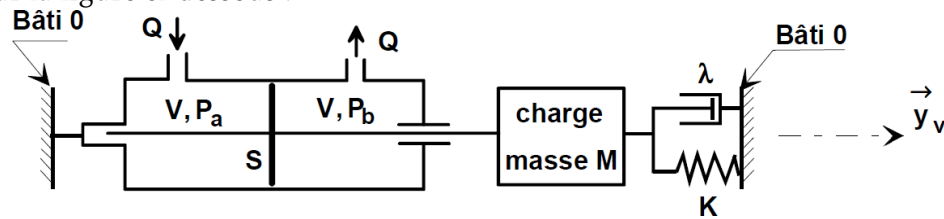


Td CI-1-2 : MODIFIER LES PERFORMANCES DES SYSTÈMES LINÉAIRES CONTINUS INVARIANTS.

Exercice 1 : Fusée Ariane

Une étude fréquentielle, non demandée dans ce sujet, montre que les fréquences de la loi de pilotage de la fusée doivent être faibles. L'objectif de cette partie est de mettre en évidence le risque de résonance à basse fréquence du système d'orientation d'une tuyère, réalisé avec deux servo-vérins hydrauliques, et d'analyser la solution retenue pour limiter l'amplitude de la résonance.

Pour cette étude le modèle simplifié de comportement utilisé pour un servo-vérin déplaçant une charge de masse M est représenté sur la figure ci-dessous :



Les caractéristiques du servo-vérin et du fluide utilisé sont : S la surface utile du vérin et B le module de compressibilité du fluide. Soit $y(t)$ la variation de déplacement de la charge par rapport à la position d'équilibre obtenue en l'absence de pression. La variation $y(t)$ étant petite, on peut faire les hypothèses suivantes :

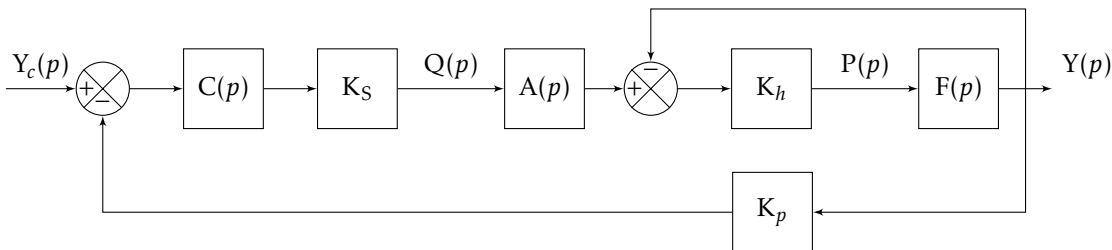
- les volumes des deux chambres du vérin sont identiques et égaux à V ,
- les débits entrant et sortant sont identiques et égaux à Q .

La charge de masse M est liée au bâti par un ressort de raideur K et un amortisseur de coefficient λ .

L'étude hydraulique du servo-vérin et notamment l'étude des débits de compressibilités et de déformations nous permet d'écrire : $Q = S \cdot \frac{dy}{dt} + \frac{V}{2B} \cdot \frac{dP}{dt}$ avec $P = P_a - P_b$.

L'étude mécanique de la charge nous permet d'écrire : $M \cdot \frac{d^2y}{dt^2} = P \cdot S - K \cdot y - \lambda \cdot \frac{dy}{dt}$ (1).

Le débit Q est commandé par un servo-distributeur (association d'une servo-valve et d'un distributeur), non représenté ici et de fonction de transfert : K_S . La représentation sous forme de schéma-bloc du servo-vérin asservi en position est donnée ci-dessous avec $K_p = 1$:



Dans ce schéma bloc, $Y_c(t)$ est la transformée de Laplace de la consigne de position $y_c(t)$ du servo-verin.

Q - 1 : Soit $C(p) = 1$. Déterminer les fonctions de transfert $A(p)$, $F(p)$ et le gain K_h .

Sur l'annexe 1 sont tracés différents diagrammes du servo-vérin asservi en position :

- Diagramme de Bode en gain de la fonction de transfert en boucle fermée.
- Diagramme de Black de la fonction de transfert en boucle ouverte, tracé sur l'abaque de Black-Nichols avec un zoom autour du point (0 dB, -180°).
- Réponse indicielle (entrée unitaire) de la fonction de transfert en boucle fermée.

