

RÉVISIONS DE MPSI & MP2I - SUPPORT : QUILLE PENDULAIRE

1 Présentation générale du système

L'étude proposée s'intéresse à quelques aspects de la conception d'une quille pendulaire équipant un voilier monocoque 60' IMOCA.

Le comportement dynamique d'un voilier est conditionné par ses interactions avec les deux fluides avec lesquels il entre en contact : l'air et l'eau.

Il reçoit de l'énergie sous la forme des actions aérodynamiques dues au mouvement relatif air/-voiles. Ces actions mécaniques le font avancer et provoquent son inclinaison autour de son axe longitudinal (axe de direction $\vec{z}_N$ sur la FIG 1). C'est le phénomène de gîte. Pour contrebalancer ce mouvement et éviter que le voilier ne se couche sur l'eau, la quille joue le rôle de contre-poids.

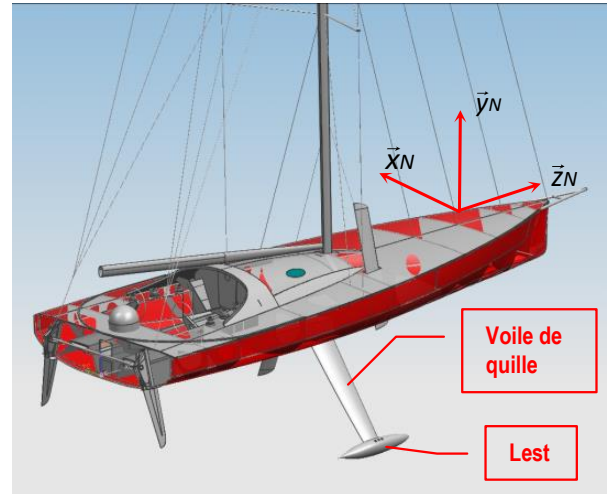


FIGURE 1 – Voilier 60' IMOCA

Cette quille est généralement constituée d'un voile immergé dans l'eau à l'extrémité duquel se trouve un lest profilé. L'efficacité de la quille dépend de la masse du lest et de la longueur du voile. Ces deux paramètres présentent des limitations : le lest ne peut être trop important sous peine de solliciter dangereusement le voile de quille et la longueur de quille est limitée par le tirant d'eau maximal admissible (il faut permettre l'entrée dans les ports sans toucher le fond !).

2 Étude de la stabilité d'un voilier doté d'une quille non pendulaire

L'action mécanique exercée par le vent sur les voiles provoque la gîte du bateau caractérisée par l'angle α de gîte (FIG 2 - rotation autour de l'axe $(G, \vec{z}_N)$).

On considère le bateau à l'arrêt et en équilibre sur un plan d'eau au repos (FIG 2). Il est soumis à deux actions mécaniques :

- action de la pesanteur :

$$\mathcal{F}_{pes \rightarrow b} = \begin{Bmatrix} -M \cdot g \cdot \vec{y} \\ 0 \end{Bmatrix}_G$$

avec G centre de gravité du bateau

- action de l'eau sur la coque (poussée d'Archimède) :

$$\mathcal{F}_{eau \rightarrow coque} = \begin{Bmatrix} R_D \cdot \vec{y} \\ 0 \end{Bmatrix}_C \text{ avec C centre de carène}$$

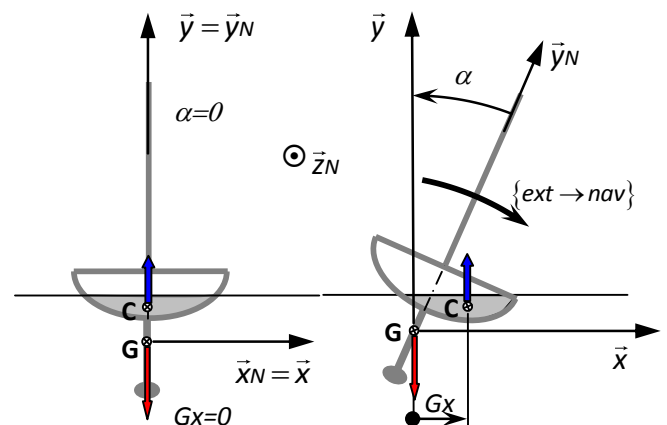


FIGURE 2 – Equilibres

Un nouvel équilibre est alors obtenu sous l'action des trois actions mécaniques précédentes mais aussi sous l'action de l'eau sur la voile de quille. Les deux nouvelles actions sont modélisées par :

- action du vent sur les voiles :

$$\mathcal{F}_{v \rightarrow b} = \left\{ \begin{array}{c} R_v \cdot \vec{x} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_A$$

avec A centre de poussée du vent sur la voile.

- action de l'eau sur la quille :

$$\mathcal{F}_{e \rightarrow q} = \left\{ \begin{array}{c} R_e \cdot \vec{x}_N \\ \vec{0} \end{array} \right\}_G$$

Q - 1 : Isoler le bateau et appliquer le théorème du moment statique en G en projection sur $\vec{z}_N$ de manière à donner l'expression du produit $R_D \cdot G_x$ en fonction de α , R_v et h .

La quantité $R_D \cdot G_x$ est appelée :

- « Moment de redressement » si $R_D \cdot G_x > 0$ et $\alpha > 0$ ou $R_D \cdot G_x < 0$ et $\alpha < 0$;
- « Moment de chavirage » si $R_D \cdot G_x < 0$ et $\alpha > 0$ ou $R_D \cdot G_x > 0$ et $\alpha < 0$.

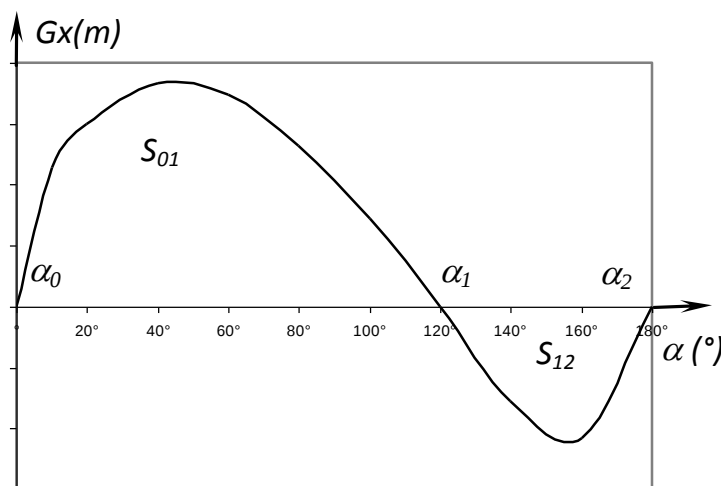


FIGURE 3 – Courbe de stabilité théorique pour une coque de 60' IMOCA

Q - 2 : Expliquer pourquoi G_x suffit pour caractériser le moment de redressement ou de chavirage.

3 Intérêt d'une quille pendulaire

Une évolution récente des voiliers de course océanique a été de les doter d'une quille pendulaire. Cette quille est en liaison pivot d'axe $(O, \vec{z}_N)$ avec la coque du bateau et peut être orientée d'un côté ou de l'autre du navire. Une fois l'orientation désirée obtenue, tout mouvement dans la liaison pivot est supprimé par le blocage en rotation de celle-ci.

La FIG 7 donne les courbes de stabilité théorique d'un voilier dont la quille pendulaire est inclinée :

- au maximum sur « tribord » (à droite dans le sens de la marche);
- d'un angle nul.

Les différents points sont repérés par : $\vec{GA} = h \cdot \vec{y}_N$ et $\vec{GC} = G_x \cdot \vec{x} + G_y \cdot \vec{y}$. h est constant, alors que G_x et G_y varient en fonction de l'angle α .

REMARQUE : dans notre étude, on ne s'intéresse qu'au basculement du bateau. On considère donc le problème plan de repère $(G, \vec{x}, \vec{y})$.

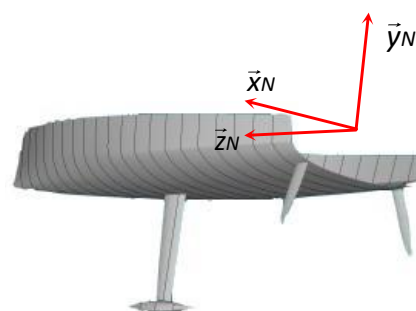


FIGURE 4 – Équilibres

Dans son avant-projet, l'architecte naval étudie la stabilité du bateau à l'aide d'outils de simulation numérique. A partir du modèle numérique des formes de la coque (FIG 4) et d'une répartition des masses aussi proche que possible de la répartition finale, les différentes positions d'équilibre du navire sont recherchées en fonction de l'angle de gîte.

Cette étude fournit une courbe de stabilité théorique où apparaît en abscisse l'angle de gîte α et en ordonnée le paramètre G_x (voir FIG 3).



