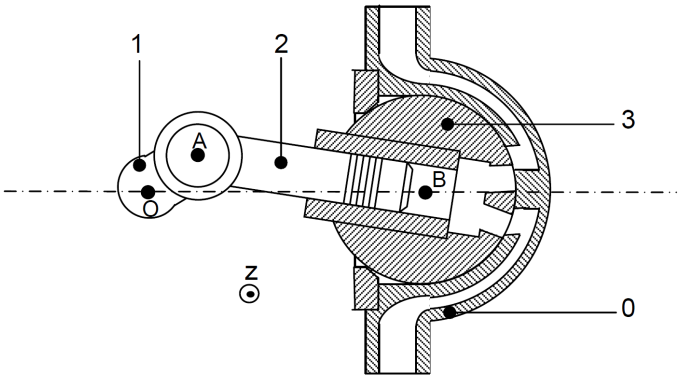
Td CI-3-2 : Modéliser les systèmes de solides prévoir et vérifier leurs performances

Exercice 1 : Pompe oscillante

On considère une pompe oscillante.

La manivelle (1) tourne par rapport au bâti (0) autour de l'axe $(0, \vec{z})$. Le piston (2) tourne par rapport à (1) autour de l'axe $(A, \vec{z})$. Le bloc oscillant (3) est de forme sphérique. (2) et (3) glissent l'un dans l'autre selon la direction (AB).



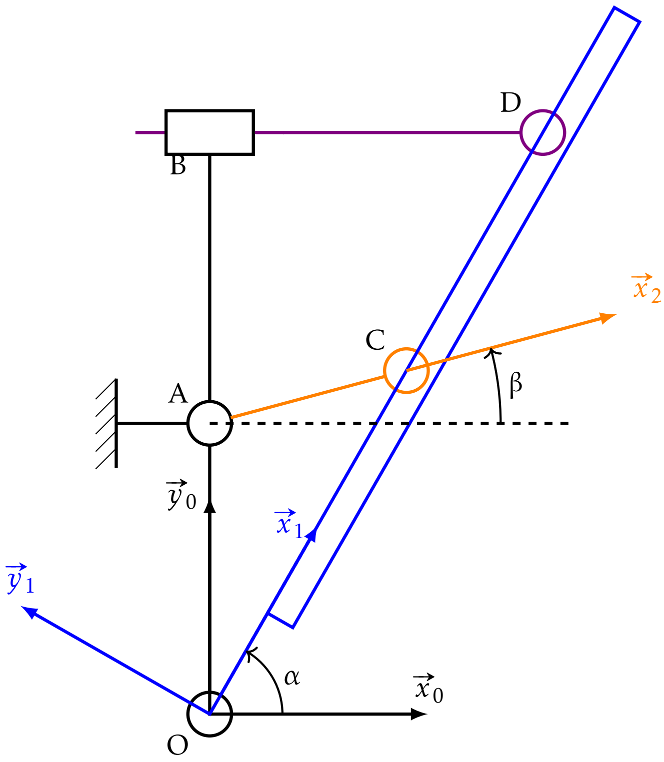
Q - 1 : *Expliquer le fonctionnement de cette pompe.*

Q - 2 : *Tracer le graphe des liaisons.*

Q - 3 : *Donner un schéma cinématique de ce mécanisme.*

Q - 4 : *Donner un schéma cinématique d'une modélisation plane de ce mécanisme.*

Exercice 2 : Mécanisme à mouvement alternatif



Au bâti **0** est associé le repère $R_0(O, \vec{x_0}, \vec{y_0}, \vec{z_0})$. on pose:

$\overrightarrow{OA} = a.\vec{y_0}$ $\quad \overrightarrow{OB} = b.\vec{y_0}$

La pièce **1** est liée au bâti **0** par une liaison pivot d'axe $O, \vec{z_0}$. On lui attache le repère $R_1(O, \vec{x_1}, \vec{y_1}, \vec{z_0})$ et on pose:

$\alpha = (\vec{x_0}, \vec{x_1})$

La biellette **2** est liée au bâti **0** par une liaison pivot d'axe $(A, \vec{z_0})$. On lui attache le repère $R_2(O, \vec{x_2}, \vec{y_2}, \vec{z_2})$ et on pose:

$\overrightarrow{AC} = c.\vec{x_2}$ $\quad \beta = (\vec{x_0}, \vec{x_2})$

Elle est également liée à la pièce 1 en C, par une liaison linéaire annulaire d'axe $(O, \vec{x_1})$.

