

Révisions de MPSI & MP2I

Chaudière à bois déchiqueté

CORRECTION

Mines AADN 2010

Présentation générale

HARGASSNER développe la technologie du chauffage au bois déchiqueté et aux granulés de bois dans le but de concilier un chauffage à la fois écologique et confortable d'utilisation.

L'entreprise est devenue un leader en matière de technique innovante, de développement, de service, de qualité et de longévité dans le domaine du chauffage au bois. L'étude porte sur la chaudière HSV 30, alimentée en bois déchiqueté, qui développe une puissance de chauffe de 25 à 35 kW.

Figure 1

Chaudière Hargassner

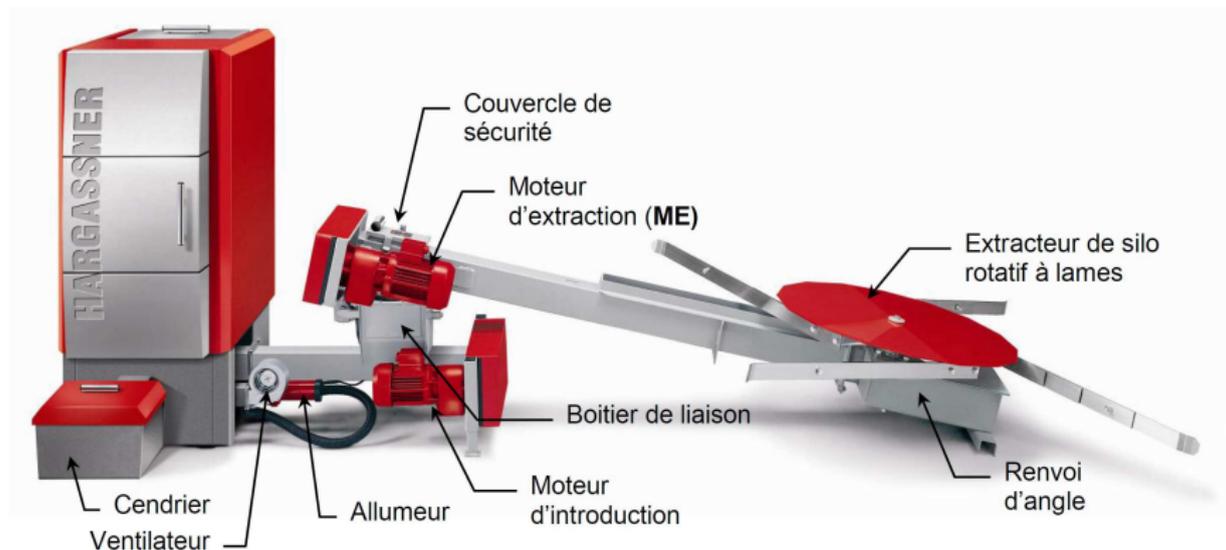


Figure 2

diagramme de cas d'utilisation (uc)

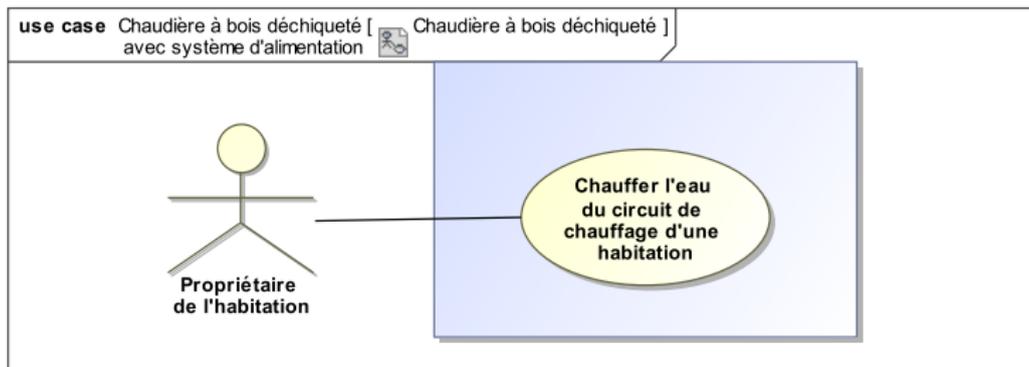


diagramme d'exigence (req) principal de la chaudière à bois déchiqueté.

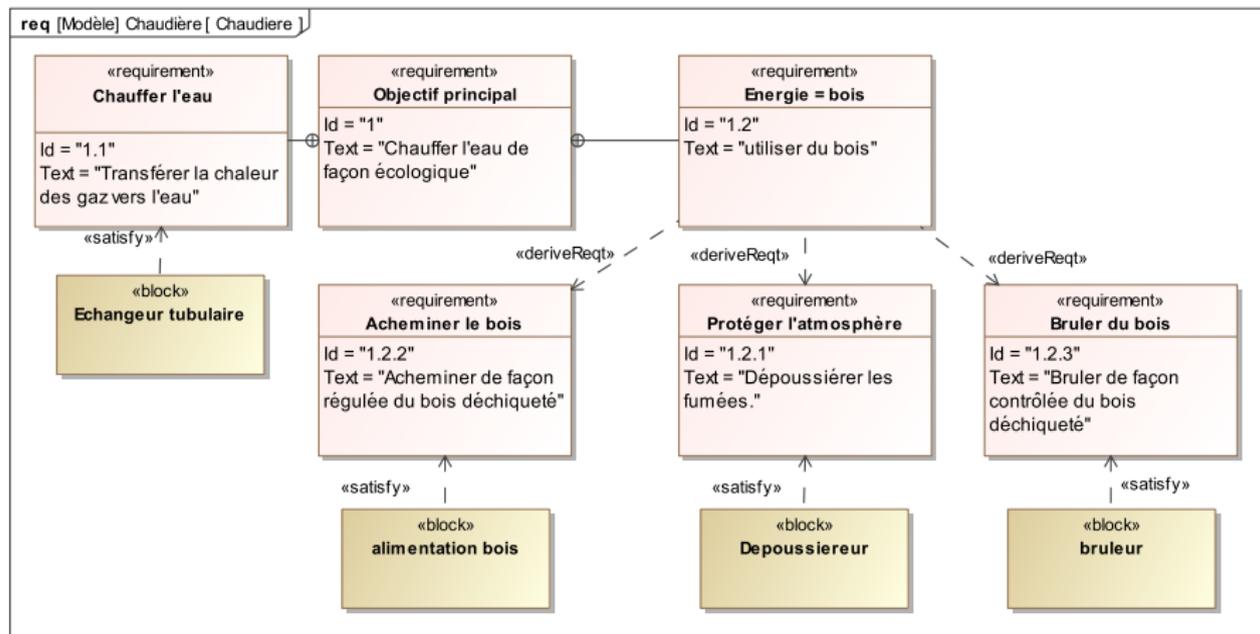


diagramme d'exigence (req) de l'exigence acheminer le bois.

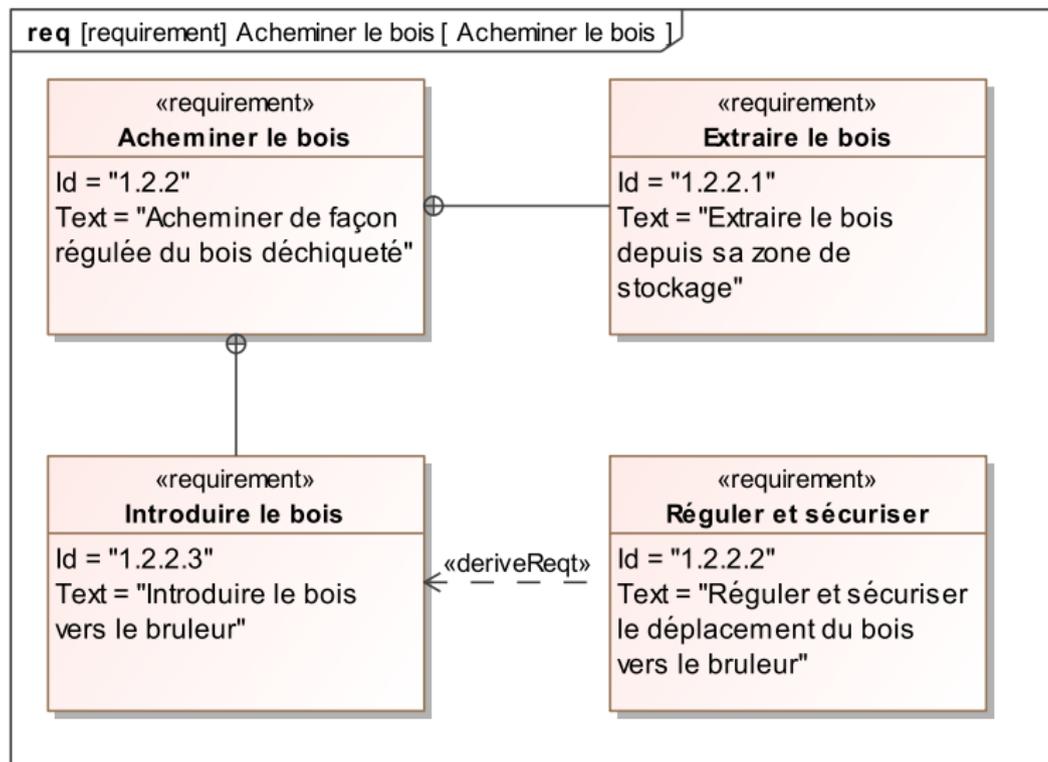


diagramme d'exigence (req) de l'exigence protéger l'atmosphère.