Q - 2 : À partir de ces diagrammes et sachant que le numérateur de la fonction de transfert en boucle fermée est un gain pur, identifier l'ordre du système en boucle fermée, son gain statique et déterminer sa fréquence de résonance. Justifier vos réponses.

Le cahier des charges du servo-vérin définit certains critères :

- Écart nul en régime permanent en réponse à un échelon de position.
- Temps de réponse à 5% = 0,15 s.
- Marge de gain ≥ 6 dB, marge de phase $\geq 45^\circ$.

Q - 3 : Vérifier si tous les critères ci-dessus sont respectés si $C(p) = 1$. Justifier vos réponses.

Le système est corrigé par un dispositif appelé filtre réjecteur. La pulsation propre du filtre réjecteur a été calée sur la pulsation de résonance ω_R du système non corrigé. La fonction de transfert du correcteur est

$$C(p) = \frac{p^2 + 2.\xi_1.\omega_R.p + \omega_R^2}{p^2 + 2.\xi_2.\omega_R.p + \omega_R^2}. \quad \xi_1 \text{ et } \xi_2 \text{ sont des coefficients d'amortissement positifs et inférieurs à } \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ et } \xi_1 < \xi_2.$$

Q - 4 : Donner l'allure du diagramme de Bode réel, en gain, du correcteur.

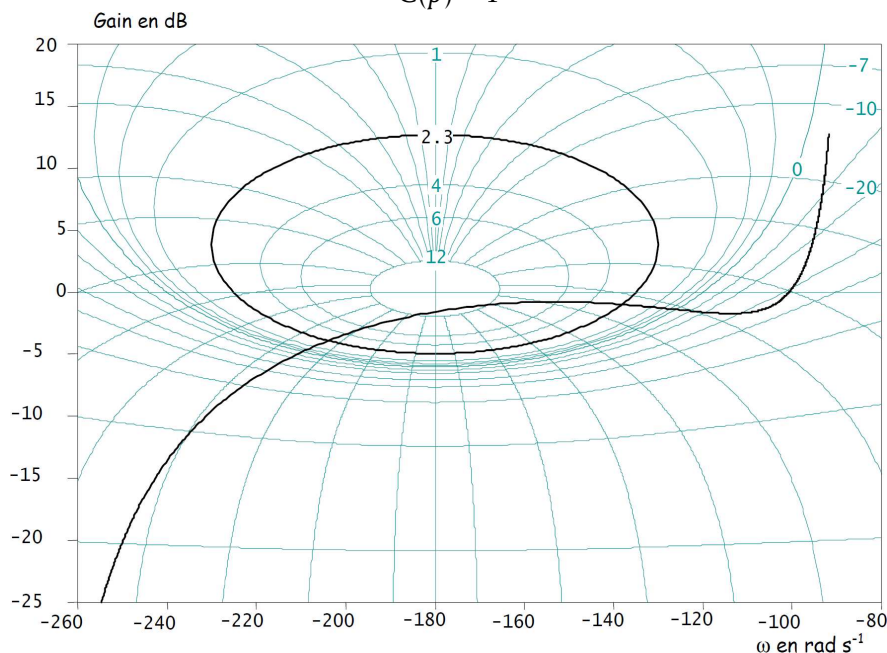
Sur l'annexe 2 sont tracés différents diagrammes du système corrigé :

- Diagramme de Bode en gain de la fonction de transfert en boucle fermée du système corrigé.
- Diagramme de Black de la fonction de transfert en boucle ouverte du système corrigé, tracé sur l'abaque de Black-Nichols.
- Réponse indicielle (entrée unitaire) de la fonction de transfert en boucle fermée du système corrigé.

Q - 5 : Conclure quant au respect des critères du cahier des charges définis précédemment. En fonction des diagrammes de Bode fournis, préciser l'apport de ce correcteur.

