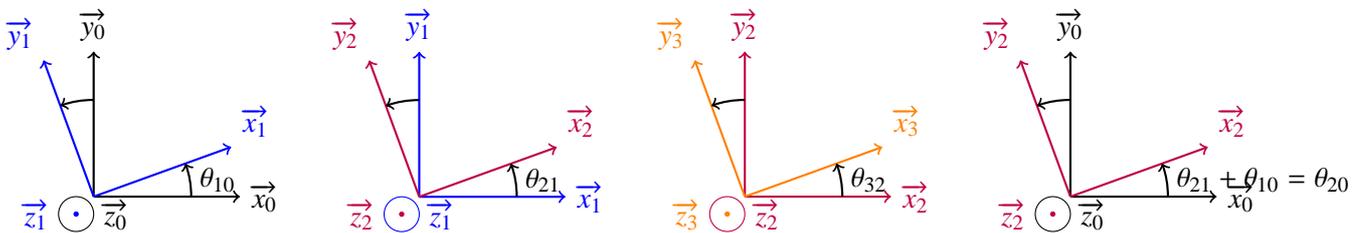
on associe à chaque liaison autant de paramètres que de degrés de liberté dans la liaison.

- Liaison bâti / manivelle : $(\vec{x}_0, \vec{x}_1) = \theta_{10}$.
- Liaison manivelle / bielle : $(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = \theta_{21}$.
- Liaison bielle / piston : $(\vec{x}_2, \vec{x}_3) = \theta_{32}$.
- Liaison piston / bâti : $\vec{AC} = X \cdot \vec{x}_0$, $(\vec{x}_0, \vec{x}_3) = 0$.



REMARQUE:

Penser à faire les figures géométrales pour chaque angle :



3.3 Etude géométrique

L'objectif est de déterminer des relations entre les paramètres des solides et des liaisons.

3.3.1 Aspect angulaire

$$\text{On établit une fermeture angulaire : } (\vec{x}_0, \vec{x}_1) + (\vec{x}_1, \vec{x}_2) + (\vec{x}_2, \vec{x}_3) + (\vec{x}_3, \vec{x}_0) = 0$$

$$\text{soit } \theta_{10} + \theta_{21} + \theta_{32} = 0$$

3.3.2 Aspect linéaire

On établit une fermeture géométrique (relation de Chasles obtenue en passant par les différents solides d'une chaîne fermée) :

$$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{0} \quad \text{soit} \quad e \cdot \vec{x}_1 + L \cdot \vec{x}_2 - X \cdot \vec{x}_0 = \vec{0}$$

On choisit ensuite une base de projection de manière à faire apparaître les paramètres. Ce choix doit être judicieux pour limiter les calculs (choix d'un repère intermédiaire entre les différents repères).

Ainsi, pour la fermeture géométrique, on obtient :

$$e \cdot \cos(\theta_{10}) + L \cdot \cos(\theta_{32}) - X = 0 \quad (\text{projection selon } \vec{x}_0)$$

$$-e \cdot \sin(\theta_{10}) + L \cdot \sin(\theta_{32}) = 0 \quad (\text{projection selon } \vec{y}_0)$$

3.4 Loi entrée sortie

DÉFINITION: Loi d'entrée-sortie d'un mécanisme

Relation entre les paramètres de position de la pièce d'entrée et les paramètres de position de la pièce de sortie du mécanisme.

Dans l'exemple du système bielle manivelle, on peut supposer que la pièce d'entrée est la manivelle, et la pièce de sortie, le piston. On cherche donc à déterminer la relation entre θ_{10} et X .

En élevant au carré chacune des équations de la fermeture géométrique et en sommant ces équations, il vient :

$$L^2 = X^2 - 2.X.e.\cos(\theta_{10}) + e^2$$

équation du second degré, qui une fois résolue (on ne garde que la solution physique) donne :

$$X = e.\cos(\theta_{10}) + L.\sqrt{1 - \left(\frac{e}{L}.\sin(\theta_{10})\right)^2}$$

REMARQUE: Le mécanisme ne peut pas fonctionner si $e > L$ (pas de solution mathématique, physiquement impossible).