FIGURE 5 – Quille pendulaire écartée au maximum sur « bâbord »

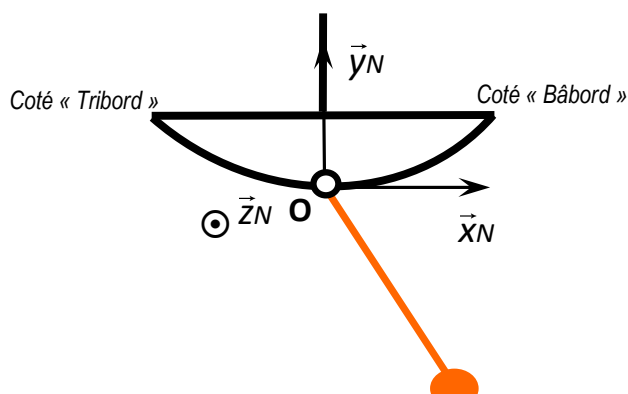


FIGURE 6 – Modèle cinématique élémentaire

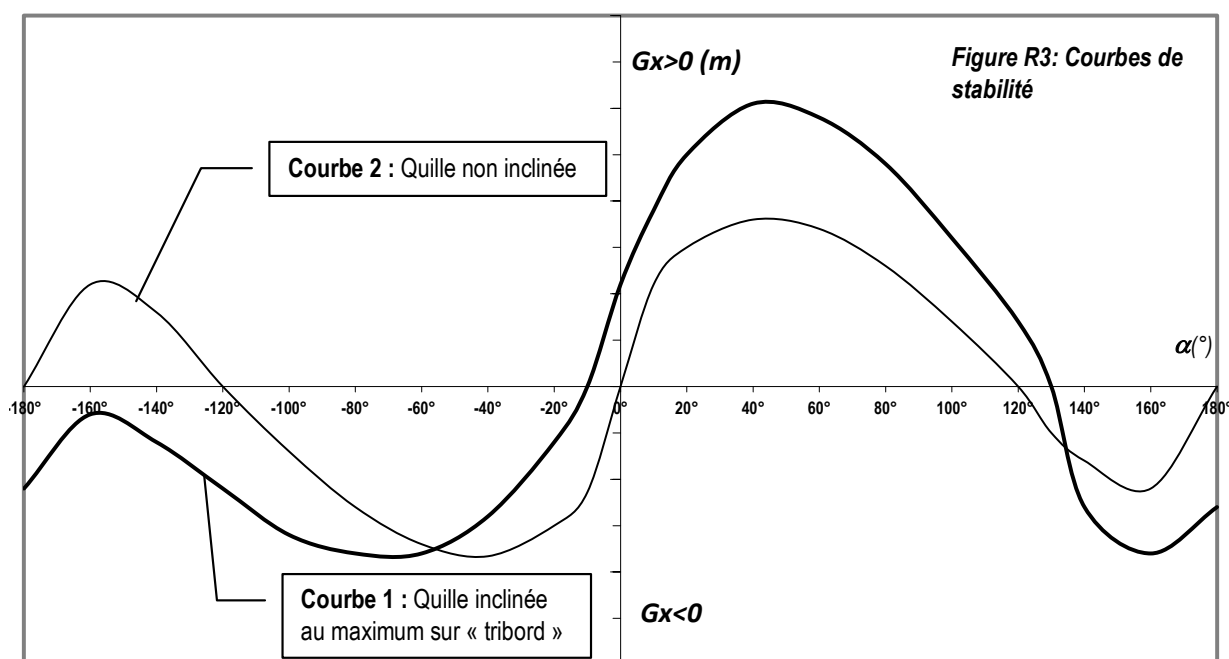


FIGURE 7 – Courbe de stabilité théorique

Q - 3 : Au vu de ces courbes, la quille étant inclinée au maximum sur tribord, indiquer le comportement du bateau lorsque que le vent souffle de tribord et tend à l'incliner sur bâbord ($\alpha > 0^\circ$), et qu'initialement l'angle d'inclinaison était nul ($\alpha = 0^\circ$). Dans les mêmes conditions, que se passe t'il lorsque le vent souffle de bâbord tend à l'incliner vers tribord ?

Q - 4 : Quels avantages procure la quille pendulaire au comportement du navire lorsqu'il gîte avec un angle α positif ? Pour un angle de gîte α négatif, quel est l'apport de la quille pendulaire ?

4 Étude de la mise en position de la quille pendulaire

4.1 Description du mécanisme de mise en position de la quille pendulaire

La quille est orientée et bloquée en position grâce à deux vérins hydrauliques. Le schéma FIG 8 et la FIG 9 montrent l'architecture du mécanisme, le berceau N étant encastré sur la coque du bateau.

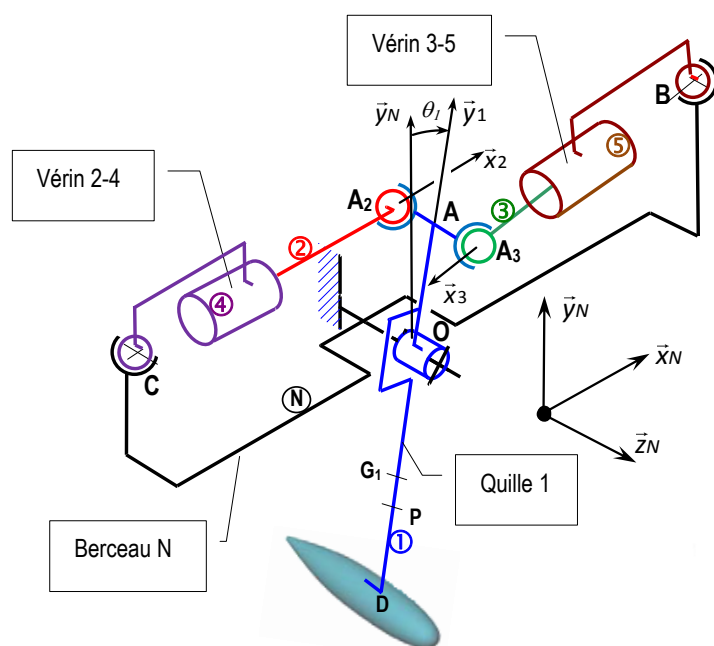


FIGURE 8 – Architecture du système

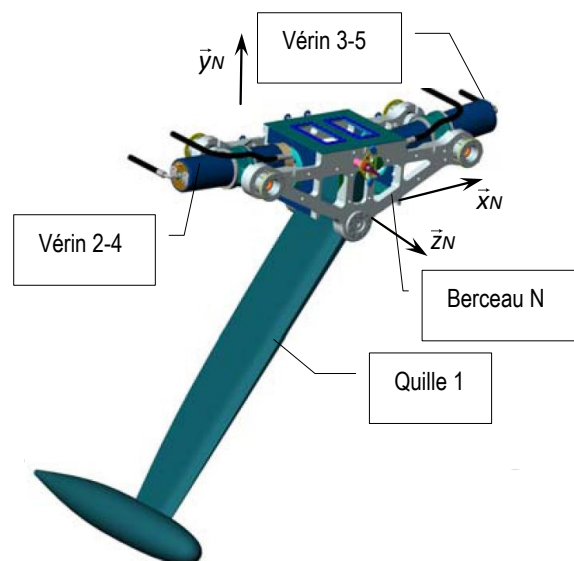


FIGURE 9 – Représentation virtuelle du système

Les vérins sont alimentés par un groupe hydraulique par l'intermédiaire de servovalves pilotées par un automate. Des bloqueurs hydrauliques, aussi pilotés par l'automate, assurent le blocage en position des vérins et ainsi de la quille.

La commande des manœuvres de la quille s'effectue via un pupitre placé à proximité du poste de barre à partir duquel le navigateur peut demander à l'automate de réaliser :

- le déplacement de la quille d'un bord ou de l'autre selon une valeur de consigne
- des cycles préprogrammés comme celui de « virement de bord » et celui de « Relâcher ».

Le cycle de « virement de bord » permet de placer la quille de façon symétrique à la position qu'elle occupait précédemment. Ce cycle est utilisé lorsque le navigateur change l'orientation du navire par rapport au vent lors d'un virement de bord. L'automate prend alors en charge intégralement la séquence de manœuvres de la quille, laissant le navigateur disponible pour les autres tâches.

Le cycle « Relâcher » permet de déplacer la quille sous le seul effet de la pesanteur. La quille est ainsi manœuvrée sans utiliser l'énergie de la centrale hydraulique. L'automate est également interfacé via le réseau du navire à une base de données où sont stockés les paramètres des navigations précédentes (conditions météorologiques, performances du navire et angle de quille). Le navigateur peut ainsi intégrer les paramètres de la quille à l'ensemble des paramètres décisionnels qui lui permettent d'élaborer sa stratégie de navigation.

Deux capteurs renseignent l'automate : un inclinomètre mesure l'angle de gîte du navire et un capteur de position angulaire mesure l'angle d'inclinaison de la quille θ .

Le pupitre de commande est doté de quatre boutons poussoirs : « Bâbord », « Tribord », « Virement » et « Relâcher ». Un appui « bref » sur « Bâbord » ou « Tribord » provoque une évolution de l'angle de consigne de 1° , un appui « long » une évolution de 10° .

La **Tab 1** définit les variables d'entrée et de sortie de l'automate.