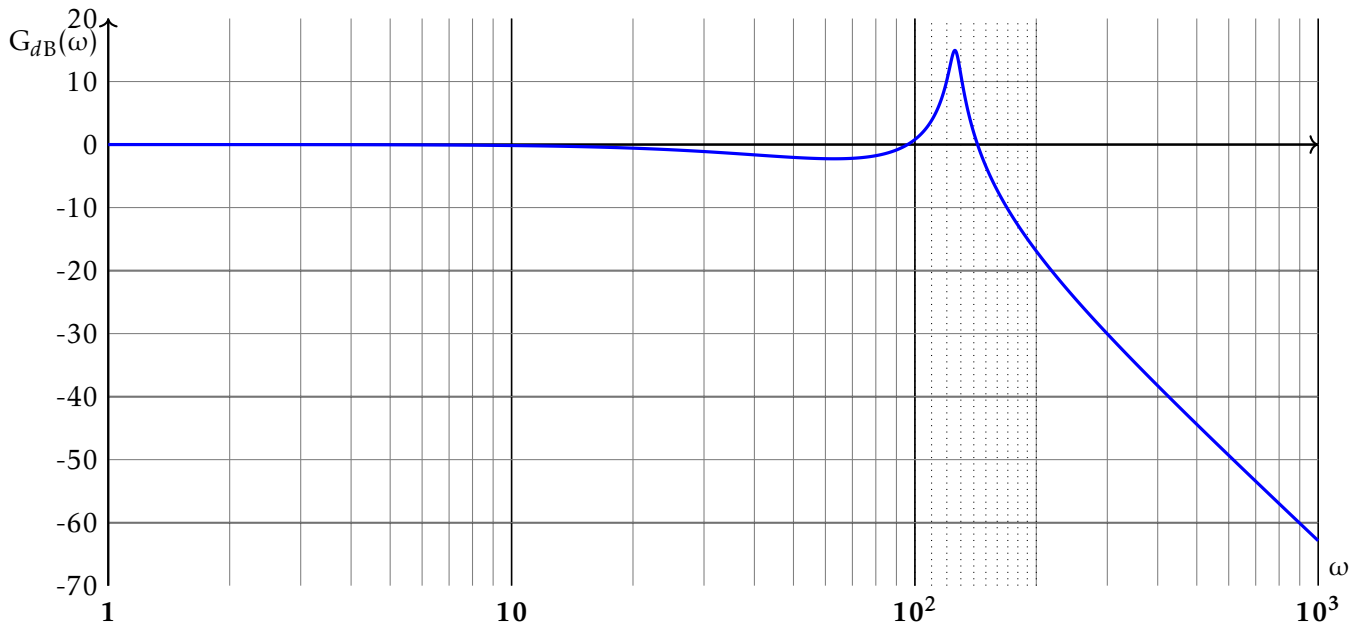
Zoom autour du point (0 dB, -180°) du diagramme de Black de la fonction de transfert en boucle ouverte si