3.5 Etude cinématique

On fait une fermeture de chaîne cinématique : $\{\mathcal{V}'_{3/2}\} + \{\mathcal{V}'_{2/1}\} + \{\mathcal{V}'_{1/0}\} = \{\mathcal{V}'_{3/0}\}$

$$\text{Avec : } \{\mathcal{V}'_{1/0}\} = \left\{ \begin{array}{c} \theta_{10} \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\} ; \quad \{\mathcal{V}'_{2/1}\} = \left\{ \begin{array}{c} \theta_{21} \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\} ; \quad \{\mathcal{V}'_{3/2}\} = \left\{ \begin{array}{c} \theta_{32} \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\} ; \quad \{\mathcal{V}'_{3/0}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ \dot{X} \cdot \vec{x}_0 \end{array} \right\}$$

En ramenant tout au point A, on obtient :

$$\begin{aligned} \theta_{10} + \theta_{21} + \theta_{32} &= 0 \\ -\theta_{32}.e.\vec{y}_1 - \theta_{32}.L.\vec{y}_2 - \theta_{21}.e.\vec{y}_1 &= \dot{X}.\vec{x}_0 \end{aligned}$$

REMARQUE: En partant de la fermeture géométrique et en dérivant dans le repère \mathcal{R}_0 , on obtient la même équation.

Les équations obtenues dans une fermeture de chaîne cinématique sont les dérivées des équations obtenues dans les fermetures géométriques.

4 Etude géométrique et cinématique des chaînes complexes de solides

4.1 Définition

DÉFINITION: Chaîne complexe de solides

|| Chaîne cinématique constituée de plusieurs chaînes simples fermées imbriquées.

4.2 Nombre cyclomatique

A partir d'un graphe de structure, il est possible de dégager différentes boucles utiles pour une étude géométrique et cinématique.

Le nombre de boucles indépendantes à prendre en considération est déterminé par le nombre cyclomatique ν . On peut montrer que ce nombre cyclomatique vaut :

$$\nu = \underbrace{N_L}_{\text{nombre de liaisons}} - \underbrace{p}_{\text{nombre de pièces}} + 1$$

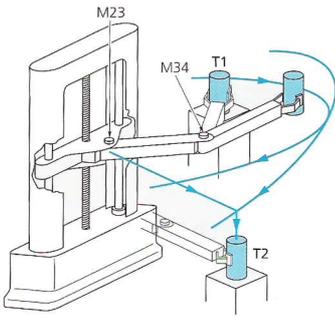


FIGURE 1 – Robot de manutention de type SCARA utilisé pour déplacer des pièces ou des outils d'un poste de travail T_1 vers le poste de travail T_2 .

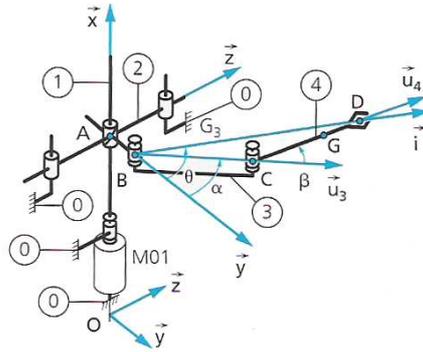


FIGURE 2 – Schéma cinématique d'un robot de manutention de type SCARA.