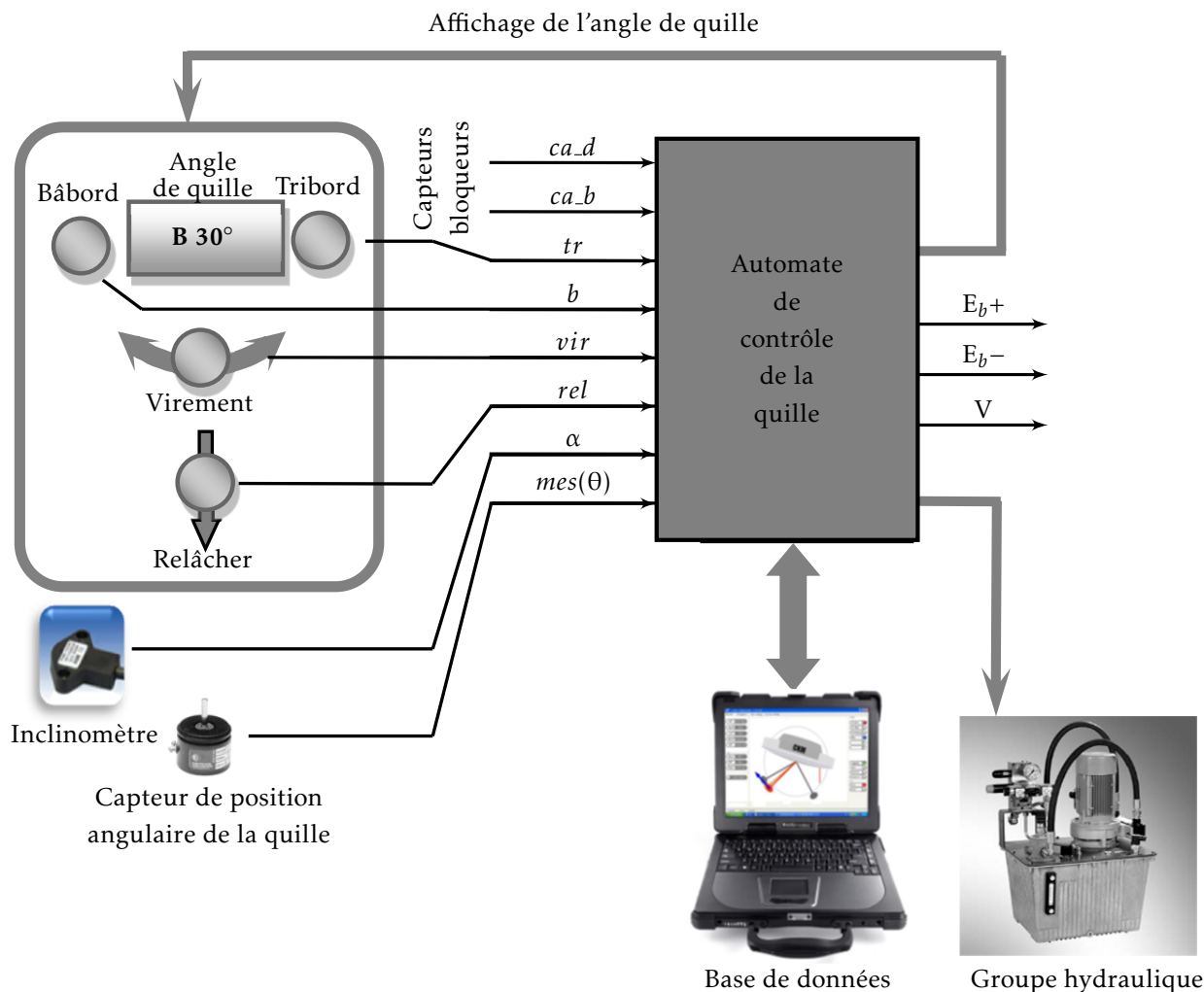


FIGURE 10 – Structure de la commande

Entrées TOR	
tr	Demande d'inclinaison sur tribord
b	Demande d'inclinaison sur bâbord
vir	Demande du cycle « virement de bord »
rel	Demande du cycle « Relâcher »
ca_b	Information capteur bloqueur vérin bloqué
ca_d	Information capteur bloqueur vérin débloqué
Ar	Demande d'arrêt du système
Sorties TOR	
E_{b+}	Pilotage de l'électrovalve du distributeur correspondant au blocage des vérins
E_{b-}	Pilotage de l'électrovalve du distributeur correspondant au déblocage des vérins
Sortie analogique	
V	Pilotage du servo-distributeur correspondant au pivotement de la quille

TABLE 1 – Table des entrées sorties de l'automate

Le comportement du système est décrit par le diagramme d'états (**stm**) FIG 11 et les diagrammes d'activités (**ac**) FIG 12.

REMARQUE : le diagramme d'activités (**ac**) « asservir la position angulaire à θ_c » correspond à un asservissement avec correcteur proportionnel et V_{max} est défini par le graphe FIG 18.

4.1.1 Etude structurelle du mécanisme de mise en position de la quille

Q - 5 : Sur le diagramme de bloc interne FIG 23 du document réponse, repérer les flux hydrauliques, les flux électriques et les flux mécaniques en plaçant respectivement un « H », un « E » ou un « M » à côté de ces flux. Attention certains flux peuvent ne pas correspondre à ces trois choix.

Q - 6 : Repérer sur ce même diagramme les flux d'information en vert et les flux d'énergie en rouge.

4.1.2 Étude séquentielle du mécanisme de mise en position de la quille

Les actions de blocage et de déblocage d'un vérin durent 0,5 s et on considère que la quille pivote à $2^\circ/\text{s}$ qu'elle soit actionnée par les vérins ou en mode relâche.

Q - 7 : Compléter le graphe des évolutions temporelles de l'angle d'inclinaison θ de la quille (en rouge) et de sa consigne θ_c (en bleu), ainsi que celles des variables d'entrée et de sortie de l'automate « ca_b », « ca_d », « Eb+ », « Eb- » et « v » (pour la variable « v », définir seulement si la variable est égale ou différente de 0) sachant qu'à l'instant t_0 , la quille est inclinée de $\theta = \theta_c = 20^\circ$ et que le navigateur donne une série d'impulsions sur « b », « tr » et « vir » conformément au chronogramme donné FIG 24 page 16.

4.1.3 Étude de la mémorisation de la consigne de position angulaire de la quille

Le diagramme d'états (**stm**) FIG 11 présente des opérations d'incrément ou de décrémentation de la consigne de position angulaire θ_c de la quille pendulaire de ± 1 ou ± 10 en fonction de l'évolution des entrées « b », « tr » et « vir » de l'automate. C'est le microprocesseur de l'automate qui effectue les opérations d'incrément et de décrémentation de la consigne angulaire et qui affecte le résultat dans sa mémoire centrale. La quille oscille entre -45° et $+45^\circ$ ($-45^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$) et l'information de consigne angulaire θ_c est stockée au degré près sur n bits, l'automate ne traitant que des variables binaires.

Q - 8 : Quelle valeur minimale donner à n pour couvrir les besoins de stockage de la position de consigne θ_c ?

4.2 Étude cinématique de la mise en position de la quille pendulaire

L'objectif de cette partie est de vérifier le bon dimensionnement des vérins et de valider leur commande.

- le repère $\mathcal{R}_N = (O, \vec{x}_N, \vec{y}_N, \vec{z}_N)$ est associé au berceau qui est lié à la coque
- la quille 1 est en liaison pivot d'axe $(O, \vec{z}_N)$ avec le berceau. Le repère $\mathcal{R}_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ est associé à la quille 1 avec $\theta_1 = (\vec{x}_N, \vec{x}_1) = (\vec{y}_N, \vec{y}_1)$
- les corps 4 et 5 des vérins sont en liaison pivot avec le berceau d'axes respectifs $(C, \vec{z}_N)$ et $(B, \vec{z}_N)$
- les tiges 2 et 3 de ces vérins sont en liaison pivot glissant d'axes respectifs (CA) et (BA) , respectivement avec les corps 4 et 5 des vérins. Les repères $\mathcal{R}_2 = (A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ et $\mathcal{R}_3 = (A, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ sont associés respectivement aux corps 2 et 3 avec $\theta_2 = (\vec{x}_N, \vec{x}_2) = (\vec{y}_N, \vec{y}_2)$ et $\theta_3 = (\vec{x}_N, \vec{x}_3) = (\vec{y}_N, \vec{y}_3)$