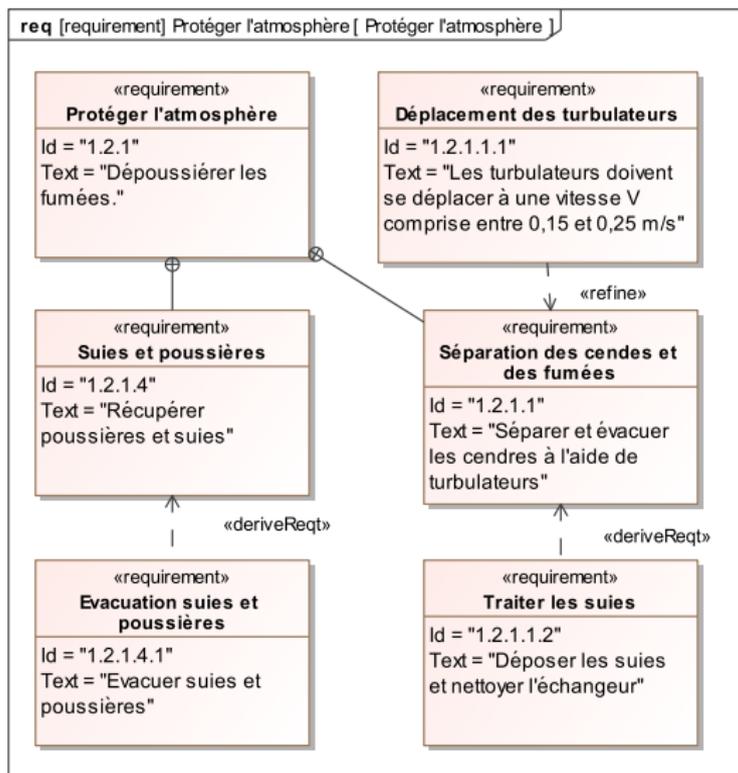
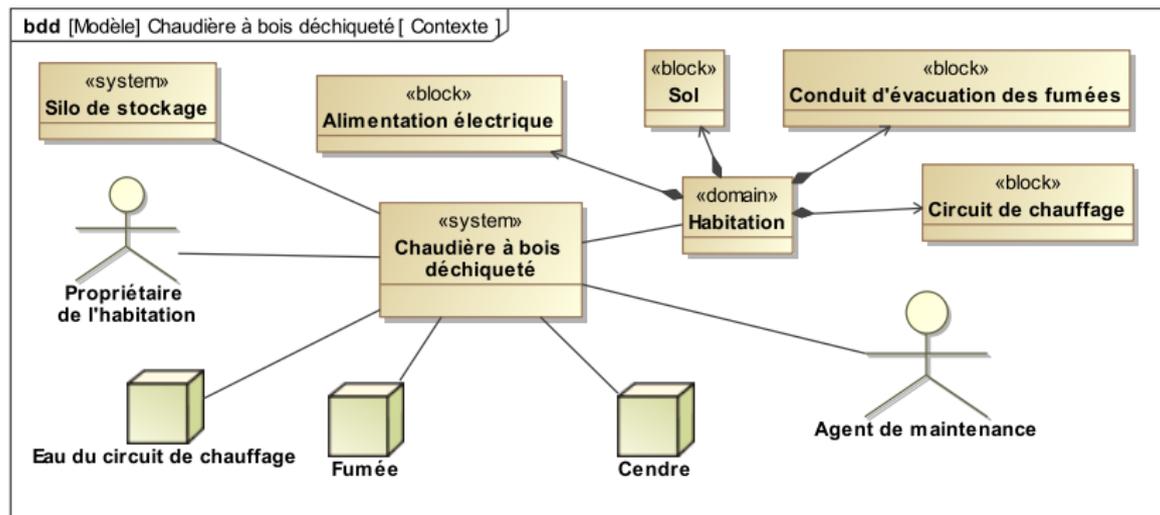


Figure 3

diagramme de contexte (bdd)



Le bois déchiqueté est amené jusqu'à la chaudière dans un premier temps à l'aide d'un extracteur à lames puis de la vis d'extraction et enfin par la vis d'introduction. Il est alors brûlé au sein d'un foyer réfractaire développant des gaz dans la chambre de combustion.

Les gaz sont dépoussiérés dans la chambre de détente avant de passer dans un échangeur tubulaire équipé de turbulateurs. Ces turbulateurs augmentent l'efficacité de l'échangeur et permettent son nettoyage automatique. L'échangeur permet le chauffage de l'eau à partir des fumées. Une vis de dépoussiérage et une vis de décendrage, associées aux turbulateurs évacuent automatiquement les cendres et les suies dans un cendrier.

Figure 4

Schéma de la chaudière-vue de face

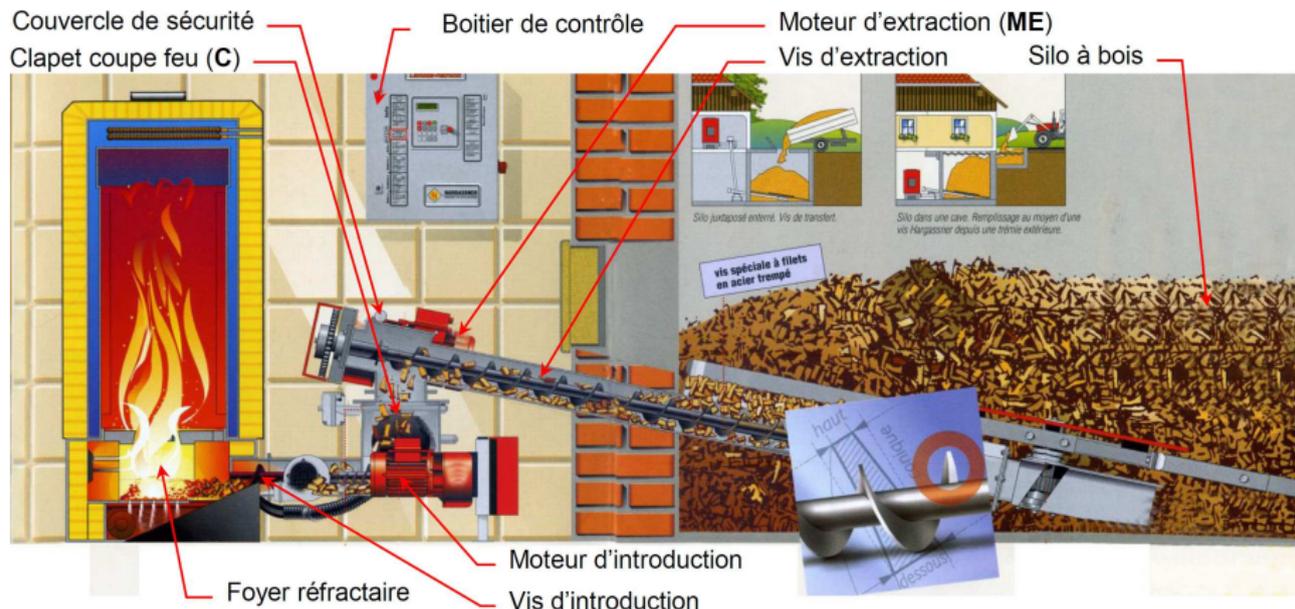
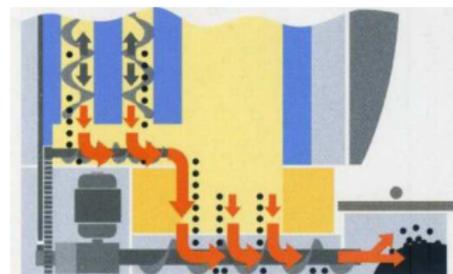
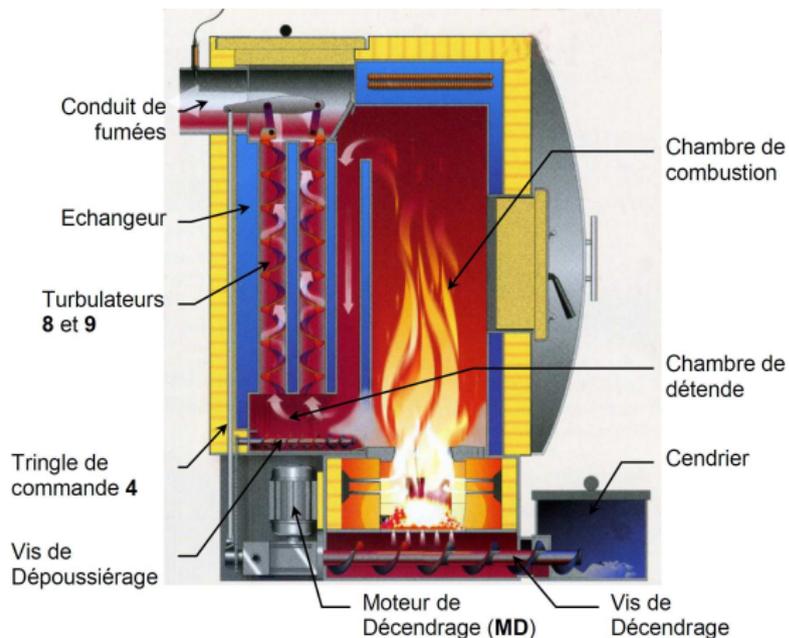