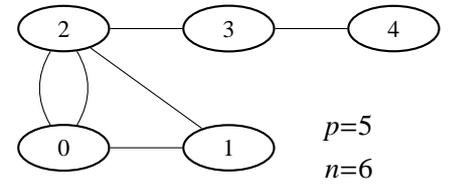


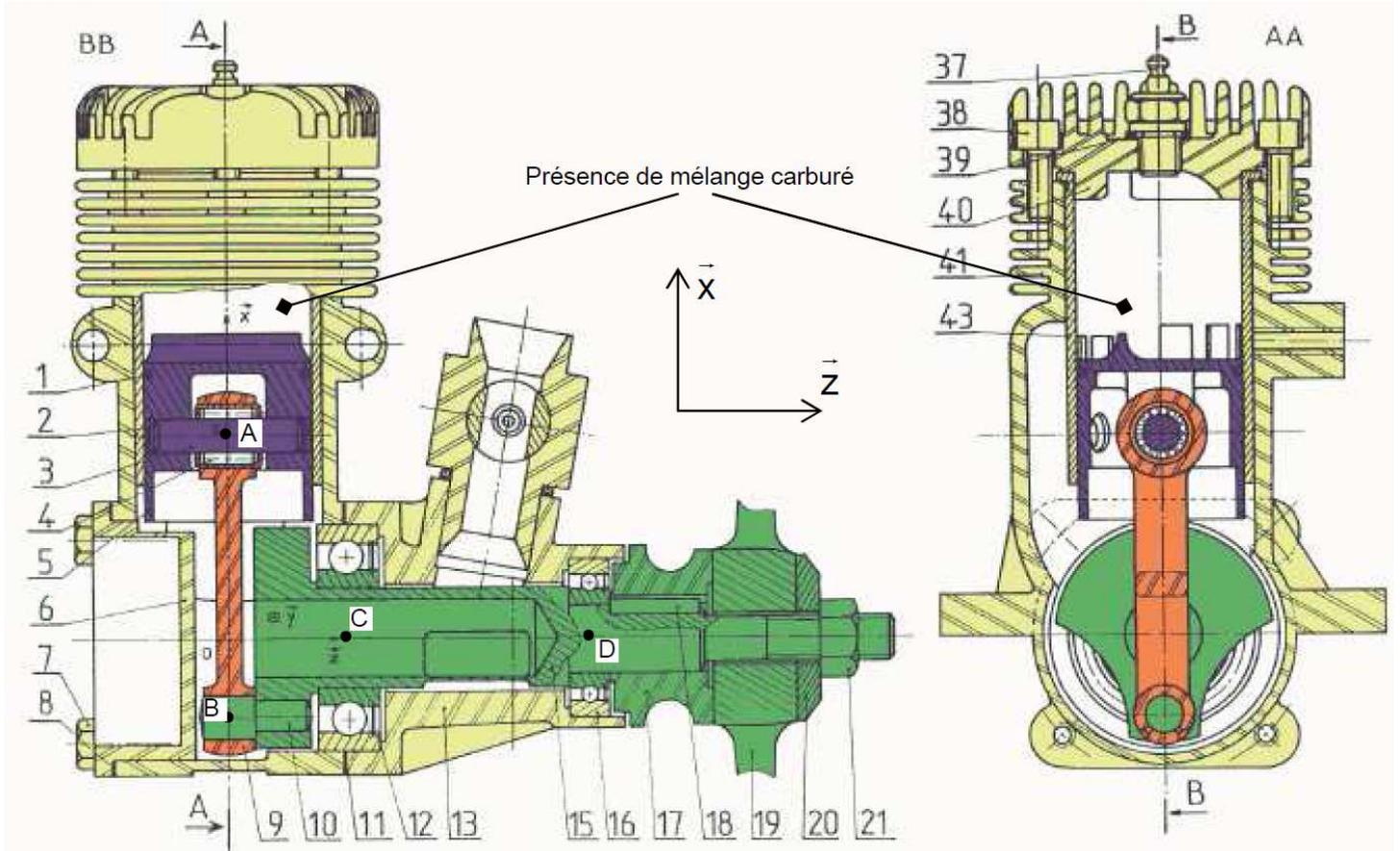
FIGURE 3 – Graphe de structure d'un robot de manutention de type SCARA.

EXEMPLE : Robot SCARA $\nu = 6 - 5 + 1 = 2$

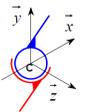
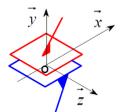
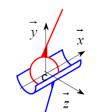
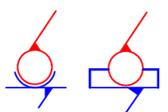
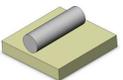
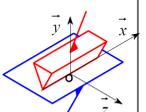
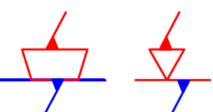
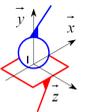
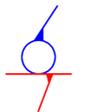
4.3 Etude cinématique

Il faut faire l'étude précédente (sur les chaînes simples) ν fois.

REMARQUE: L'étude des chaînes complexes sera réalisée l'année prochaine même si c'est théoriquement hors programme de CPGE...