Le coulisseau **3** est lié au bâti par une liaison glissière d'axe $(B, \vec{x_0})$. On pose:

$\overrightarrow{BD} = \lambda.\vec{x_0}$ $\quad \overrightarrow{OC} = \mu.\vec{x_1}$

Il est également liée à la pièce **1** en D par une liaison linéaire annulaire d'axe $(O, \vec{x_1})$.

Le problème est supposé plan. L'objectif est de déterminer les relations entre les différents paramètres dans un système en chaîne fermée. Le système considéré est un mécanisme à mouvement alternatif.

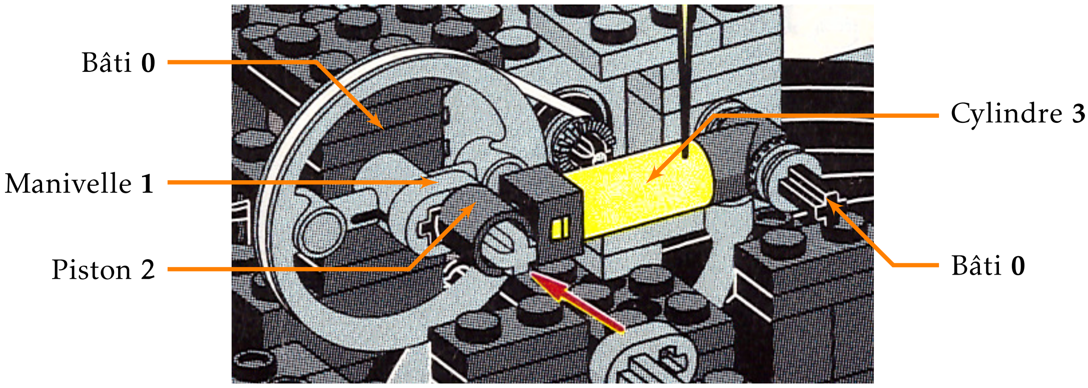
Q - 1 : *Tracer le graphe de structure (ou graphe des liaisons) ;*

Q - 2 : *Déterminer une relation entre α et β à l'aide d'une fermeture géométrique.*

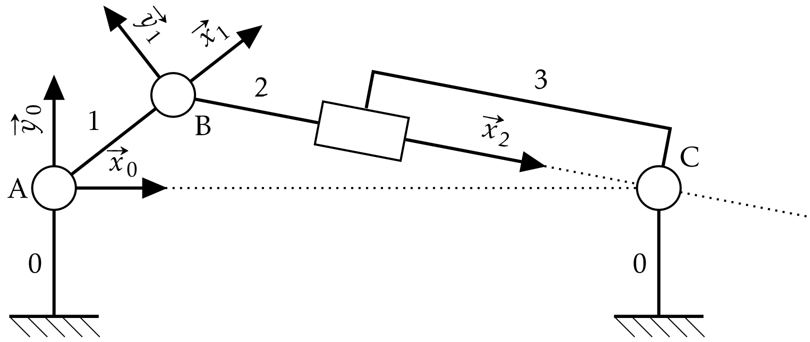
Q - 3 : *Déterminer une relation entre λ et α à l'aide d'une fermeture géométrique.*

Exercice 3 : Compresseur LEGO Technic

Le système représenté ci-dessous est un compresseur LEGO.



Une manivelle **1** est en rotation par rapport au bâti **0** autour d'un axe $(A, \vec{z}_0)$, grâce à l'action d'un moteur électrique. Elle entraîne dans son mouvement le piston **2** d'une pompe pneumatique via une rotation autour de l'axe $(B, \vec{z}_0)$. Le piston **2** de la pompe coulisse par rapport au cylindre **3** de la pompe suivant l'axe $(B, \vec{x}_2)$. Enfin, le cylindre de la pompe est en rotation d'axe $(C, \vec{z}_0)$ par rapport au bâti **0**.