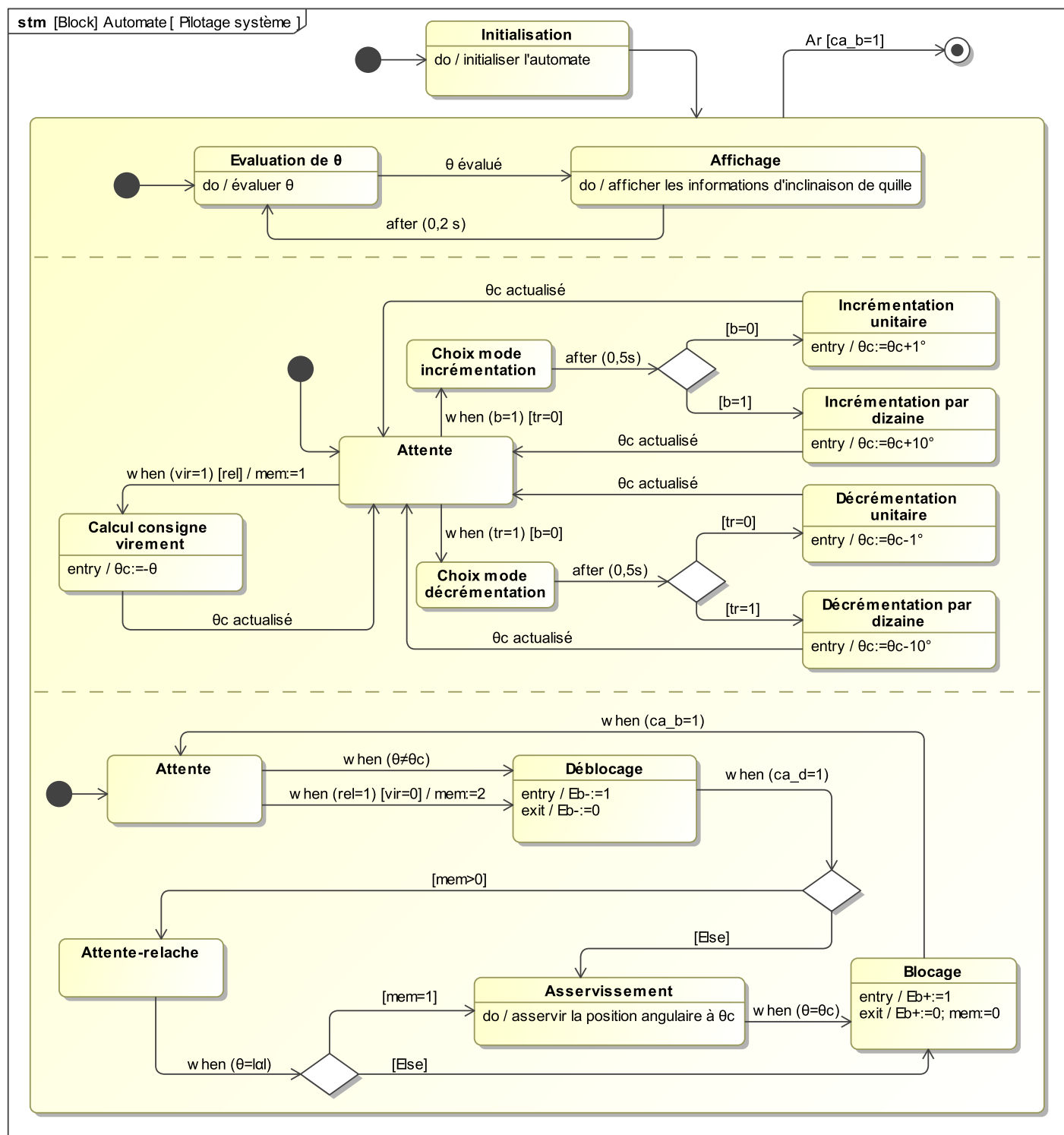


FIGURE 11 – diagramme d'états (stm) de la quille pendulaire

- les tiges 2 et 3 sont en liaison pivot d'axe $(A, \vec{z}_N)$ avec la quille 1
- l'inclinaison de la quille doit être telle que $-45^\circ \leq \theta_1 \leq 45^\circ$.
- les vérins ont une course maximale C de 50 cm.

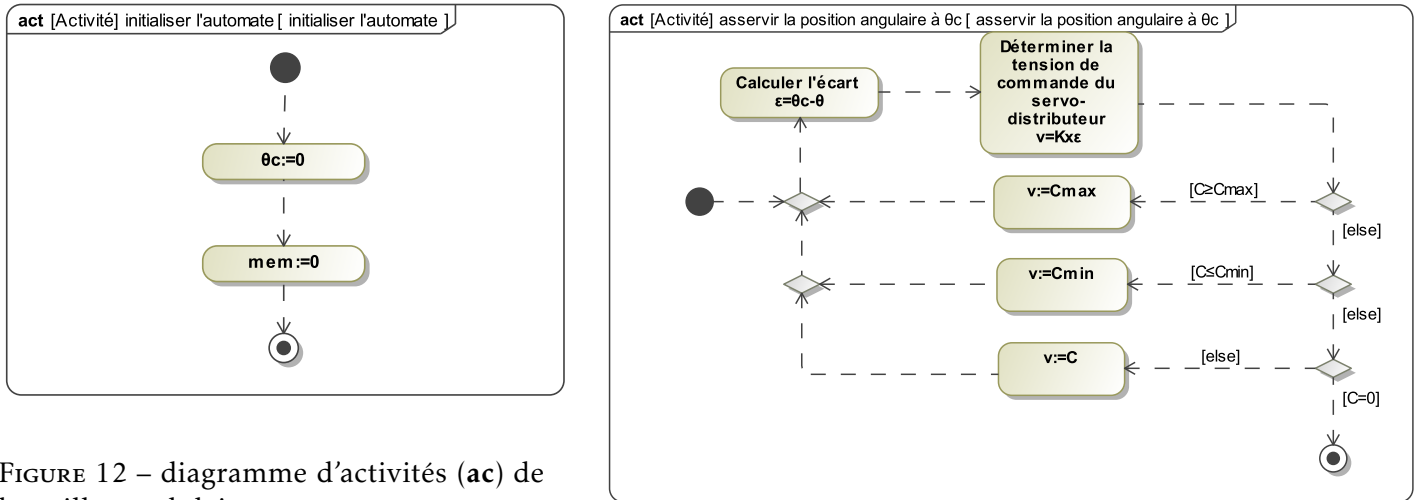


FIGURE 12 – diagramme d'activités (ac) de la quille pendulaire

Q - 9 : Par une fermeture géométrique utilisant les points C, A et O, déterminer l'expression λ en fonction de θ_1 , et l'expression de θ_2 en fonction de θ_1 .

Q - 10 : Donner la valeur de λ lorsque $\theta_1 = 0$ (quille en position verticale). Déterminer la course utile d'un vérin et conclure par rapport à la course maximale possible.

Pour les opérations de manœuvre, il faut contrôler la vitesse de rotation de la quille par rapport à la coque de manière à ce qu'elle soit la plus constante possible en régime établi. Il faut connaître la relation entre la vitesse de sortie de tige d'un vérin $\dot{\lambda}$ et la vitesse angulaire $\dot{\theta}_1$ de la quille par rapport à la coque.

Q - 11 : Donner les expressions des torseurs cinématiques suivants : $\mathcal{V}_{1/N}$, $\mathcal{V}_{2/4}$, $\mathcal{V}_{4/N}$ et $\mathcal{V}_{2/1}$.

Q - 12 : Écrire la fermeture cinématique en A et démontrer par une projection judicieuse que :

$$\dot{\lambda} = -R \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos(\theta_2 - \theta_1)$$

4.3 Étude des efforts mis en jeu dans les vérins lorsque la quille est en position

Lors de la manœuvre de la quille, un seul vérin est moteur, l'autre est laissé libre. Si on souhaite manœuvrer la quille de tribord à bâbord, seul le vérin 4-2 sera mis sous pression. On se place dans une position où la quille est à tribord, comme c'est le cas de la Fig 10, et on conserve donc le modèle d'étude et le paramétrage de cette figure. On considère le bateau droit c'est-à-dire $\vec{x}_N = \vec{x}$ et $\vec{y}_N = \vec{y}$.

- le problème est considéré comme plan de repère $\mathcal{R}_N = (O, \vec{x}_N, \vec{y}_N, \vec{z}_N)$, supposé galiléen.
- les liaisons sont toutes supposées parfaites.
- les poids des éléments constitutifs des deux vérins sont négligés.
- l'action de la pesanteur sur la quille est modélisée par le glisseur : $\mathcal{F}_{pes \rightarrow 1} = \begin{Bmatrix} -M_1 \cdot g \cdot \vec{y}_N \\ 0 \end{Bmatrix}_{G_1}$
- l'action de poussée de l'eau sur la quille est modélisée par le glisseur : $\mathcal{F}_{e \rightarrow 1} = \begin{Bmatrix} R_e \cdot \vec{x}_1 \\ 0 \end{Bmatrix}_P$
- la documentation technique du vérin donne un effort maximale de $2 \cdot 10^5$ N en tirant dans les conditions de pression maximale du groupe hydraulique du bateau.

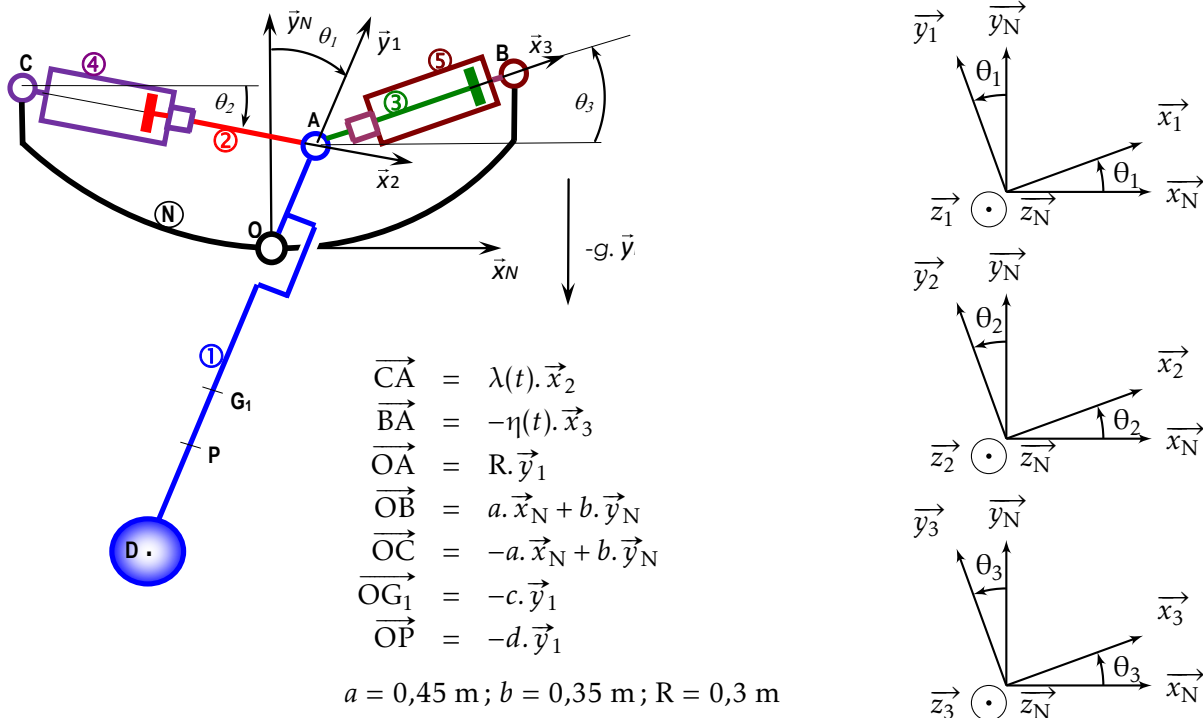


FIGURE 13 – Modèle d'étude et paramétrage

Q - 13 : Démontrer que l'action du berceau N sur la quille peut être modélisée par le glisseur :

$$\mathcal{F}_{N \rightarrow 1} = \left\{ \begin{array}{c} X_{N1} \cdot \vec{x}_N + Y_{N1} \cdot \vec{y}_N \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

Q - 14 : En isolant le système approprié et en utilisant le principe des actions réciproques, démontrer que l'action exercée par la tige du vérin sur la quille peut être modélisée par un glisseur d'axe (A, $\vec{x}_2$).