$$C(p) = 1$$

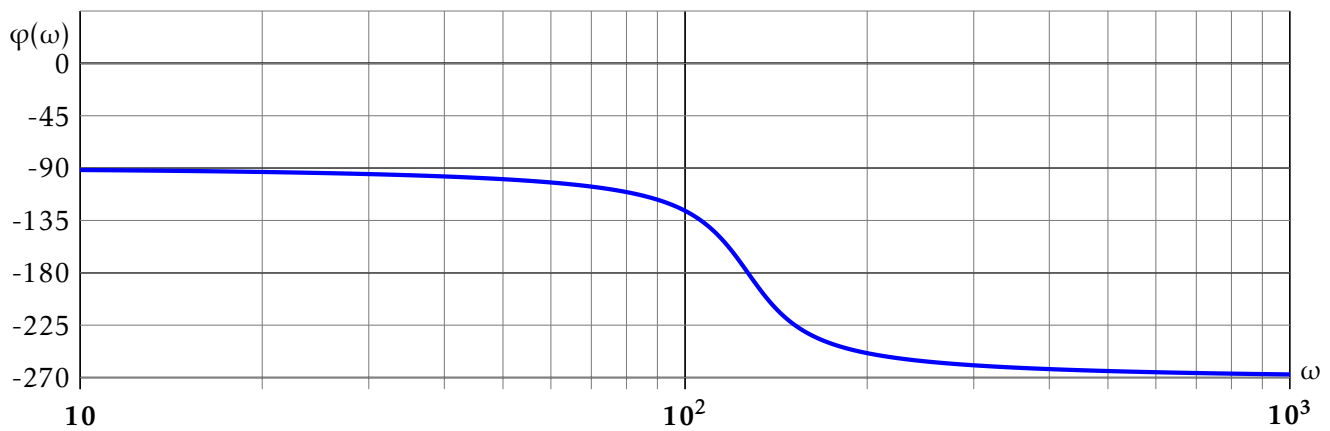
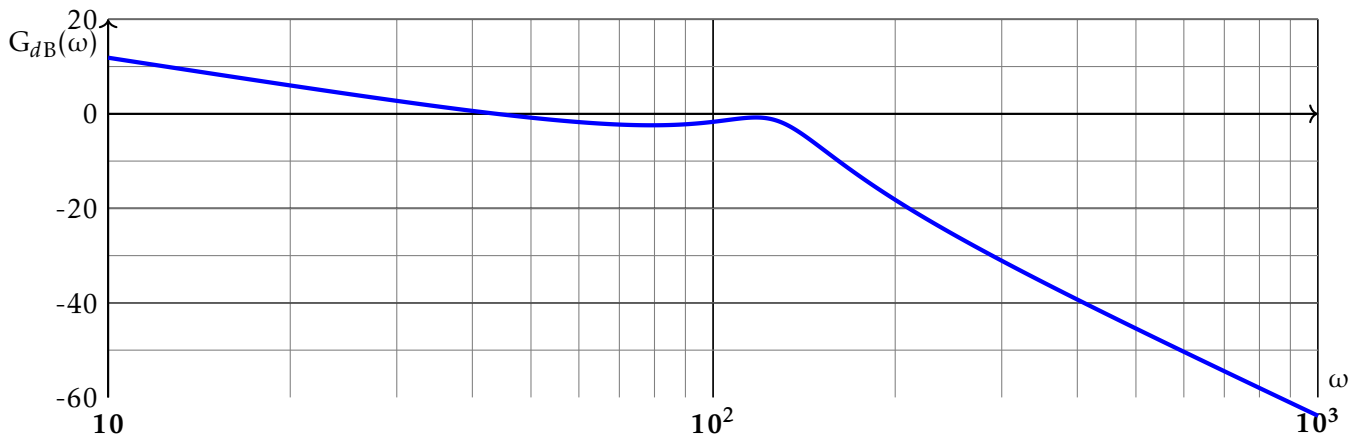


Annexe 1

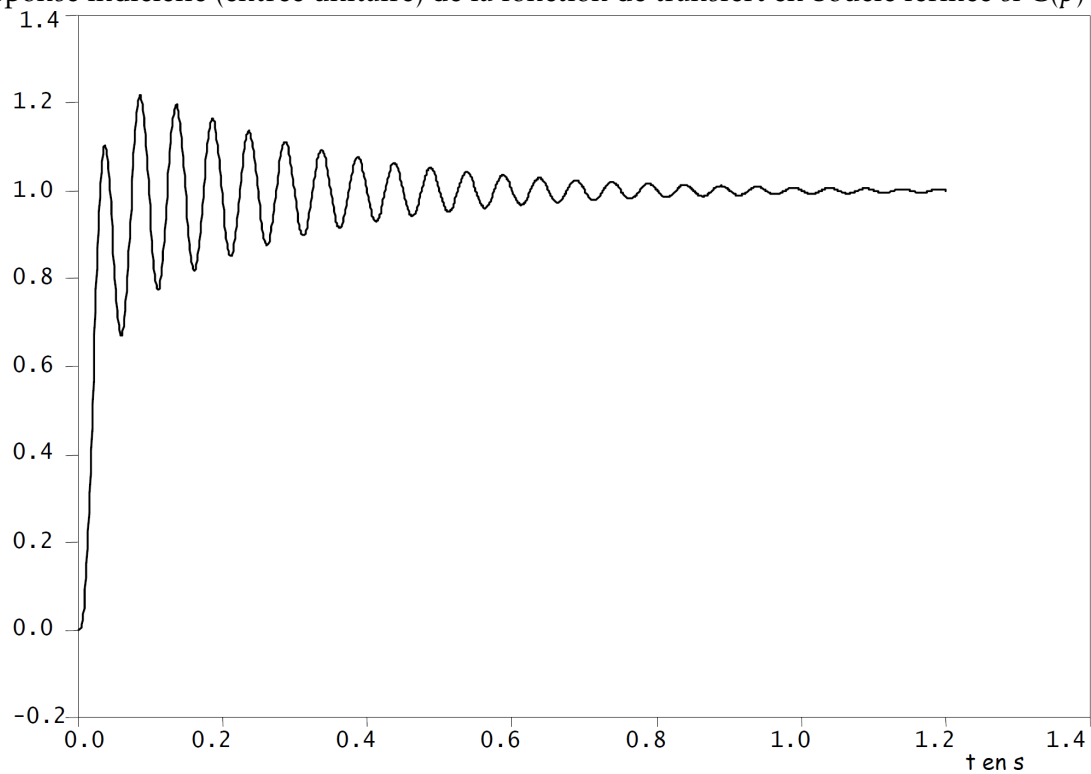
Diagramme de Bode en gain de la fonction de transfert en boucle fermée si $C(p) = 1$