Figure 5

Schéma de la chaudière-vue de profil



Un seul moteur pour l'ensemble du décendrage

Système d'alimentation

L'extracteur de silo rotatif est actionné par le moteur d'extraction (ME). Ce moteur (ME) actionne simultanément la vis d'extraction et l'extracteur à lames grâce à un renvoi d'angle (mécanisme permettant de transformer la rotation de la vis en une rotation perpendiculaire utilisable par l'extracteur).

Il autorise la marche arrière de la vis d'extraction si nécessaire. (Pour information, quelque soit le sens de rotation de la vis d'extraction, l'extracteur et ses lames tournent toujours en marche avant grâce à un système mécanique à engrenage implanté dans le renvoi d'angle).

La vis d'introduction est actionnée par le moteur d'introduction.

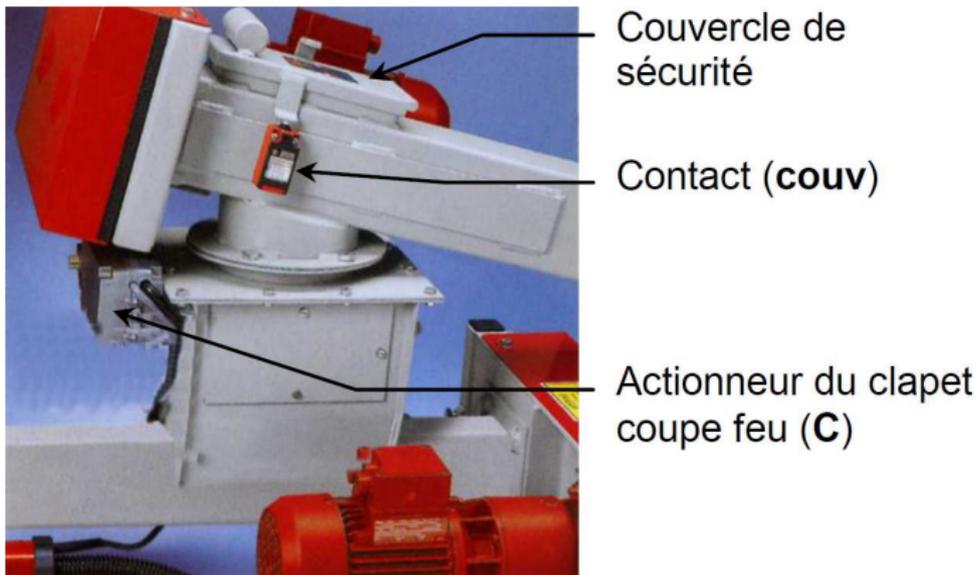
La vis d'extraction et la vis d'introduction sont séparées par un boîtier de liaison avec un " clapet coupe feu " à fermeture automatique par manque de courant (ce système est donc monostable).

Ce boîtier de liaison est équipé dans sa partie supérieure d'un " couvercle de sécurité " permettant de détecter le trop plein de bois grâce à un capteur.

Les deux moteurs de vis sont équipés d'un contrôle d'effort qui déclenche la marche arrière automatiquement en cas de dépassement du seuil d'effort programmé.

Figure 6

Boîtier de liaison clapet coupe-feu



Le système de décendrage nettoie la chaudière à intervalle de temps régulier. La chambre de détente permet la séparation entre les cendres volatiles et les fumées. Les cendres volatiles de dépoussiérage des fumées sont automatiquement transportées et évacuées avec les cendres de combustion grâce d'abord à la vis de dépoussiérage puis à la vis de décendrage, vers le cendrier.

Le nettoyage de l'échangeur à partir des turbulateurs fait tomber les suies sur la vis de dépoussiérage. Celle-ci évacue les suies et les poussières de fumées au-dessus de la vis de décendrage. La vis de décendrage évacue les suies, les poussières et les cendres du foyer dans le cendrier. Toutes ces opérations sont réalisées à partir d'un seul motoréducteur (**MD**).

Le système est aussi équipé de capteurs, les principaux sont de sondes de températures. Il y en a trois au niveau du bloc échangeur (pour eaux et fumées), une au niveau de la chambre de combustion et une sonde extérieure.

Figure 7

Mécanisme de mise en mouvement des turbulateurs

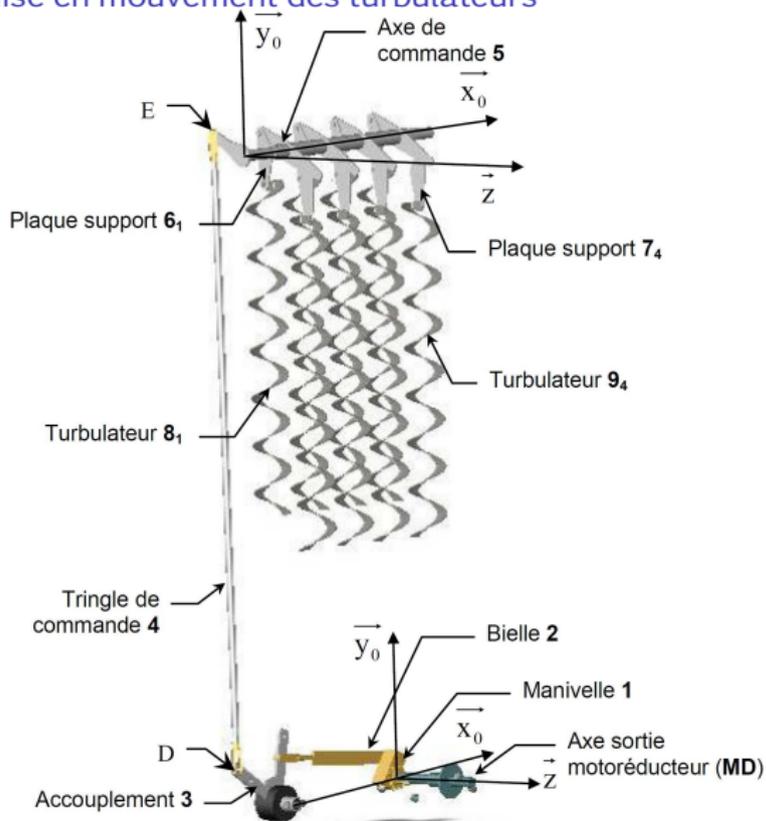


Figure 8

Schéma cinématique plan du mécanisme de mise en mouvement des turbulateurs en partie basse

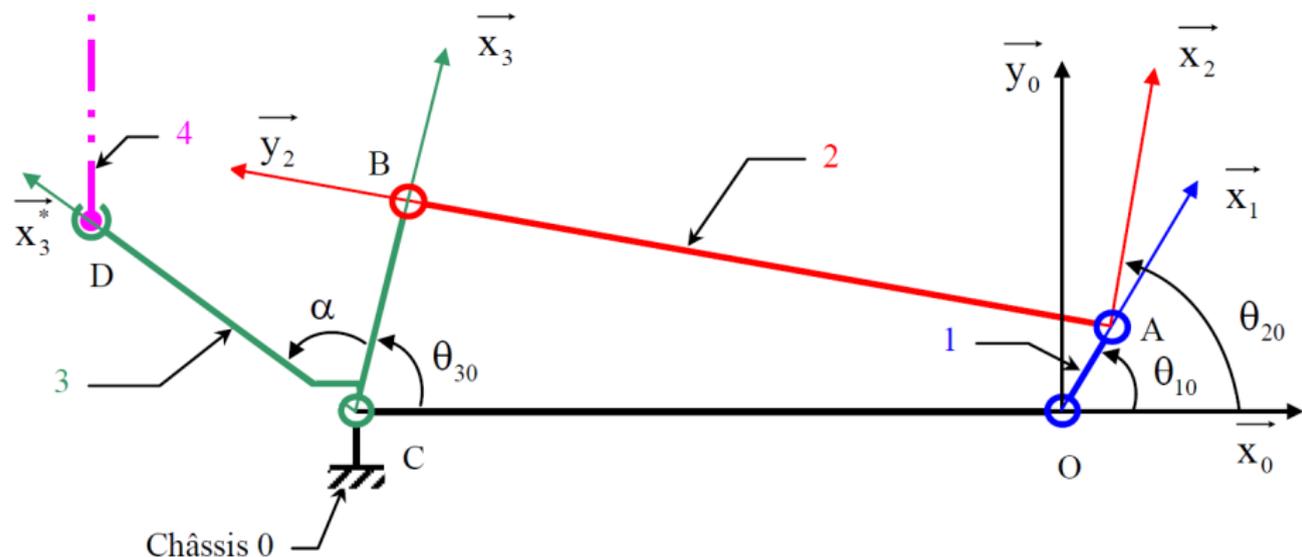


Figure 9

Moteur et mécanisme 4 barres (partie basse)