ddl	Nom de la liaison	Schéma spatial	Schéma plan	Caractéristique géométrique	Torseur cinématique		Torseur des actions mécaniques transmissibles
					$\{ \mathcal{V}_{1/0} \} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{(S_1/S_0)} \\ \vec{V}_{(X \in S_1/S_0)} \end{Bmatrix}_X$		
0 ddl 0 tr 0 rt	Encastrement			$\forall M \in (\varepsilon)$	$_M \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$	$_M \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_0}$	$_M \begin{Bmatrix} X_{10} & L_{10} \\ Y_{10} & M_{10} \\ Z_{10} & N_{10} \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_0}$
1 ddl 1 tr 0 rt	Glissière 			1 direction \vec{x} $\forall M \in (\varepsilon)$	$_M \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ V \cdot \vec{x} \end{Bmatrix}$	$_M \begin{Bmatrix} 0 & u_{10} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_0}$	$_M \begin{Bmatrix} 0 & L_{10} \\ Y_{10} & M_{10} \\ Z_{10} & N_{10} \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_0}$
1 ddl 0 tr 1 rt	Pivot 			1 axe (A, \vec{x}) $\forall M \in (A, \vec{x})$	$_M \begin{Bmatrix} \omega \cdot \vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$	$_M \begin{Bmatrix} p_{10} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_0}$	$_M \begin{Bmatrix} X_{10} & 0 \\ Y_{10} & M_{10} \\ Z_{10} & N_{10} \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_0}$
1 ddl 1 tr 1 rt	Hélicoïdale 			1 axe (A, \vec{x}) $\forall M \in (A, \vec{x})$	$_M \begin{Bmatrix} \omega \cdot \vec{x} \\ V \cdot \vec{x} \end{Bmatrix}$ avec $V = \frac{p}{2\pi} \cdot \omega$	$_M \begin{Bmatrix} p_{10} & \frac{p}{2\pi} \cdot p_{10} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_0}$	$_M \begin{Bmatrix} X_{10} & -\frac{p}{2\pi} \cdot X_{10} \\ Y_{10} & M_{10} \\ Z_{10} & N_{10} \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_0}$
2 ddl 1 tr 1 rt	Pivot glissant 			1 axe (A, \vec{x}) $\forall M \in (A, \vec{x})$	$_M \begin{Bmatrix} \omega \cdot \vec{x} \\ V \cdot \vec{x} \end{Bmatrix}$	$_M \begin{Bmatrix} p_{10} & u_{10} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_0}$	$_M \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{10} & M_{10} \\ Z_{10} & N_{10} \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_0}$
2 ddl 0 tr 2 rt	Rotule à doigt 			1 point A, centre de liaison	$_A \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{(S_1/S_0)} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$ avec $_A \vec{\Omega}_{(S_1/S_0)} \cdot \vec{x} = 0$	$_A \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ q_{10} & 0 \\ r_{10} & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_0}$	$_A \begin{Bmatrix} X_{10} & L_{10} \\ Y_{10} & 0 \\ Z_{10} & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_0}$

ddl	Nom de la liaison	Schéma spatial	Schéma plan	Caractéristique géométrique	Torseur cinématique $\left\{ \mathcal{V}_{1/0} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}_{(S_1/S_0)} \\ \vec{V}_{(X \in S_1/S_0)} \end{array} \right\}$	Torseur des actions mécaniques transmissibles
3 ddl 0 tr 3 rt	Rotule 			1 point A, centre de liaison	$\left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}_{(S_1/S_0)} \\ \vec{0} \end{array} \right\}$ avec $\vec{\Omega}_{(S_1/S_0)}$ quelconque	$\left\{ \begin{array}{cc} p_{10} & 0 \\ q_{10} & 0 \\ r_{10} & 0 \end{array} \right\}_{\mathcal{B}_0}$
3 ddl 2 tr 1 rt	Appui plan 			Normal au plan $\vec{y}, \forall M \in (\varepsilon)$	$\left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}_{(S_1/S_0)} \\ \vec{V}_{(M \in S_1/S_0)} \end{array} \right\}$ avec $\vec{V}_{(M \in S_1/S_0)} \cdot \vec{y} = 0$	$\left\{ \begin{array}{cc} 0 & u_{10} \\ q_{10} & 0 \\ 0 & w_{10} \end{array} \right\}_{\mathcal{B}_0}$
4 ddl 1 tr 3 rt	Linéaire annulaire 			1 axe (A, \vec{x}) , centre de sphère A	$\left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}_{(S_1/S_0)} \\ V \vec{x} \end{array} \right\}$ avec $\vec{\Omega}_{(S_1/S_0)}$ quelconque	$\left\{ \begin{array}{cc} p_{10} & u_{10} \\ q_{10} & 0 \\ r_{10} & 0 \end{array} \right\}_{\mathcal{B}_0}$
4 ddl 2 tr 2 rt	Linéaire rectiligne 			Normal au plan \vec{y} , Droite de contact (A, \vec{x})	$\left\{ \begin{array}{c} \omega_x \cdot \vec{x} + \omega_y \cdot \vec{y} \\ \vec{V}_{(A \in S_1/S_0)} \end{array} \right\}$ avec $\vec{V}_{(A \in S_1/S_0)} \cdot \vec{y} = 0$	$\left\{ \begin{array}{cc} p_{10} & u_{10} \\ q_{10} & 0 \\ 0 & w_{10} \end{array} \right\}_{\mathcal{B}_0}$
5 ddl 2 tr 3 rt	Ponctuelle 			Normal au plan \vec{y} , point de contact A	$\left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}_{(S_1/S_0)} \\ \vec{V}_{(A \in S_1/S_0)} \end{array} \right\}$ avec $\vec{\Omega}_{(S_1/S_0)}$ quelconque et $\vec{V}_{(A \in S_1/S_0)} \cdot \vec{y} = 0$	$\left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ Y_{10} & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{\mathcal{B}_0}$