Diagrammes de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte si $C(p) = 1$



Réponse indicielle (entrée unitaire) de la fonction de transfert en boucle fermée si $C(p) = 1$



Annexe 2

Diagramme de Bode en gain de la fonction de transfert en boucle fermée du système corrigé

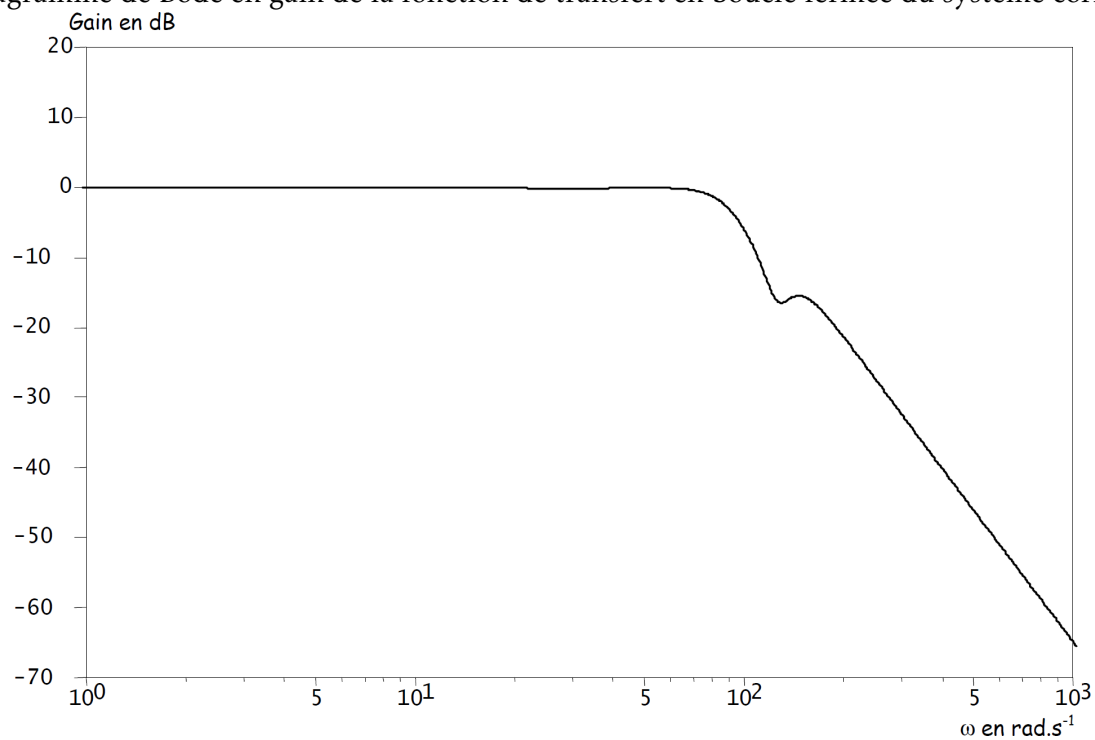
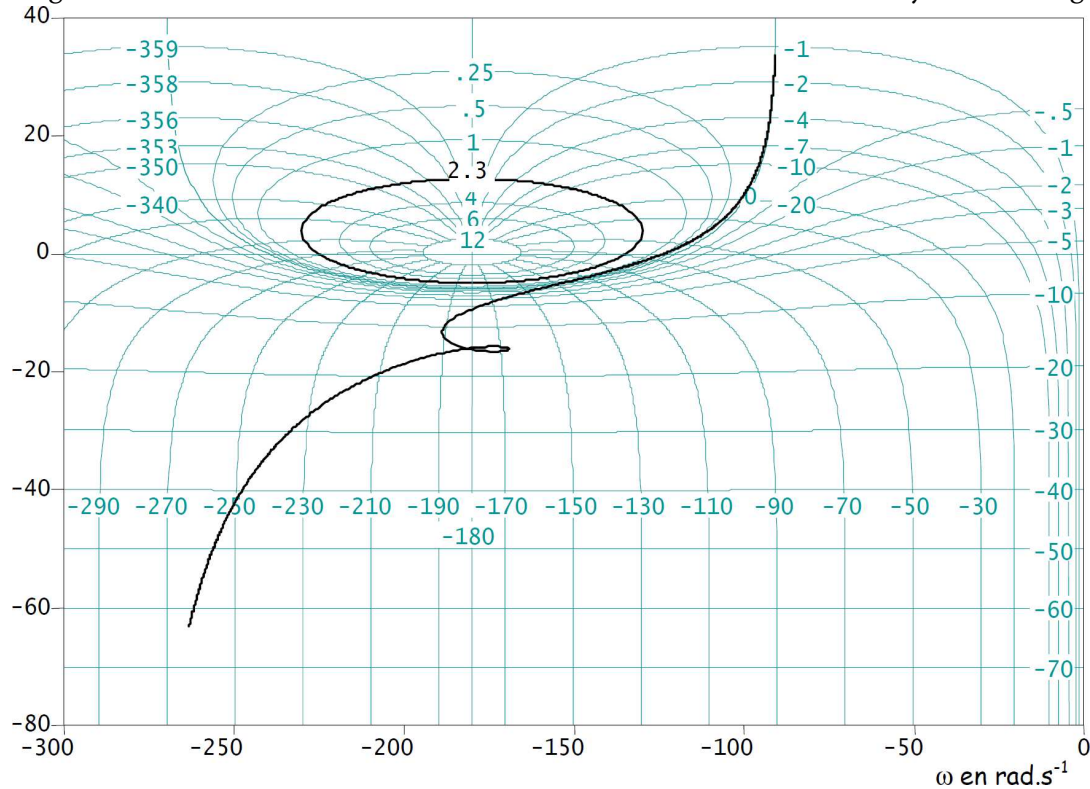
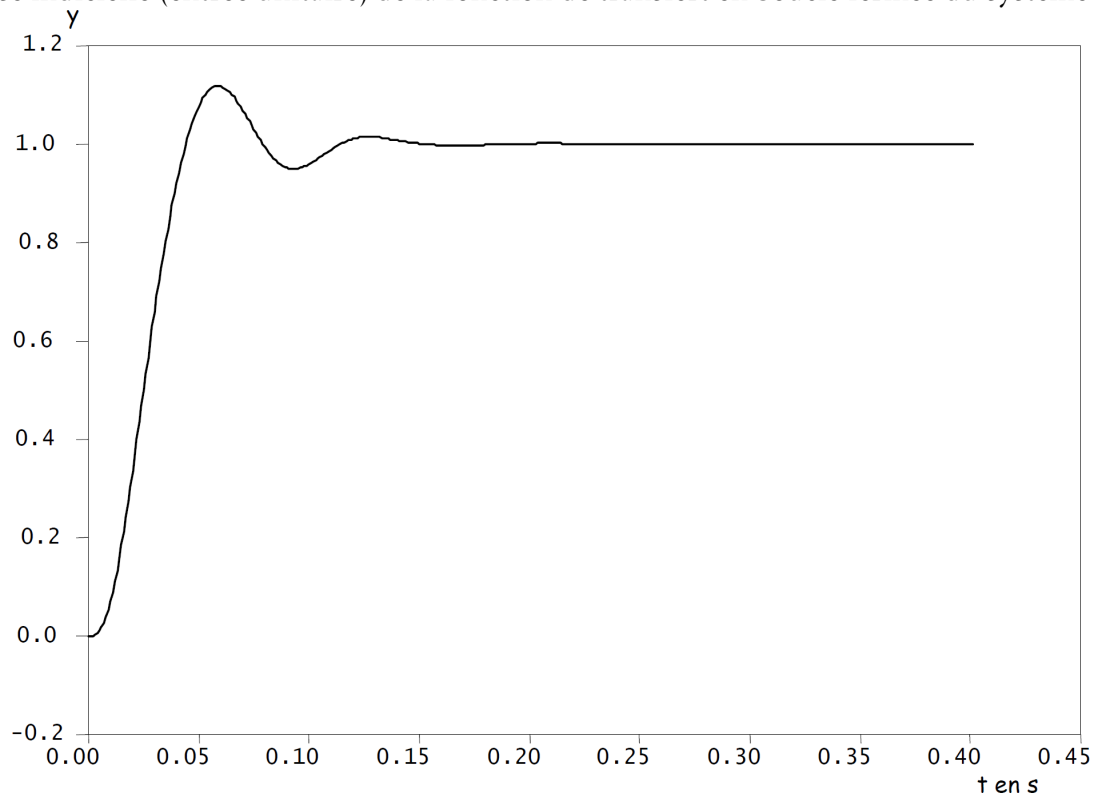