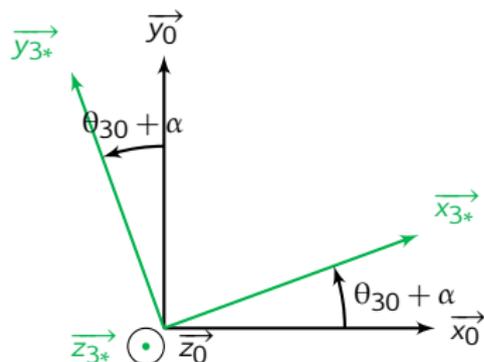


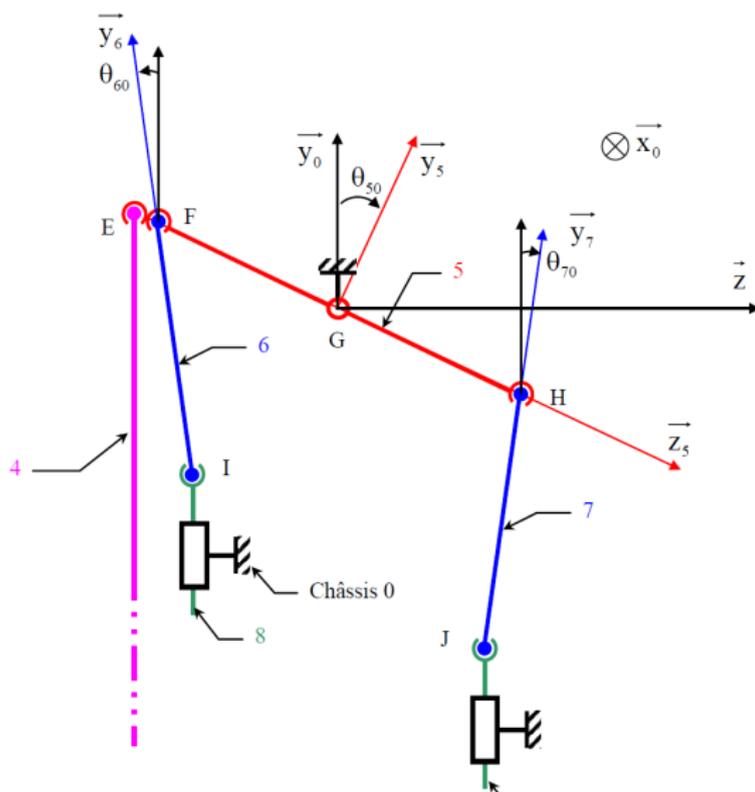
Figure 10

Axe de commande et turbulateurs (partie haute)