Ce glisseur s'écrira pour la suite : $\mathcal{F}_{2 \rightarrow 1} = \left\{ \begin{array}{c} F_{21} \cdot \vec{x}_2 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_A$

Q - 15 : Traduire l'équilibre de la quille 1 de manière à donner l'expression de F_{21} en fonction de M_1 , g et R_e .

La courbe FIG 14 donne l'évolution de l'effort du vérin nécessaire au pivotement de la quille de tribord à bâbord en fonction de la position de la quille.

Q - 16 : D'après la FIG 14, pour $-45^\circ \leq \theta_1 \leq -38^\circ$, l'effort F_{21} exercé par le vérin sur la quille est positif. D'une manière qualitative, expliquer ce résultat.

Q - 17 : Relever la valeur maximale de $|F_{21}|$ et conclure sur le choix du vérin.

4.4 Étude de l'asservissement en position d'un vérin

Afin de garantir sa répétabilité, la mise en position angulaire de la quille fait l'objet d'un contrôle par une boucle d'asservissement en position angulaire de la quille.

Le schéma blocs FIG 15 modélise le comportement de l'asservissement en position angulaire de la quille pendulaire.

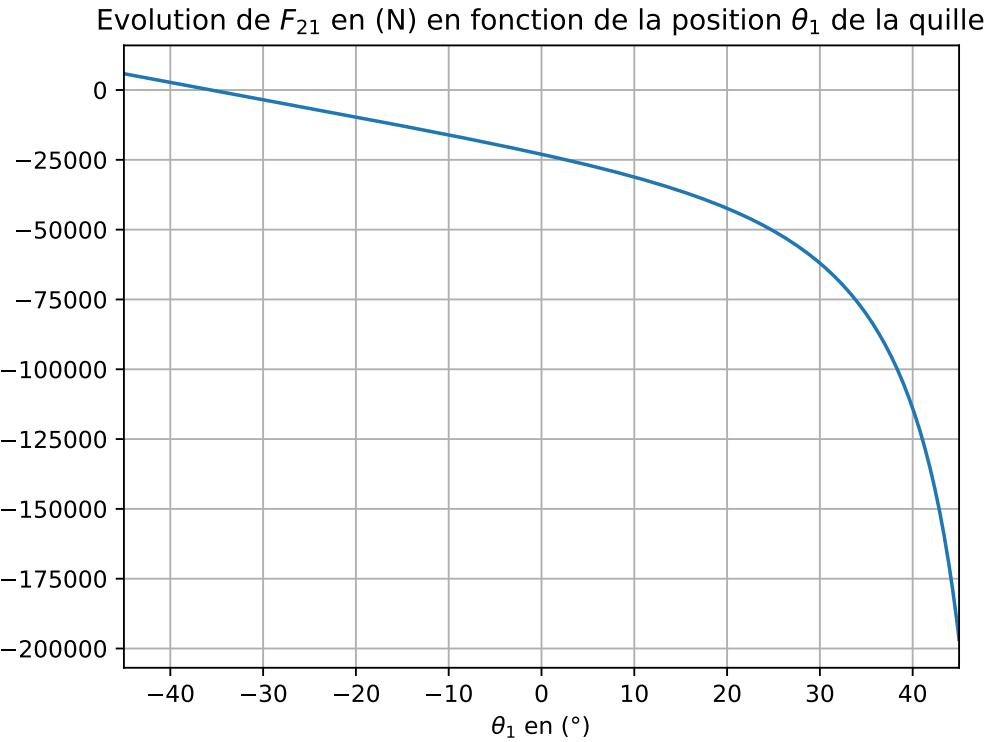


FIGURE 14 – Evolution de l’effort du vérin nécessaire au pivotement de la quille

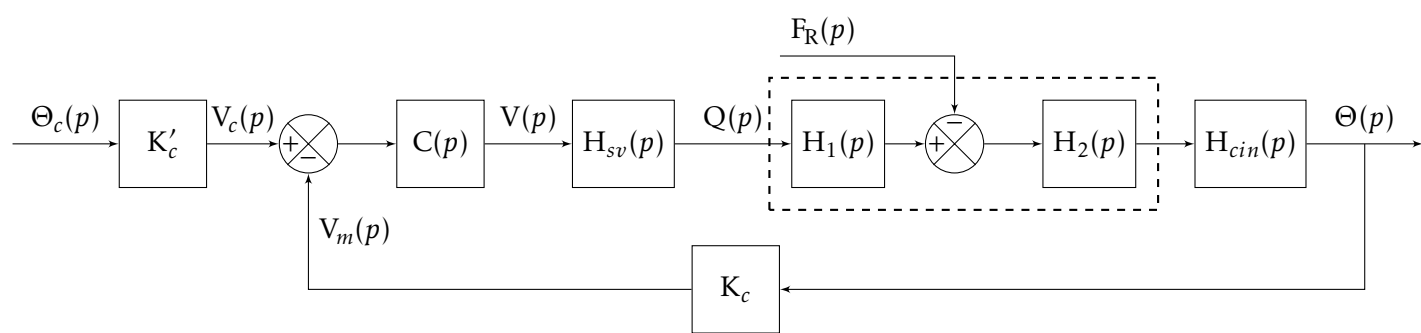


FIGURE 15 – Schéma blocs de l’asservissement en position de la quille

Fonction temporelle	Définition (unité)	Transformée de Laplace
$\theta_c(t)$	Consigne de position angulaire ($^\circ$)	$\theta_c(p)$
$\theta(t)$	Position angulaire de la quille ($^\circ$)	$\theta(p)$
$v(t)$	Tension de commande de la servovalve (V)	$V(p)$
$v_c(t)$	Tension image de la consigne (V)	$V_c(p)$
$v_m(t)$	Tension image de la position (V)	$V_m(p)$

Fonctions de transfert : définition (unité éventuelle)	
K_c	Gain du capteur angulaire potentiométrique (V/°)
K'_c	Gain du bloc d'adaptation (V/°)
$C(p)$	Correcteur de position
$H_{sv}(p)$	Fonction de transfert de la servovalve
$H_1(p) \text{ \& } H_2(p)$	Fonctions de transfert caractéristiques du comportement du vérin
$H_{cin}(p)$	Fonction de transfert du mécanisme de transformation de mouvement

Q - 18 : Repérer la boucle d'asservissement (boucle regroupant les composants qui participent à l'asservissement en position du tiroir) sur le diagramme de blocs internes (**ibd**) de la Fig 23 page 15.

Q - 19 : Déterminer K'_c pour le système soit correctement asservi. Justifier votre réponse.

Critère	Niveau
Stabilité	Aucun dépassement vis-à-vis d'une entrée en échelon
Rapidité	Temps de réponse à 5% de 4 s maximum
	Vitesse angulaire de la quille de 8°/s maximum
Précision	Erreur statique nulle vis-à-vis d'une entrée en échelon

TABLE 2 – Exigences du cahier des charges en termes de performances de l'asservissement

4.4.1 Modélisation d'un vérin

Le comportement d'un vérin est régi par les équations suivantes :

$$q(t) = S \cdot \frac{dx(t)}{dt} + \frac{V}{2 \cdot B} \cdot \frac{d\sigma(t)}{dt} \quad (1)$$

$$M \cdot \frac{d^2x(t)}{dt^2} = S \cdot \sigma(t) - k \cdot x(t) - \mu \cdot \frac{dx(t)}{dt} - f_R(t) \quad (2)$$

Fonction temporelle	Définition	Transformée de Laplace
$q(t)$	Débit d'alimentation du vérin (m ³ /s)	$Q(p)$
$\sigma(t)$	Différence de pression entre les deux chambres du vérin (Pa)	$\Sigma(p)$
$x(t)$	Position de la tige du vérin (m)	$X(p)$
$f_r(t)$	Effort résistant exercé sur la tige du vérin selon son axe (N)	$F_R(p)$

Constantes	
S	Section du vérin (m ²)
M	Masse équivalente à l'ensemble des éléments mobiles ramenée sur la tige du vérin (kg)
k	Raideur mécanique du vérin (N/m)
V	Volume d'huile de référence (m ³)
μ	Coefficient de frottements visqueux (N.s/m)

Le comportement du vérin peut être modélisé par le schéma blocs Fig 16.

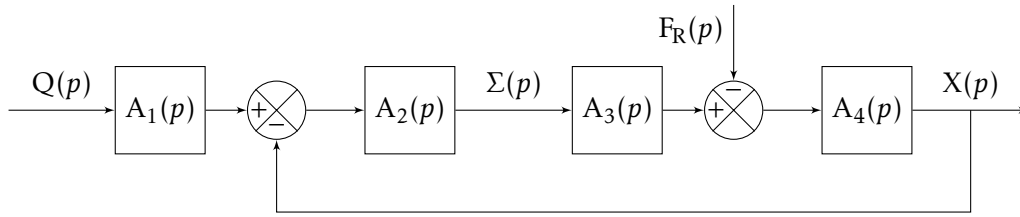


FIGURE 16 – Schéma blocs d'un vérin

Q - 20 : A l'aide des équations (1) et (2) et en supposant les conditions initiales nulles, déterminer les fonctions de transfert $A_1(p)$, $A_2(p)$, $A_3(p)$ et $A_4(p)$.

On note $X(p) = G_1(p).Q(p) - G_2(p).F_R(p)$.