Le modèle cinématique de ce compresseur est représenté ci-contre.

La modélisation est plane.

Les vecteurs $\vec{z}_i$, non représentés sur le schéma ci-contre, sont évidemment tels que les bases $\mathcal{B}(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$ soient orthonormées directes.

Le système évolue dans le plan de normale $\vec{z}$. On associe :

- au bâti **0**, supposé fixe, le repère $\mathcal{R}_0 = (A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ tel que $\overrightarrow{AC} = L.\vec{x}_0$
- à la manivelle **1** le repère $\mathcal{R}_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ tel que $\overrightarrow{AB} = e.\vec{x}_1$
- au piston 2 le repère $\mathcal{R}_2 = (B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ tel que $\vec{x}_2$ soit dans la direction principale de la pièce.
- au cylindre **3** le repère $(C, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ mais comme 3 est en translation avec 2 alors $\mathcal{B}_3 = \mathcal{B}_2$ d'où $\mathcal{R}_3 = (C, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$

$\mathscr{L}_{1/0}$: pivot d'axe $(A, \vec{z}_0)$: on lui associe le paramètre β tel que $\beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$
$\mathscr{L}_{2/1}$: pivot d'axe $(B, \vec{z}_0)$: on lui associe le paramètre θ tel que $\theta = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$
$\mathscr{L}_{3/2}$: glissière de direction (BC) : on lui associe le paramètre λ tel que $\overrightarrow{BC} = (L + \lambda).\vec{x}_2$
$\mathscr{L}_{3/0}$: pivot d'axe $(C, \vec{z}_0)$: on lui associe le paramètre α tel que $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$

Q - 1 : *Préciser en le justifiant le nom de la liaison entre **2** et **3**.*

Q - 2 : *Faire le graphe des liaisons de ce système.*

Q - 3 : *Tracer les trois figures géométrales de passage des bases $\mathcal{B}0$ à $\mathcal{B}1$, $\mathcal{B}1$ à $\mathcal{B}2$ et $\mathcal{B}0$ à $\mathcal{B}2$.*

Q - 4 : *Écrire l'équation vectorielle de fermeture linéaire provenant de la fermeture géométrique et en déduire les deux équations scalaires obtenues en projetant sur les directions $\vec{x}_0$ et $\vec{y}_0$.*

Q - 5 : *Déterminer la relation $\lambda(\beta)$ entre le déplacement λ du piston **2** dans le cylindre **3** et l'angle de rotation β de la manivelle **1** par rapport au bâti **0**.*

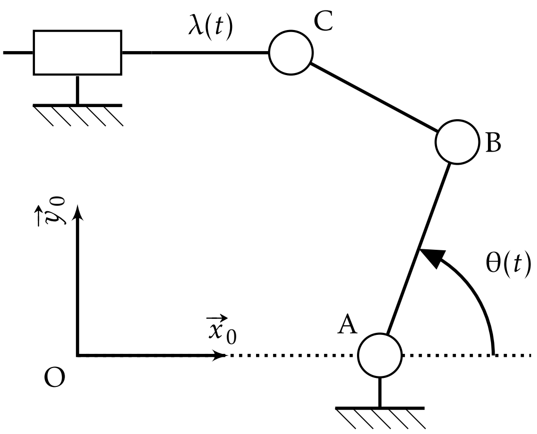
Q - 6 : *Déterminer la relation $\alpha(\beta)$ entre la rotation α du cylindre **3** et l'angle de rotation β de la manivelle **1** par rapport au bâti **0**.*

Q - 7 : *Déterminer la course c du piston **2** dans le cylindre **3** ($c = \Delta\lambda = \lambda_{maxi} - \lambda_{mini}$).*

Q - 8 : *Déterminer le débattement angulaire δ du cylindre **2** ($\delta = \Delta\alpha = \alpha_{maxi} - \alpha_{mini}$).*

Q - 9 : *Retrouver ces deux derniers résultats graphiquement.*

Exercice 4 : Transformation de mouvement



$$\begin{aligned}\overrightarrow{OA} &= L_1.\vec{x}_0\\ AB &= L_2\\ BC &= L_3\\ \overrightarrow{OC} &= \lambda.\vec{x} + H.\vec{y}\end{aligned}$$