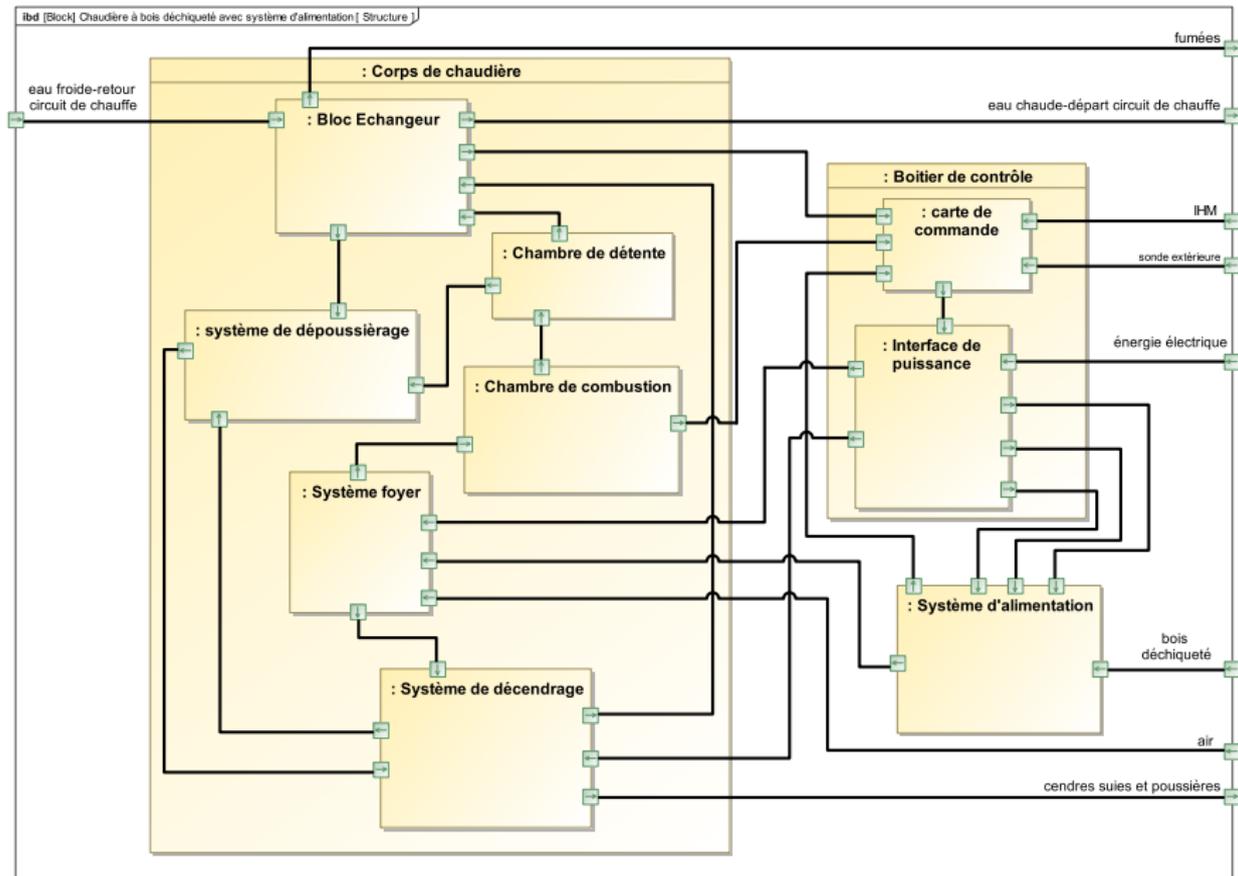


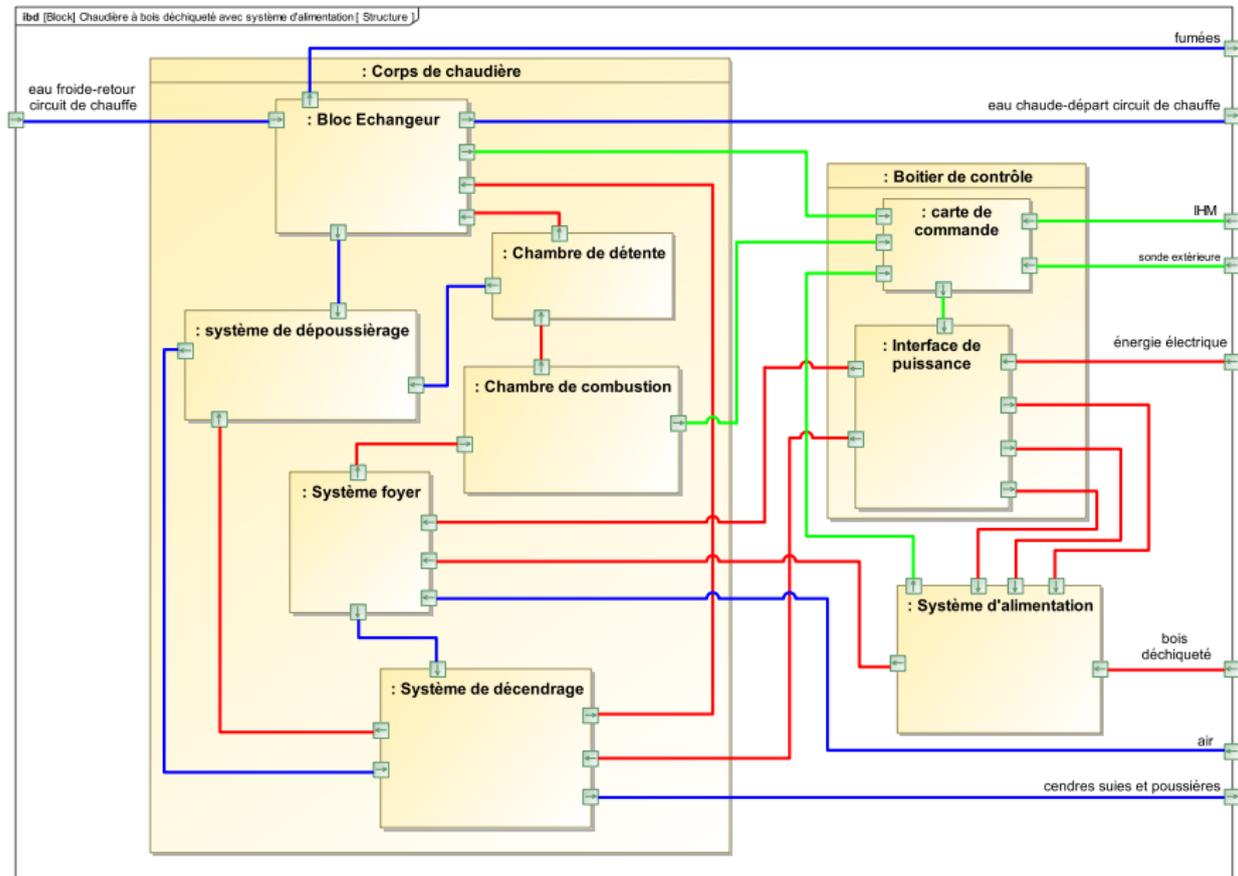
Figure 11

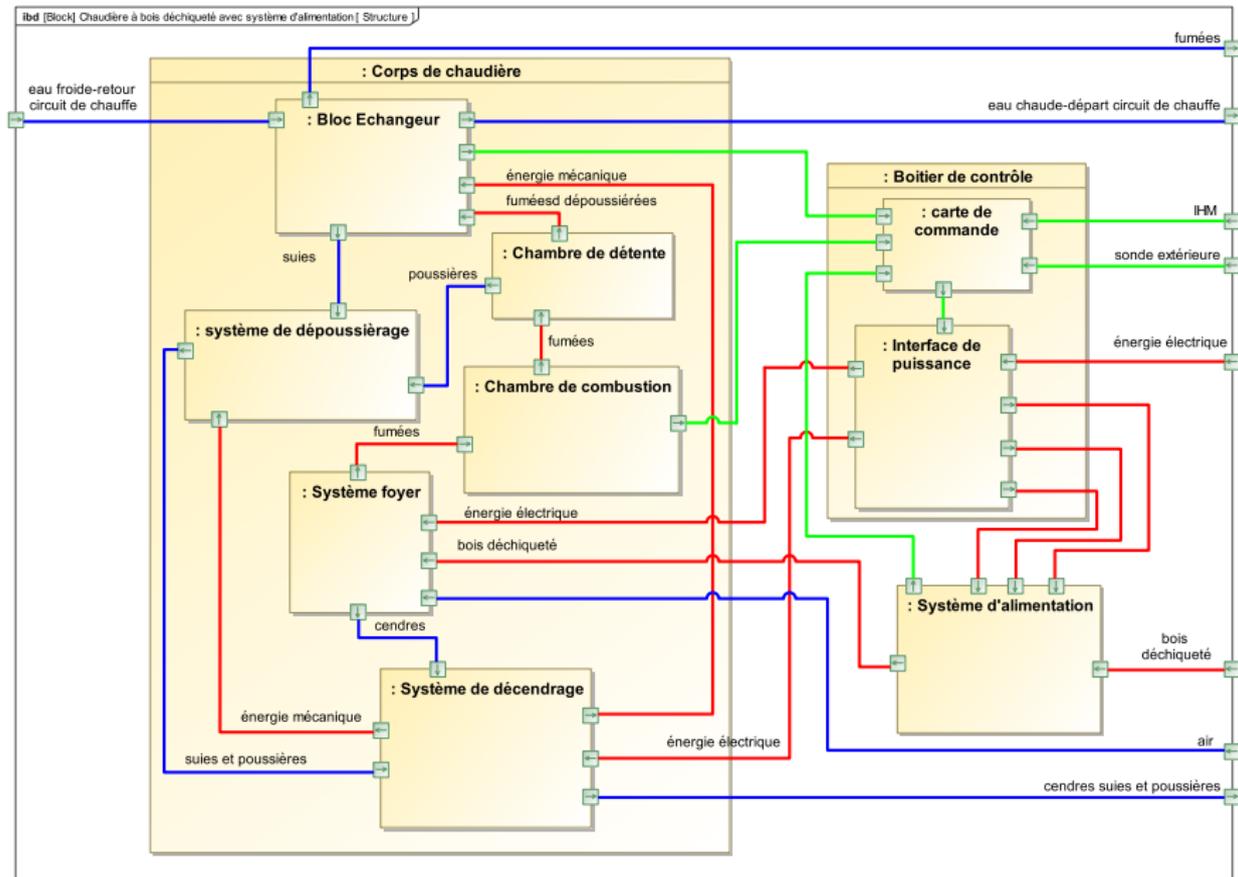
Schéma cinématique plan du mécanisme de mise en mouvement des turbulateurs en partie haute



Q - 1 : *Repérer par couleur la nature de chaque flux (information, énergie, matière) sur le diagramme de blocs internes de chaudière. Préciser ces différents flux (énergie électrique, fumées, cendre,...).*







Étude du système dynamique

L'étude porte sur la montée en température de l'eau qui sert à chauffer les pièces au travers de radiateurs.

Cette température est obtenue à partir d'une puissance calorifique fournie par le bois brûlé au niveau du foyer réfractaire de la chaudière.

Modélisation théorique de la chaudière

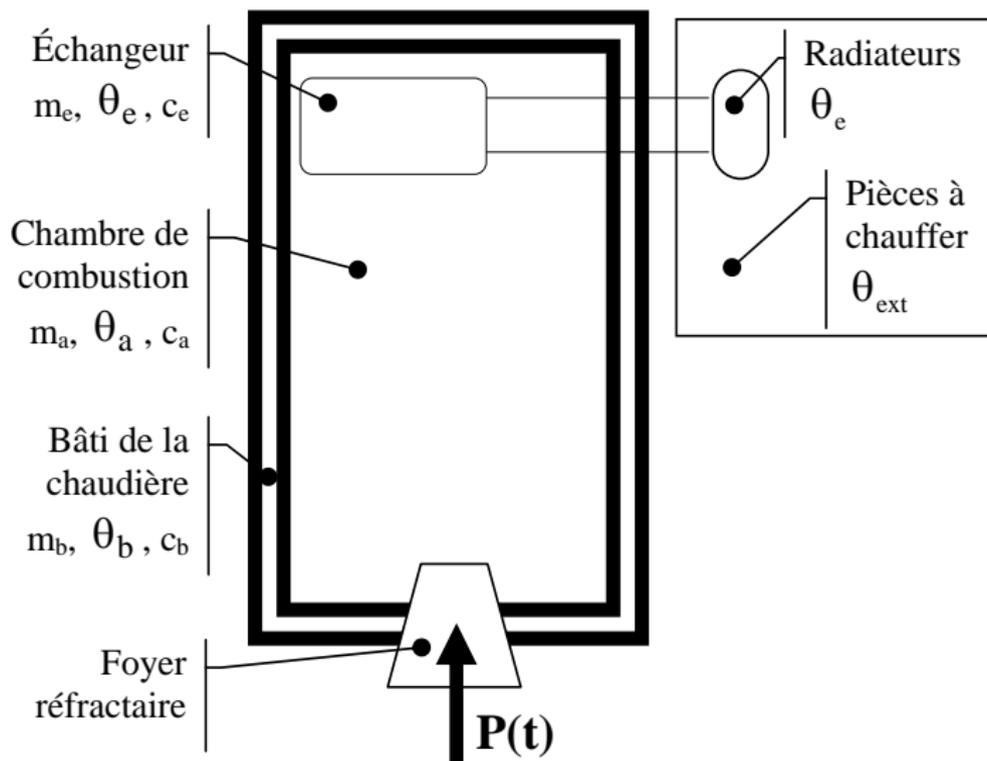
Soit $P(t)$ la puissance calorifique en Watt fournie par le bois brûlé au niveau du foyer réfractaire. Elle permet la montée en température du bâti de la chaudière.