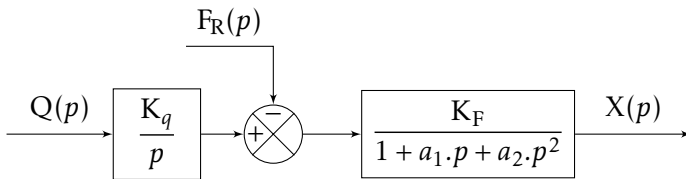
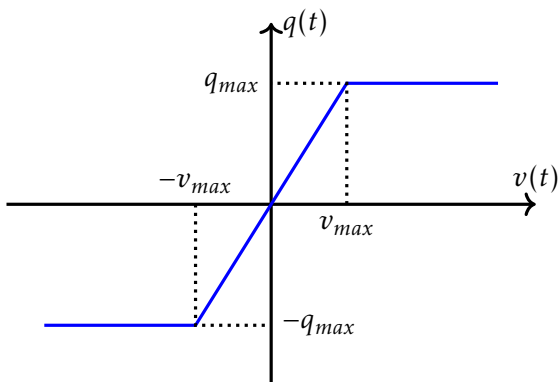


FIGURE 17 – Schéma blocs simplifié d'un vérin

Q - 21 : Donner l'expression de $G_1(p)$ et $G_2(p)$ en fonction de $A_1(p)$, $A_2(p)$, $A_3(p)$ et $A_4(p)$. Montrer que le comportement du vérin peut être modélisé par le schéma blocs simplifié FIG 17. Donner les expressions des coefficients K_q , K_F , a_1 et a_2 .

4.4.2 Modélisation de la servovalve



La servovalve présente un fonctionnement non-linéaire provenant d'un phénomène de saturation qui est défini par la courbe de la FIG 18 donnant les évolutions du débit $q(t)$ fourni par la servovalve en fonction de sa tension de commande $v(t)$.

- pour $v(t) < -v_{max}$; $q(t) = -q_{max}$
- pour $-v_{max} \leq v(t) \leq +v_{max}$; $q(t) = K_s v.v(t)$
- pour $v(t) > +v_{max}$; $q(t) = +q_{max}$

avec $v_{max} = 10$ V

FIGURE 18 – Fonctionnement de la servovalve

La FIG 19 représente les évolutions temporelles du débit $q(t)$ sortant de l'électrovanne et de la position angulaire $\theta(t)$ lorsque l'on impose une consigne en échelon $\theta_c(t) = \theta_0.u(t)$ avec $\theta_0 = 45^\circ$ et $u(t)$ échelon unitaire ($u(t) = 0$ pour $t < 0$ et $u(t) = 1$ pour $t \geq 0$), lorsque le système n'est pas corrigé ($C(p) = 1$) et non perturbé ($F_R(p) = 0$).

Q - 22 : La courbe représentative du débit $q(t)$ présente un palier où $q(t)$ garde une valeur constante. Justifier ce palier et donner la valeur numérique du gain K_{sv} .

Q - 23 : Montrer, en précisant le ou les critères mis en défaut, que les exigences du cahier des charges ne sont pas respectées.

4.4.3 Comportement pour une commande de faible amplitude

Lorsque le système est non perturbé et pour de faible amplitude, le comportement du système peut être modélisé par le schéma blocs simplifié FIG 20.

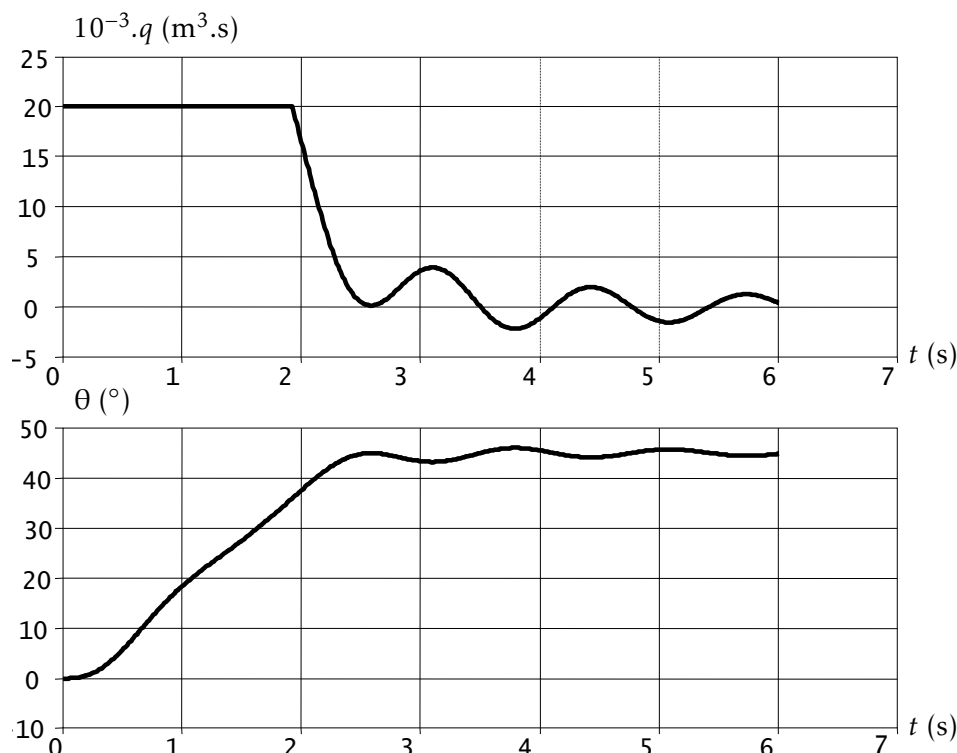


FIGURE 19 – Réponses temporelles

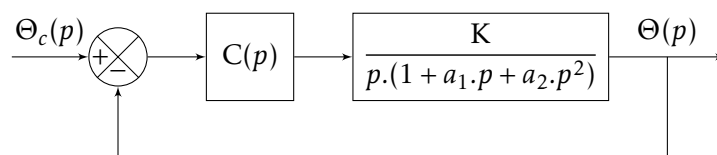


FIGURE 20 – Schéma blocs simplifié de l'asservissement en position de la quille

On choisit dans un premier temps un correcteur proportionnel tel que $C(p) = K_C$.

La FIG 25 donne la courbe de gain du diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte du système pour $K_C = 1$.

Q - 24 : Tracer sur la courbe de gain du document réponse FIG 25, le diagramme asymptotique de Bode. Estimer à partir de cette courbe de gain les valeurs numériques de K et a_2 . Estimer le facteur de résonance et en déduire la valeur numérique a_1 .

RAPPEL pour un deuxième ordre, le facteur de résonance : $Q = \frac{1}{2.z.\sqrt{1-z^2}}$ avec z , le coefficient d'amortissement.

Q - 25 : Déterminer la fonction de transfert global du système $H(p) = \theta(p)/\theta_c(p)$ en fonction de K , K_C , a_1 et a_2 .

Q - 26 : Déterminer l'erreur statique $Er = \lim_{t \rightarrow \infty} (\theta_c(t) - \theta(t))$ en réponse à un échelon indicelle de consigne $\theta_c(t) = \theta_0.u(t)$ avec $\theta_0 = 1^\circ$. Conclure par rapport aux exigences du cahier des charges.

La FIG 21 donne la réponse de l'asservissement à un échelon de consigne de 5° pour des valeurs de K_C de 1 et de 0,44.

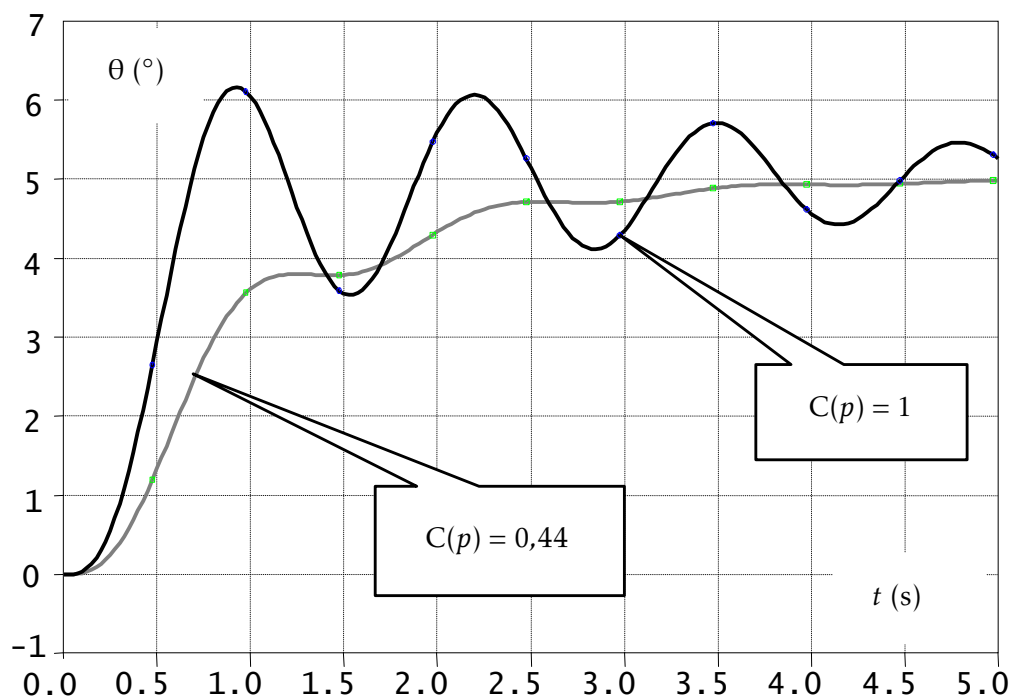


FIGURE 21 – Réponses temporelles à un échelon de consigne de 5°

Q - 27 : L'exigence en termes de temps de réponse à 5% est-elle respectée?