Q - 1 : *Proposer un paramétrage du mécanisme.*

Q - 2 : *Tracer le graphe des liaisons de ce mécanisme.*

Q - 3 : *Déterminer une relation entre $\lambda(t)$ et $\theta(t)$.*

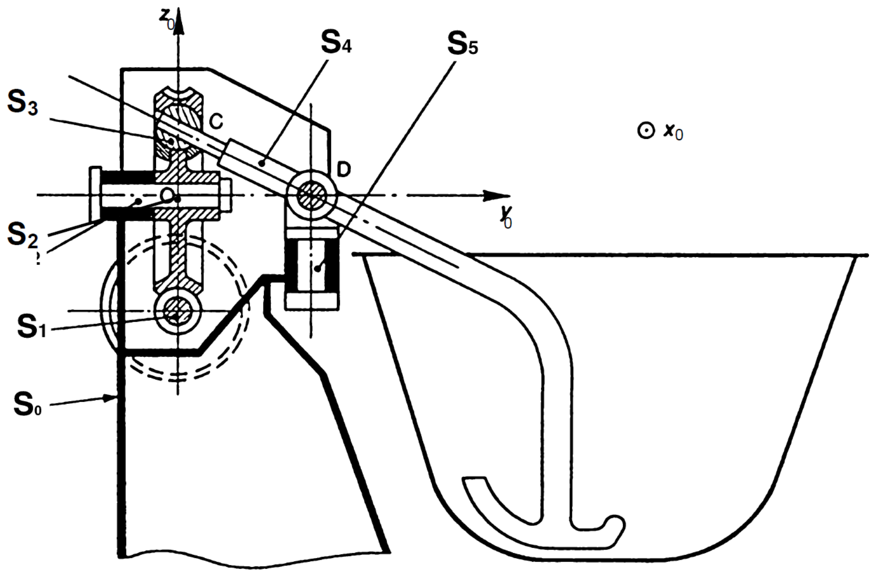
Exercice 5 : Malaxeur

La figure représente de façon schématique un malaxeur.

Un moteur électrique entraîne la vis sans fin (S_1) qui engrène avec la roue (S_2). Cette roue est en liaison pivot d'axe ($O, \vec{y}_0$) avec le bâti (S_0). La rotation de cette roue (S_2) va provoquer le mouvement du bras mélangeur (S_4) par l'intermédiaire des pièces (S_3) et (S_5).

(S_3) est en contact avec (S_2) sur une surface sphérique de centre C et avec (S_4) sur une surface cylindrique de révolution d'axe ($C, \vec{z}_4$). (S_5) est liée au bras (S_4) par une liaison pivot d'axe ($D, \vec{x}_5$) et au bâti (S_0) par une liaison pivot d'axe ($D, \vec{z}_0$).

Remarque : On ne tient pas compte dans l'exercice de la vis sans fin (S_1).



Le repère $\mathcal{R}$ $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est lié à (S_0), le repère $\mathcal{R}$ $(O, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ à (S_2), le repère $\mathcal{R}$ $(D, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$ à (S_4), et le repère $\mathcal{R}$ $(D, \vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_5)$ à (S_5). On note $\overrightarrow{OC} = r.\vec{z}_2$, $\overrightarrow{CD} = -\lambda.\vec{z}_4$ (λ variable), $\overrightarrow{OD} = L.\vec{y}_0$, $\alpha = (\vec{z}_0, \vec{z}_2) = (\vec{x}_0, \vec{x}_2)$, $\beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_5) = (\vec{y}_0, \vec{y}_5)$ et $\gamma = (\vec{y}_5, \vec{y}_4) = (\vec{z}_5, \vec{z}_4)$.

Q - 1 : *Effectuer un paramétrage de la position relative des solides les uns par rapport aux autres.*

Q - 2 : *Représenter le graphe des liaisons du mécanisme.*

Q - 3 : *Par une projection judicieuse de la fermeture géométrique du système, trouver la relation entrée (angle α) sortie (angle β) du mécanisme.*

Q - 4 : *Par projection de la fermeture géométrique du mécanisme sur deux autres vecteurs, montrer que λ est constant.*