Diagramme de Black de la fonction de transfert en boucle ouverte du système corrigé

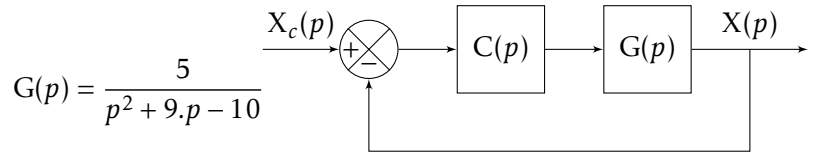


Réponse indicielle (entrée unitaire) de la fonction de transfert en boucle fermée du système corrigé



Exercice 2 : Correction PID d'un système instable

La mise en équation du système à étudier a permis de déterminer sa fonction de transfert :



2.1 Etude préliminaire

- Q - 1 : Justifier que ce système est instable ($C(p) = 1$)
- Q - 2 : Mettre $G(p)$ sous la forme d'un produit de fonctions.

2.2 Régulation proportionnelle

On choisit dans un premier temps $C(p) = K$.

- Q - 3 : Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée.
- Q - 4 : Déterminer pour quelles valeurs de K , le système peut être rendu stable.
- Q - 5 : Déterminer K pour que la réponse à un échelon de la fonction de transfert en boucle fermée soit apériodique.

Pour la suite, on choisira la valeur entière la plus proche.

- Q - 6 : Déterminer la valeur finale de la réponse indicielle. Calculer l'erreur indicielle ε_i .
- Q - 7 : Calculer le temps de réponse à partir de l'abaque en annexe.
- Q - 8 : Calculer l'erreur de traînage ε_t pour une rampe unitaire.

2.3 Régulation PD

On choisit maintenant un correcteur PD $C(p) = K \cdot (1 + T_d \cdot p)$.

- Q - 9 : Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte en fonction de K et T_d .

On choisit T_d afin d'annuler le pôle dominant stable de la FTBO.