L'air situé dans la chambre de combustion permet de monter à la température $\theta_e(t)$ l'eau située dans l'échangeur.

L'eau chaude, au travers des radiateurs permet de chauffer les pièces à une température $\theta_{ext}(t)$.

Figure 12

Schéma corps de chauffe



On note :

- $\theta_b(t)$ la température du bâti de la chaudière
- m_b la masse du bâti à monter en température $m_b = 200 \text{ kg}$
- c_b la capacité calorifique massique du bâti $c_b = 500 \text{ J}/(\text{kg.K})$
- $\theta_a(t)$ la température de l'air dans la chambre de combustion
- m_a la masse de l'air à monter en température $m_a = 2 \text{ kg}$
- c_a la capacité calorifique massique de l'air $c_a = 700 \text{ J}/(\text{kg.K})$
- $\theta_e(t)$ la température de l'eau dans l'échangeur et les radiateurs
- m_e la masse de l'eau à monter en température dans l'échangeur $m_e = 50 \text{ kg}$
- c_e la capacité calorifique massique de l'eau $c_e = 4000 \text{ J}/(\text{kg.K})$
- $\theta_{ext}(t)$ la température ambiante des pièces à chauffer.

Le principe de conservation de l'énergie conduit à une modélisation par les équations différentielles suivantes :

$$m_b \cdot c_b \cdot \frac{d}{dt} \theta_b(t) + K_{ab} \cdot [\theta_b(t) - \theta_a(t)] = P(t) \quad (1)$$

$$m_a \cdot c_a \cdot \frac{d}{dt} \theta_a(t) + K_{ae} \cdot [\theta_a(t) - \theta_e(t)] = K_{ab} \cdot [\theta_b(t) - \theta_a(t)] \quad (2)$$

$$m_e \cdot c_e \cdot \frac{d}{dt} \theta_e(t) + K_{ae} \cdot [\theta_e(t) - \theta_{ext}(t)] = K_{ae} \cdot [\theta_a(t) - \theta_e(t)] \quad (3)$$

Avec :

- K_{ab} la conductance thermique entre le bâti et l'air dans la chambre de combustion; $K_{ab} = 40 \text{ J}/(\text{s.K})$
- K_{ae} la conductance thermique entre l'air et l'eau au travers de l'échangeur ou des radiateurs. $K_{ae} = 400 \text{ J}/(\text{s.K})$

On suppose que le corps de chauffe est parfaitement isolé de l'extérieur.

REMARQUE 1 : Les transformées de Laplace seront notées : $\mathcal{L}[\theta_i(t)] = T_i(p)$ et $\mathcal{L}[f(t)] = F(p)$.

REMARQUE 2 : Pour les fonctions H_i , les premiers et seconds ordres seront notés: $\frac{K_i}{1 + \tau_i \cdot p}$ et $\frac{K_i}{1 + \frac{2 \cdot \xi_i}{\omega_i} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_i^2}}$.

Q - 2 : En supposant que les conditions initiales sont nulles (conditions de Heaviside), donner dans le domaine de Laplace, la transformée des équations différentielles précédentes.

Q - 2 : *En supposant que les conditions initiales sont nulles (conditions de Heaviside), donner dans le domaine de Laplace, la transformée des équations différentielles précédentes.*

$$m_b \cdot c_b \cdot \frac{d}{dt} \theta_b(t) + K_{ab} \cdot [\theta_b(t) - \theta_a(t)] = p(t)$$

Q - 2 : *En supposant que les conditions initiales sont nulles (conditions de Heaviside), donner dans le domaine de Laplace, la transformée des équations différentielles précédentes.*

$$\begin{aligned} m_b \cdot c_b \cdot \frac{d}{dt} \theta_b(t) + K_{ab} \cdot [\theta_b(t) - \theta_a(t)] &= p(t) \\ \Rightarrow m_b \cdot c_b \cdot p \cdot T_b(p) + K_{ab} \cdot [T_b(p) - T_a(p)] &= P(p) \end{aligned}$$

Q - 2 : En supposant que les conditions initiales sont nulles (conditions de Heaviside), donner dans le domaine de Laplace, la transformée des équations différentielles précédentes.

$$\begin{aligned} m_b \cdot c_b \cdot \frac{d}{dt} \theta_b(t) + K_{ab} \cdot [\theta_b(t) - \theta_a(t)] &= p(t) \\ \Rightarrow m_b \cdot c_b \cdot p \cdot T_b(p) + K_{ab} \cdot [T_b(p) - T_a(p)] &= P(p) \\ m_a \cdot c_a \cdot \frac{d}{dt} \theta_a(t) + K_{ae} \cdot [\theta_a(t) - \theta_e(t)] &= K_{ab} \cdot [\theta_b(t) - \theta_a(t)] \end{aligned}$$

Q - 2 : En supposant que les conditions initiales sont nulles (conditions de Heaviside), donner dans le domaine de Laplace, la transformée des équations différentielles précédentes.

$$m_b \cdot c_b \cdot \frac{d}{dt} \theta_b(t) + K_{ab} \cdot [\theta_b(t) - \theta_a(t)] = p(t)$$

$$\Rightarrow m_b \cdot c_b \cdot p \cdot T_b(p) + K_{ab} \cdot [T_b(p) - T_a(p)] = P(p)$$

$$m_a \cdot c_a \cdot \frac{d}{dt} \theta_a(t) + K_{ae} \cdot [\theta_a(t) - \theta_e(t)] = K_{ab} \cdot [\theta_b(t) - \theta_a(t)]$$

$$\Rightarrow m_a \cdot c_a \cdot p \cdot T_a(p) + K_{ae} \cdot [T_a(p) - T_e(p)] = K_{ab} \cdot [T_b(p) - T_a(p)]$$

Q - 2 : En supposant que les conditions initiales sont nulles (conditions de Heaviside), donner dans le domaine de Laplace, la transformée des équations différentielles précédentes.

$$m_b \cdot c_b \cdot \frac{d}{dt} \theta_b(t) + K_{ab} \cdot [\theta_b(t) - \theta_a(t)] = p(t)$$

$$\Rightarrow m_b \cdot c_b \cdot p \cdot T_b(p) + K_{ab} \cdot [T_b(p) - T_a(p)] = P(p)$$

$$m_a \cdot c_a \cdot \frac{d}{dt} \theta_a(t) + K_{ae} \cdot [\theta_a(t) - \theta_e(t)] = K_{ab} \cdot [\theta_b(t) - \theta_a(t)]$$

$$\Rightarrow m_a \cdot c_a \cdot p \cdot T_a(p) + K_{ae} \cdot [T_a(p) - T_e(p)] = K_{ab} \cdot [T_b(p) - T_a(p)]$$

$$m_e \cdot c_e \cdot \frac{d}{dt} \theta_e(t) + K_{ae} \cdot [\theta_e(t) - \theta_{ext}(t)] = K_{ae} \cdot [\theta_a(t) - \theta_e(t)]$$

Q - 2 : En supposant que les conditions initiales sont nulles (conditions de Heaviside), donner dans le domaine de Laplace, la transformée des équations différentielles précédentes.

$$m_b \cdot c_b \cdot \frac{d}{dt} \theta_b(t) + K_{ab} \cdot [\theta_b(t) - \theta_a(t)] = p(t)$$

$$\Rightarrow m_b \cdot c_b \cdot p \cdot T_b(p) + K_{ab} \cdot [T_b(p) - T_a(p)] = P(p)$$

$$m_a \cdot c_a \cdot \frac{d}{dt} \theta_a(t) + K_{ae} \cdot [\theta_a(t) - \theta_e(t)] = K_{ab} \cdot [\theta_b(t) - \theta_a(t)]$$

$$\Rightarrow m_a \cdot c_a \cdot p \cdot T_a(p) + K_{ae} \cdot [T_a(p) - T_e(p)] = K_{ab} \cdot [T_b(p) - T_a(p)]$$

$$m_e \cdot c_e \cdot \frac{d}{dt} \theta_e(t) + K_{ae} \cdot [\theta_e(t) - \theta_{ext}(t)] = K_{ae} \cdot [\theta_a(t) - \theta_e(t)]$$

$$\Rightarrow m_e \cdot c_e \cdot p \cdot T_e(p) + K_{ae} \cdot [T_e(p) - T_{ext}(p)] = K_{ae} \cdot [T_a(p) - T_e(p)]$$

Q - 3 : Exprimer $T_b(p)$ en fonction de $T_a(p)$ et de $P(p)$ en faisant apparaître les variables m_b , c_b et K_{ab} et mettre $T_b(p)$ sous la forme $T_b(p) = H_1(p).T_a(p) + H_2(p).P(p)$. Précisez l'ordre du système défini par la fonction de transfert $H_1(p)$, ainsi que, littéralement, ses caractéristiques.