L'examen des différentes réponses indicielle pour différentes valeurs de K_C fait apparaître la persistance d'un phénomène oscillatoire dont l'origine se trouve dans le caractère résonnant du vérin. Pour éliminer le phénomène de résonance, on choisit un correcteur à retard de phase :

$$C(p) = K_C \cdot \frac{1 + T \cdot p}{1 + b \cdot T \cdot p} \quad \text{avec } b > 1$$

Q - 28 : Tracer sur le document réponse FIG 26 l'allure du diagramme de Bode de ce correcteur pour $K_C = 1$, $T = 0,1$ s et $b = 10$.

Une étude plus fine a permis de définir les valeurs numériques de K_C , T et b . La FIG 22 donne la réponse du système corrigé à un échelon de consigne de 5°.

Q - 29 : Vérifier si toutes les exigences sont respectées.

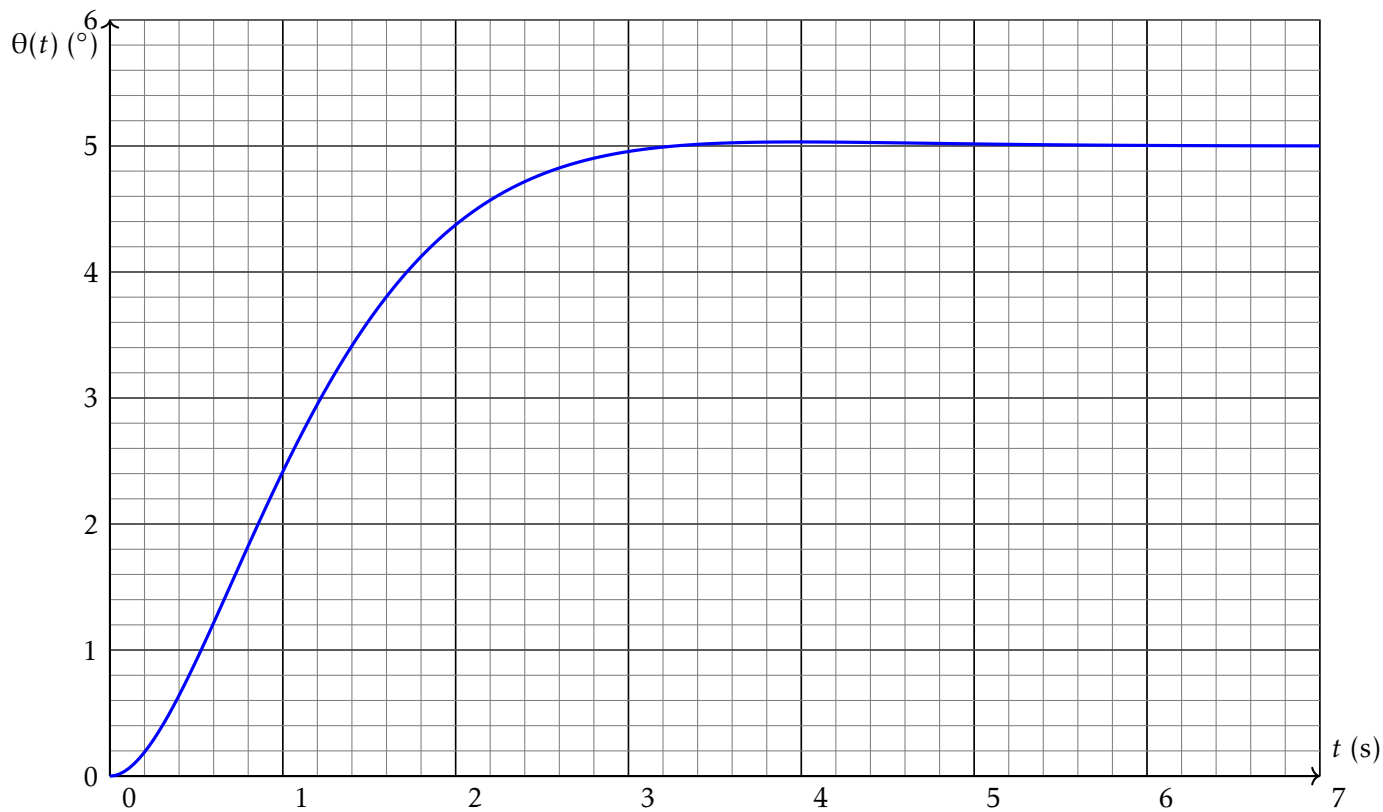


FIGURE 22 – Réponse temporelle du système corrigé à un échelon de consigne de 5°

5 Document réponse

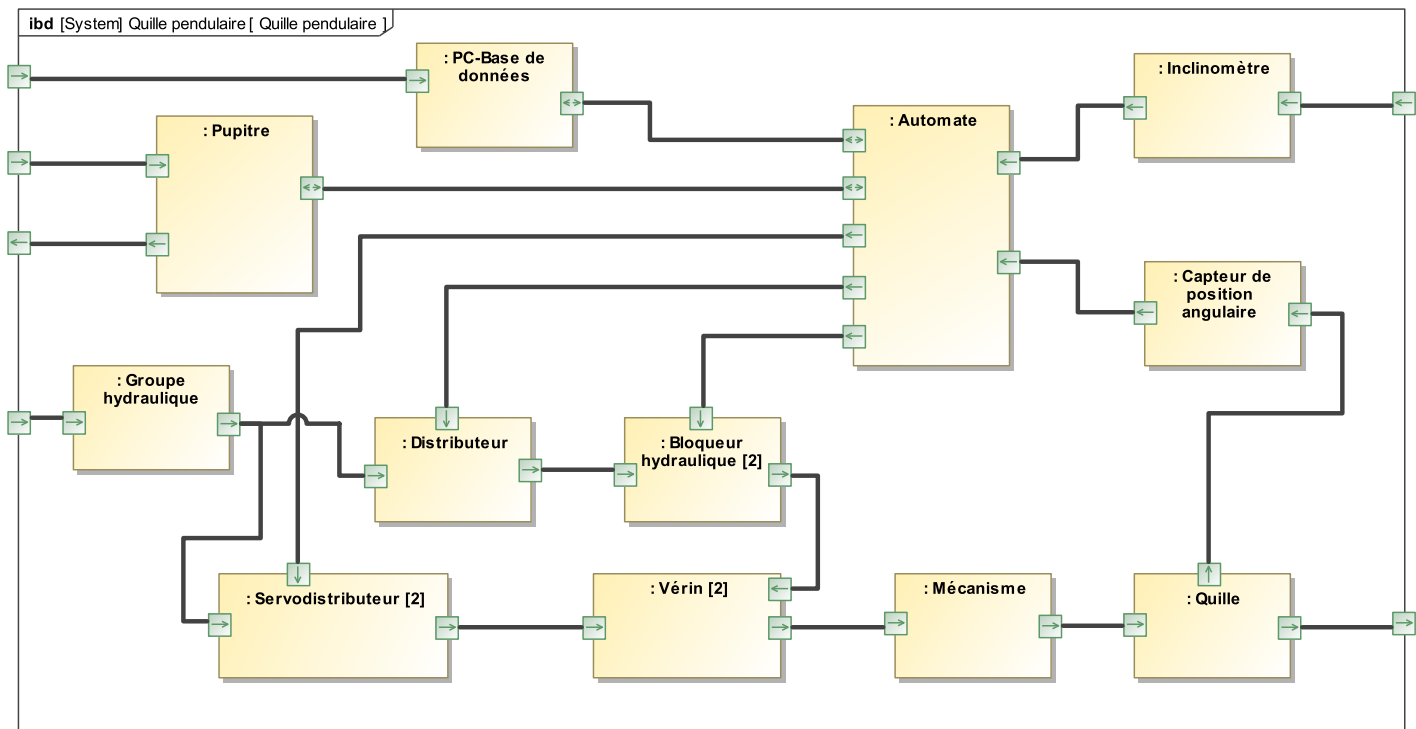


FIGURE 23 – diagramme de blocs internes (ibd) de la quille pendulaire

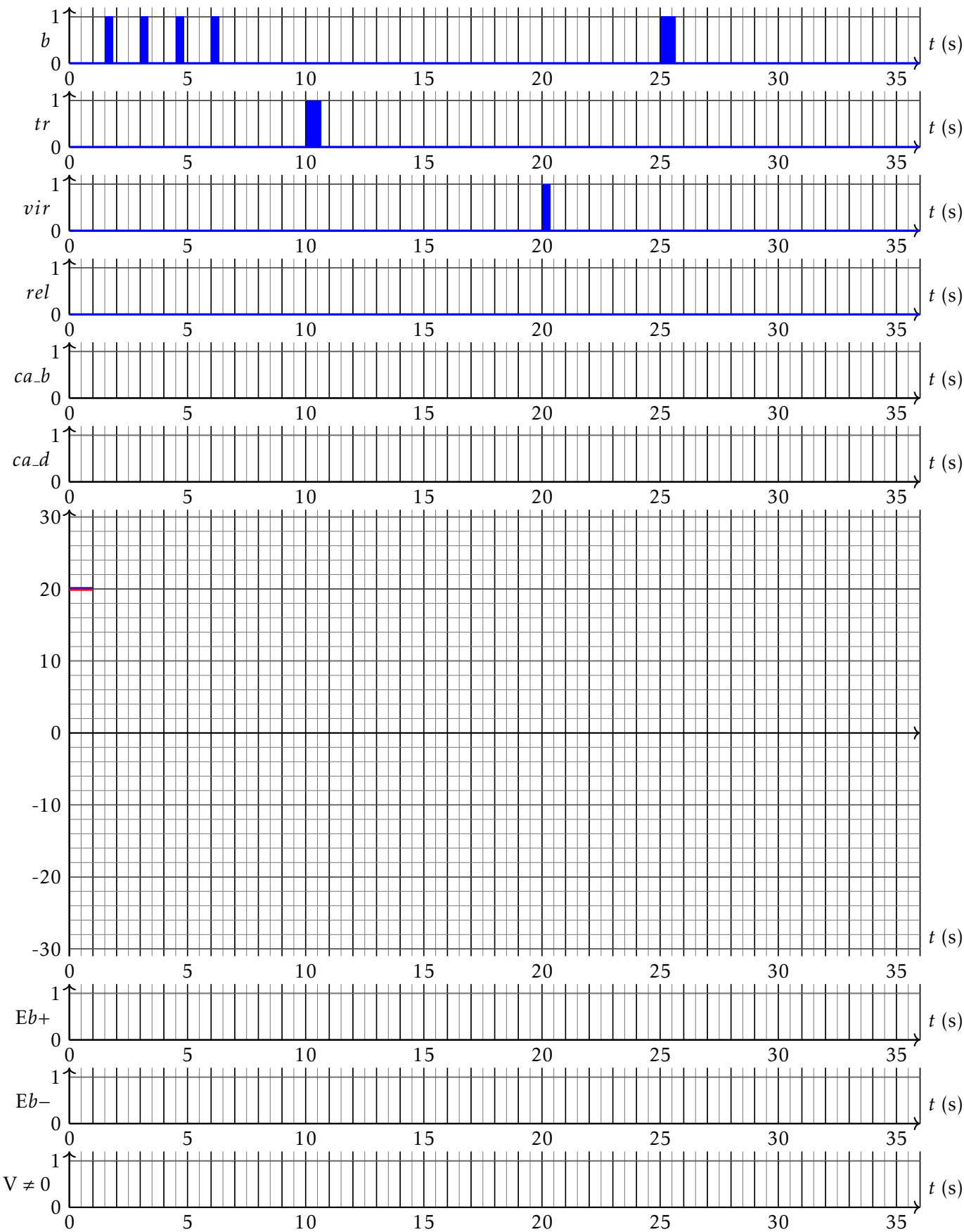


FIGURE 24 – Chronogramme associé au diagramme d'états (**stm**) de la quille pendulaire

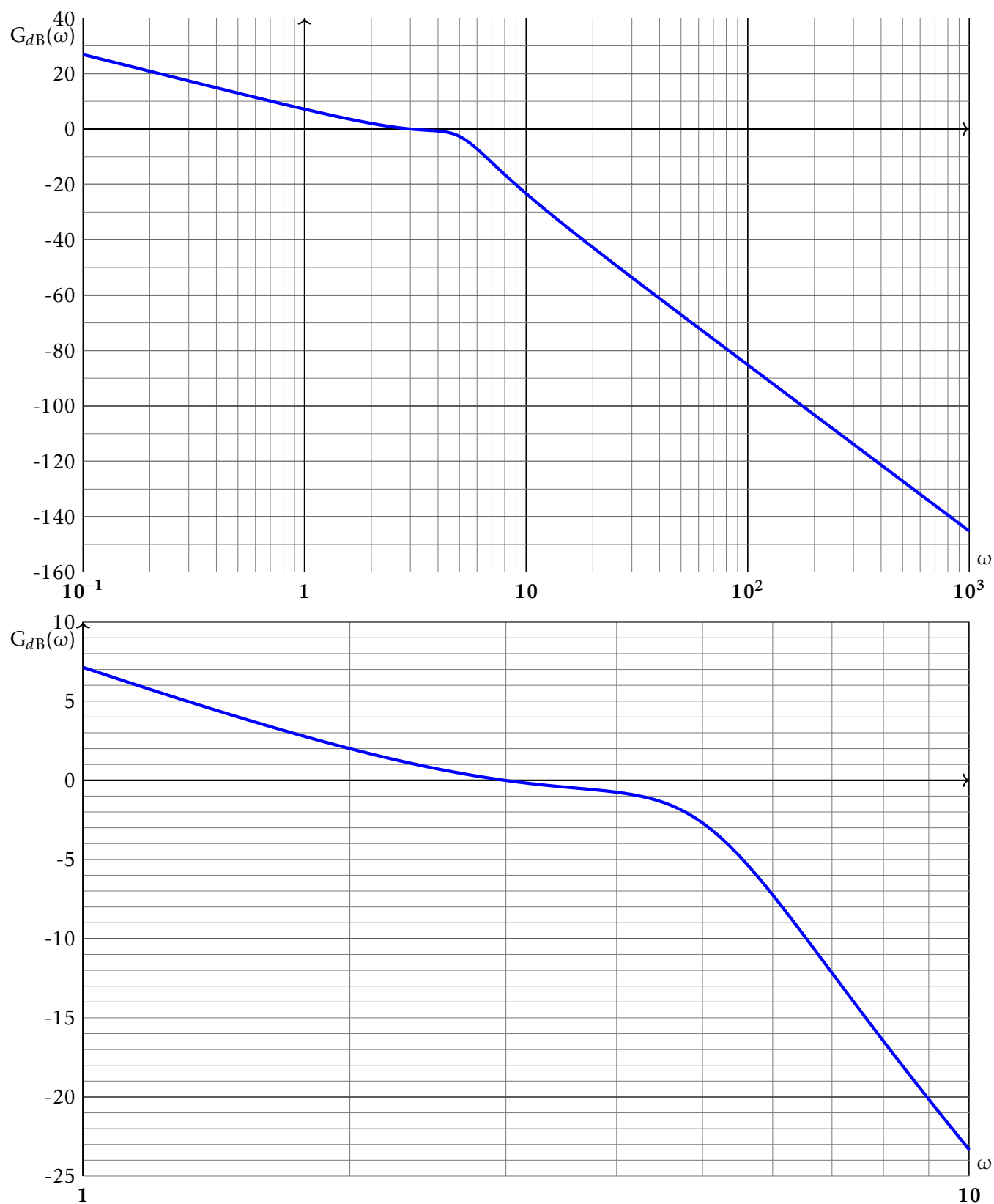


FIGURE 25 – Diagramme de Bode : courbe de gain (en large et en zoom)

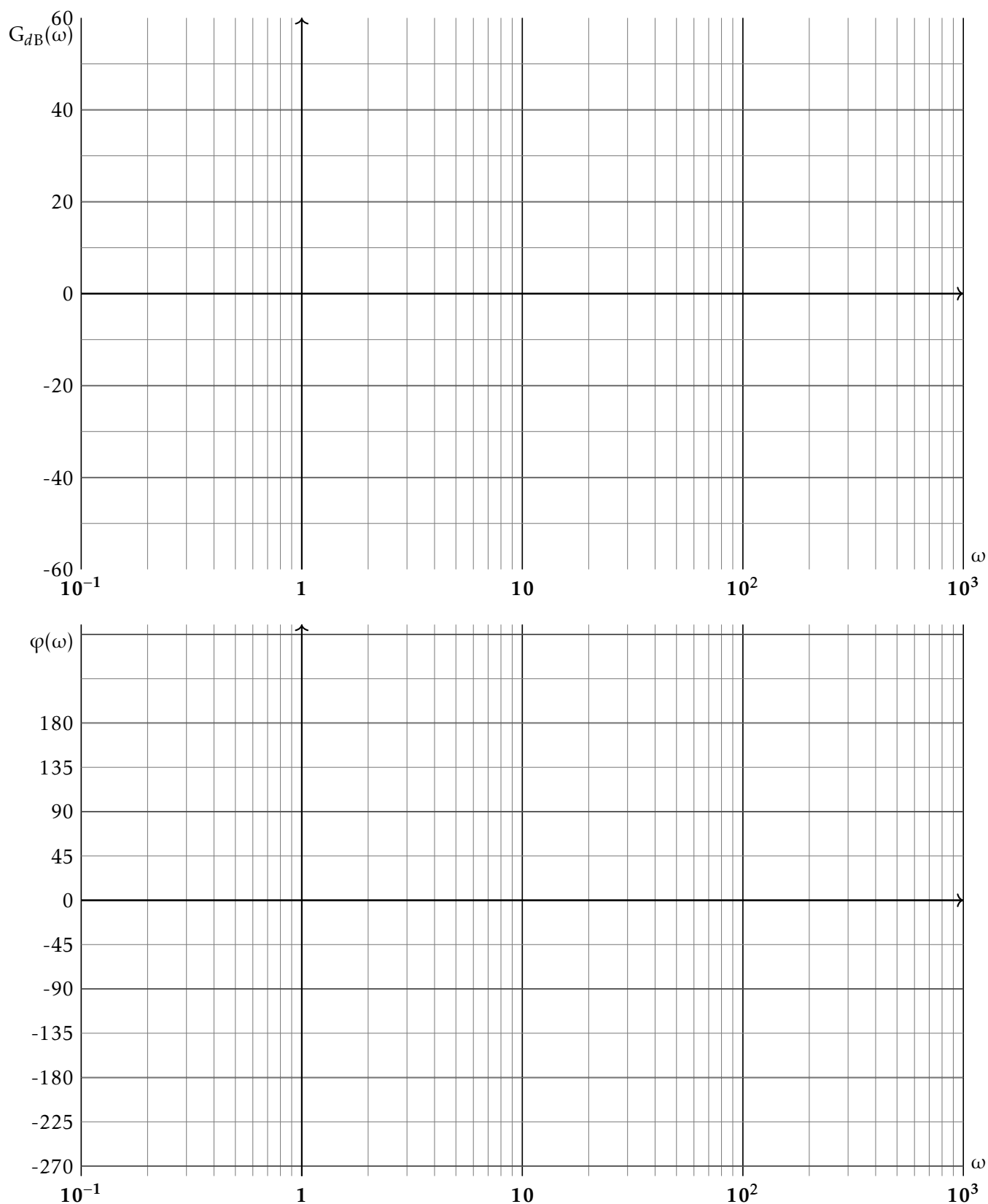


FIGURE 26 – Diagramme de Bode du correcteur à retard de phase