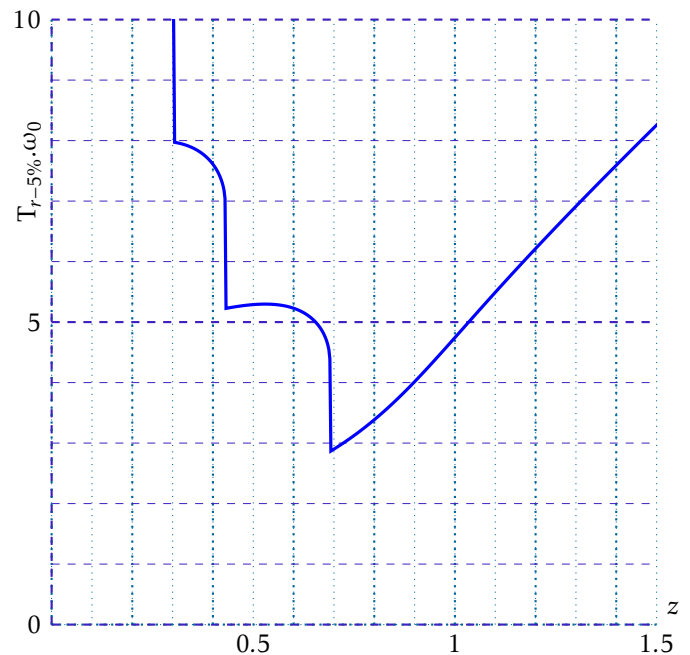
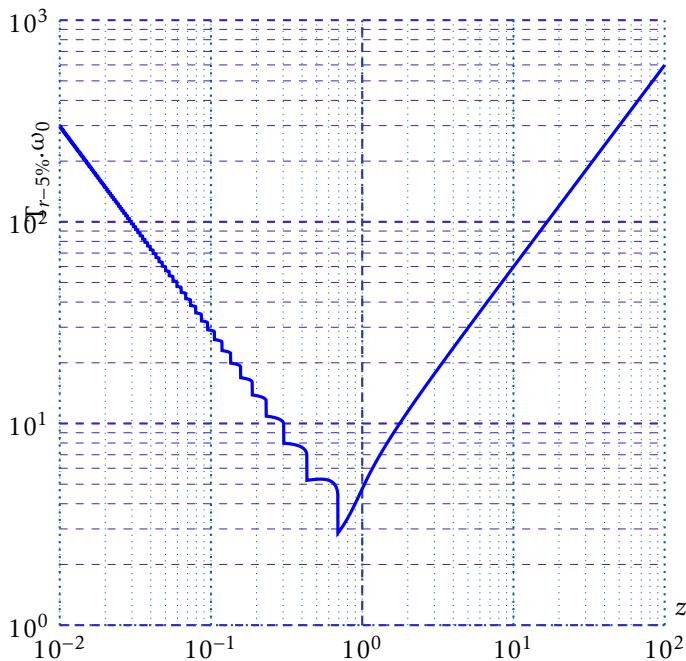
- Q - 10 : Déterminer la FTBF puis, pour la valeur de K précédemment déterminée, calculer l'erreur indicielle ε_i et l'erreur de traînage ε_t . Quel est l'intérêt principal de ce correcteur ?
- Q - 11 : Déterminer K tel que $|\varepsilon_i| < 5\%$.
- Q - 12 : Comment doit-on modifier le correcteur pour annuler l'erreur indicielle ?

2.4 Correction PID

On choisit enfin un correcteur PID $C(p) = K \cdot (1 + T_d \cdot p) \cdot \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot p}\right)$ avec $K = 20$ et $T_d = 0,1$ s.

- Q - 13 : Déterminer la FTBO puis la FTBF. Mettre la FTBF sous forme canonique.
- Q - 14 : Déterminer T_i afin que le dénominateur possède deux racines réelles doubles.
- Q - 15 : Déterminer la réponse temporelle à un échelon unitaire.

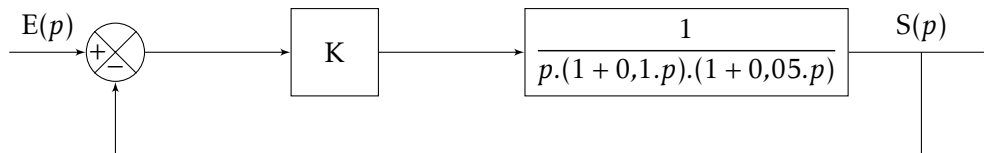
Q - 16 : Conclure



Temps de réponse à 5% réduit $T_{r-5\%} \cdot \omega_0$ en fonction du coefficient d'amortissement, en échelle logarithmique (à gauche) et en échelle linéaire (à droite)

Exercice 3 : Précision & stabilité

Soit le système bouclé suivant :



Q - 1 : Par application du critère algébrique de stabilité (Routh), déterminer un encadrement des valeurs de K (avec $K \geq 0$) tel que le système soit stable.

On considère respectée les conditions de stabilité.

Q - 2 : Déterminer l'erreur en position pour une entrée en échelon de valeur $e(t) = E_0$.

Q - 3 : Déterminer l'erreur en traînage pour une entrée en rampe de valeur $e(t) = V_0 \cdot t$.

La figure ci-dessous donne les diagramme de Bode de la FTBO du système non corrigé ($K=1$).

Q - 4 : Représenter sur le diagramme la marge de phase et de gain de ce système. Donner leurs valeurs. Commenter.

Q - 5 : Déterminer un gain K pour le correcteur proportionnel tel que le système soit en limite de stabilité. Comparer avec le résultat donnés par le critère de Routh.

Q - 6 : Déterminer (graphiquement) un gain K tel que $M_P = 45^\circ$.

Q - 7 : Déterminer un nouveau gain K tel que $M_G = 6$ dB. Retrouver ce résultat par le calcul sans exploiter le tracé ci-dessous.