Calculer la valeur numérique approchée de τ_1 , la constante de temps de ce système.

Compléter le schéma bloc du document réponse en n'utilisant que les variables K_{ab} et τ_1 . Compléter le schéma bloc ci-contre en n'utilisant que les variables K_{ab} et τ_1 .

Q - 3 : Exprimer $T_b(p)$ en fonction de $T_a(p)$ et de $P(p)$ en faisant apparaître les variables m_b , c_b et K_{ab} et mettre $T_b(p)$ sous la forme $T_b(p) = H_1(p).T_a(p) + H_2(p).P(p)$. Précisez l'ordre du système défini par la fonction de transfert $H_1(p)$, ainsi que, littéralement, ses caractéristiques.

Calculer la valeur numérique approchée de τ_1 , la constante de temps de ce système.

Compléter le schéma bloc du document réponse en n'utilisant que les variables K_{ab} et τ_1 . Compléter le schéma bloc ci-contre en n'utilisant que les variables K_{ab} et τ_1 .

$$m_b \cdot c_b \cdot p \cdot T_b(p) + K_{ab} \cdot [T_b(p) - T_a(p)] = P(p)$$

$$(m_b \cdot c_b \cdot p + K_{ab}) \cdot T_b(p) = K_{ab} \cdot T_a(p) + P(p)$$

$$T_b(p) = \frac{K_{ab}}{m_b \cdot c_b \cdot p + K_{ab}} \cdot T_a(p) + \frac{1}{m_b \cdot c_b \cdot p + K_{ab}} \cdot P(p)$$

$$\begin{aligned} T_b(p) &= \frac{K_{ab}}{m_b \cdot c_b \cdot p + K_{ab}} \cdot T_a(p) + \frac{1}{m_b \cdot c_b \cdot p + K_{ab}} \cdot P(p) \\ &= \underbrace{\frac{1}{1 + \frac{m_b \cdot c_b}{K_{ab}} \cdot p}}_{H_1(p)} \cdot T_a(p) + \underbrace{\frac{\frac{1}{K_{ab}}}{1 + \frac{m_b \cdot c_b}{K_{ab}} \cdot p}}_{H_2(p)} \cdot P(p) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_b(p) &= \frac{K_{ab}}{m_b \cdot c_b \cdot p + K_{ab}} \cdot T_a(p) + \frac{1}{m_b \cdot c_b \cdot p + K_{ab}} \cdot P(p) \\
 &= \underbrace{\frac{1}{1 + \frac{m_b \cdot c_b}{K_{ab}} \cdot p}}_{H_1(p)} \cdot T_a(p) + \underbrace{\frac{\frac{1}{K_{ab}}}{1 + \frac{m_b \cdot c_b}{K_{ab}} \cdot p}}_{H_2(p)} \cdot P(p)
 \end{aligned}$$

$$H_1(p) = \frac{1}{1 + \frac{m_b \cdot c_b}{K_{ab}} \cdot p} = \frac{K_1}{p^{\alpha_1}} \cdot \frac{1}{1 + \tau_1 \cdot p}$$

$$\begin{aligned}
 T_b(p) &= \frac{K_{ab}}{m_b \cdot c_b \cdot p + K_{ab}} \cdot T_a(p) + \frac{1}{m_b \cdot c_b \cdot p + K_{ab}} \cdot P(p) \\
 &= \underbrace{\frac{1}{1 + \frac{m_b \cdot c_b}{K_{ab}} \cdot p}}_{H_1(p)} \cdot T_a(p) + \underbrace{\frac{\frac{1}{K_{ab}}}{1 + \frac{m_b \cdot c_b}{K_{ab}} \cdot p}}_{H_2(p)} \cdot P(p)
 \end{aligned}$$

$$H_1(p) = \frac{1}{1 + \frac{m_b \cdot c_b}{K_{ab}} \cdot p} = \frac{K_1}{p^{\alpha_1}} \cdot \frac{1}{1 + \tau_1 \cdot p}$$

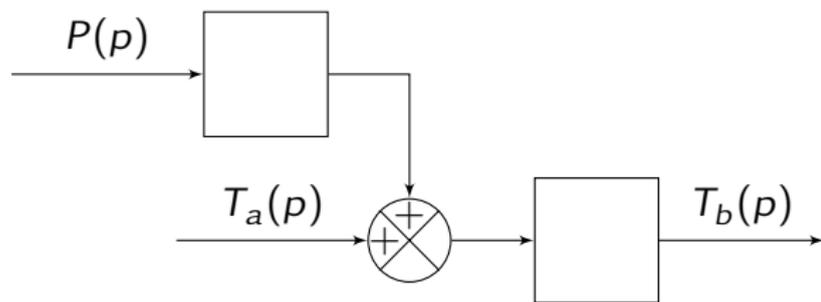
Le système est d'ordre 1, de classe $\alpha_1 = 0$, de gain statique $K_1 = 1$ et de constante de temps $\tau_1 = \frac{m_b \cdot c_b}{K_{ab}}$.

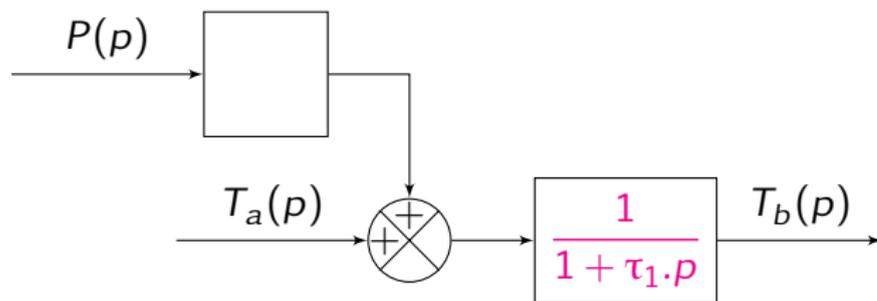
$$\begin{aligned}
 T_b(p) &= \frac{K_{ab}}{m_b \cdot c_b \cdot p + K_{ab}} \cdot T_a(p) + \frac{1}{m_b \cdot c_b \cdot p + K_{ab}} \cdot P(p) \\
 &= \underbrace{\frac{1}{1 + \frac{m_b \cdot c_b}{K_{ab}} \cdot p}}_{H_1(p)} \cdot T_a(p) + \underbrace{\frac{\frac{1}{K_{ab}}}{1 + \frac{m_b \cdot c_b}{K_{ab}} \cdot p}}_{H_2(p)} \cdot P(p)
 \end{aligned}$$

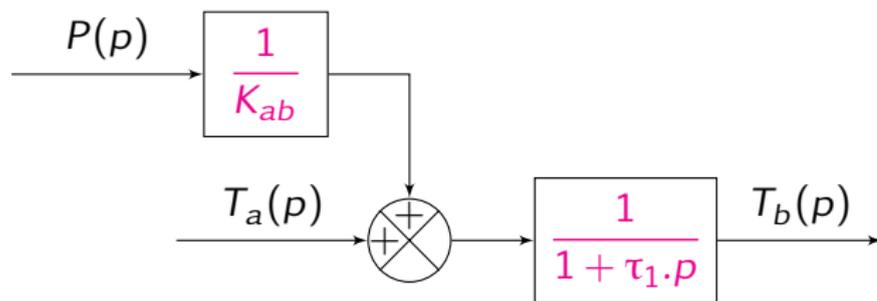
$$H_1(p) = \frac{1}{1 + \frac{m_b \cdot c_b}{K_{ab}} \cdot p} = \frac{K_1}{p^{\alpha_1}} \cdot \frac{1}{1 + \tau_1 \cdot p}$$

Le système est d'ordre 1, de classe $\alpha_1 = 0$, de gain statique $K_1 = 1$ et de constante de temps $\tau_1 = \frac{m_b \cdot c_b}{K_{ab}}$.

APPLICATION NUMÉRIQUE : $\tau_1 = \frac{200 \times 500}{40} = 2500 \text{ s} \approx 40 \text{ min}$







Q - 4 : Exprimer $T_a(p)$ en fonction de $T_e(p)$ et de $T_b(p)$ en faisant apparaître les variables m_a , c_a , K_{ae} et K_{ab} . Mettre $T_a(p)$ sous la forme $T_a(p) = H_3(p).T_e(p) + H_4(p).T_b(p)$. Préciser l'ordre des systèmes définis par les fonctions de transfert respectives $H_3(p)$ et $H_4(p)$, ainsi que, littéralement, leurs caractéristiques. Calculer la valeur numérique approchée de τ_3 , la constante de temps de ces systèmes.

Q - 4 : Exprimer $T_a(p)$ en fonction de $T_e(p)$ et de $T_b(p)$ en faisant apparaître les variables m_a , c_a , K_{ae} et K_{ab} . Mettre $T_a(p)$ sous la forme $T_a(p) = H_3(p).T_e(p) + H_4(p).T_b(p)$. Préciser l'ordre des systèmes définis par les fonctions de transfert respectives $H_3(p)$ et $H_4(p)$, ainsi que, littéralement, leurs caractéristiques. Calculer la valeur numérique approchée de τ_3 , la constante de temps de ces systèmes.

$$\begin{aligned}
 m_a \cdot c_a \cdot p \cdot T_a(p) + K_{ae} \cdot [T_a(p) - T_e(p)] &= K_{ab} \cdot [T_b(p) - T_a(p)] \\
 (m_a \cdot c_a \cdot p + K_{ae} + K_{ab}) \cdot T_a(p) &= K_{ab} \cdot T_b(p) + K_{ae} \cdot T_e(p) \\
 T_a(p) &= \frac{K_{ab} \cdot T_b(p) + K_{ae} \cdot T_e(p)}{m_a \cdot c_a \cdot p + K_{ae} + K_{ab}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_a(p) &= \frac{K_{ab} \cdot T_b(p) + K_{ae} \cdot T_e(p)}{m_a \cdot c_a \cdot p + K_{ae} + K_{ab}} \\
 &= \underbrace{\frac{K_{ae}}{m_a \cdot c_a \cdot p + K_{ae} + K_{ab}}}_{H_3(p)} \cdot T_e(p) + \underbrace{\frac{K_{ab}}{m_a \cdot c_a \cdot p + K_{ae} + K_{ab}}}_{H_4(p)} \cdot T_b(p)
 \end{aligned}$$

$H_3(p)$: système du 1^{er} ordre

$$\text{Gain } K_3 = \frac{K_{ae}}{K_{ae} + K_{ab}}$$

Constante de temps

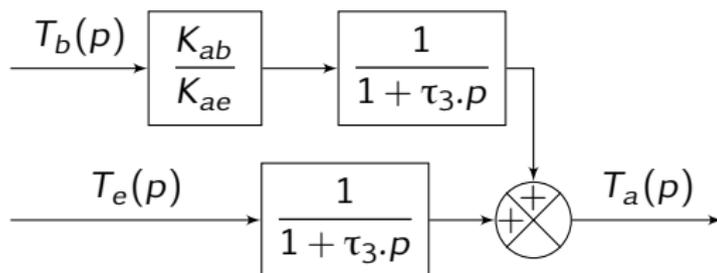
$$\tau_3 = \frac{m_a \cdot c_a}{K_{ae} + K_{ab}} = \frac{2.700}{400 + 40} \simeq 3\text{s}$$

$H_4(p)$: système du 1^{er} ordre

$$\text{Gain } K_4 = \frac{K_{ab}}{K_{ae} + K_{ab}}$$

Constante de temps $\tau_4 = \tau_3 = 3\text{s}$

Dans la suite de l'étude, on suppose que K_{ae} est très grand devant K_{ab} , ainsi le schéma bloc ayant pour entrées $T_b(p)$ et $T_e(p)$ et pour sortie $T_a(p)$ peut se mettre sous la forme suivante :



Q - 5 : Exprimer $T_e(p)$ en fonction de $T_a(p)$ et de $T_{ext}(p)$. Préciser l'ordre du système définit ainsi que, littéralement, ses caractéristiques. Calculer la valeur numérique approchée de τ_5 , la constante de temps de ce système. Tracer le schéma bloc ayant pour entrées $T_a(p)$ et $T_{ext}(p)$ et pour sortie $T_e(p)$, en n'utilisant que la variable τ_5 .

Q - 5 : Exprimer $T_e(p)$ en fonction de $T_a(p)$ et de $T_{ext}(p)$. Préciser l'ordre du système définit ainsi que, littéralement, ses caractéristiques. Calculer la valeur numérique approchée de τ_5 , la constante de temps de ce système. Tracer le schéma bloc ayant pour entrées $T_a(p)$ et $T_{ext}(p)$ et pour sortie $T_e(p)$, en n'utilisant que la variable τ_5 .

$$m_e \cdot c_e \cdot p \cdot T_e(p) + K_{ae} \cdot [T_e(p) - T_{ext}(p)] = K_{ae} \cdot [T_a(p) - T_e(p)]$$

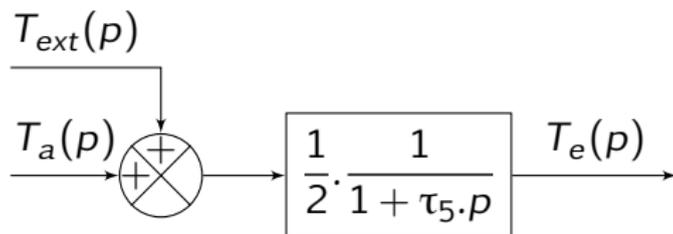
$$(m_e \cdot c_e \cdot p + K_{ae} + K_{ae}) \cdot T_e(p) = K_{ae} \cdot T_a(p) + K_{ae} \cdot T_{ext}(p)$$

$$T_e(p) = \frac{K_{ae}}{m_e \cdot c_e \cdot p + 2 \cdot K_{ae}} \cdot T_{ext}(p) + \frac{K_{ae}}{m_e \cdot c_e \cdot p + 2 \cdot K_{ae}} \cdot T_a(p)$$

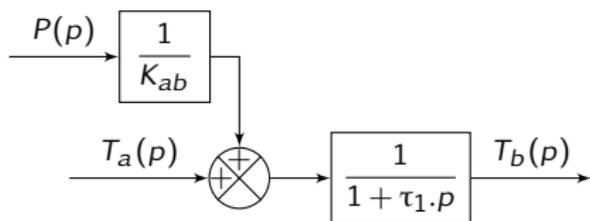
$$= \underbrace{\frac{1/2}{1 + \frac{m_e \cdot c_e}{2 \cdot K_{ae}} \cdot p}}_{H_5(p)} \cdot (T_{ext}(p) + T_a(p))$$

$$T_e(p) = H_5(p) \cdot (T_{\text{ext}}(p) + T_a(p))$$

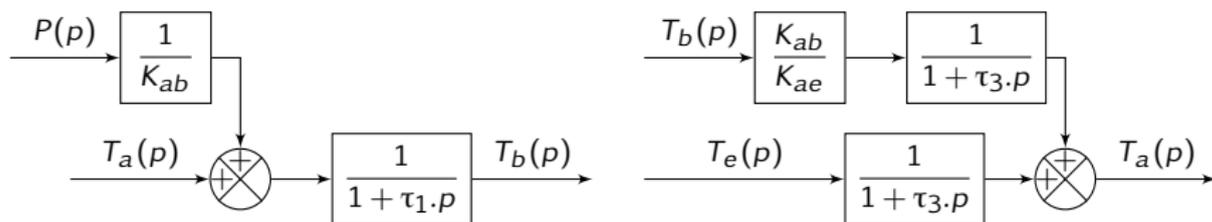
$$T_e(p) = H_5(p) \cdot (T_{ext}(p) + T_a(p))$$



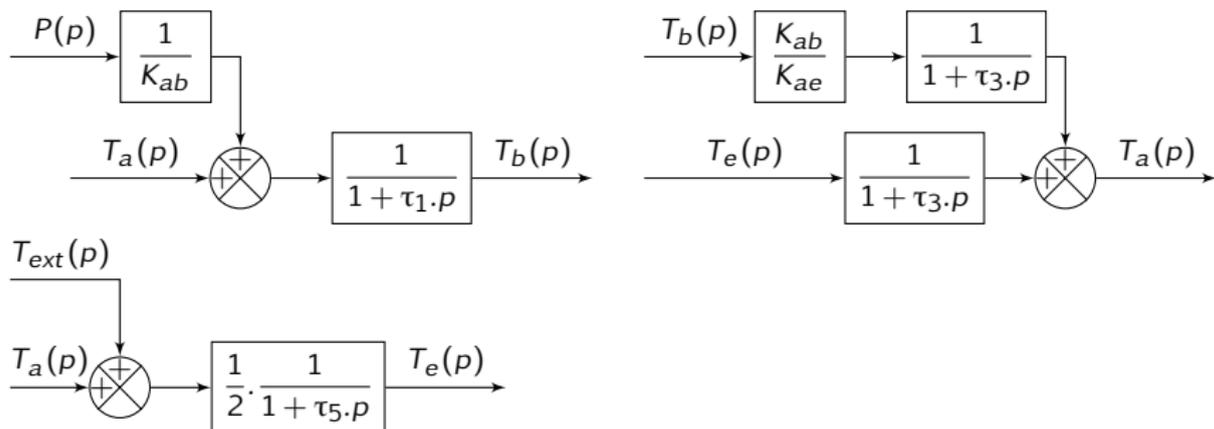
Q - 6 : Tracer, sous forme de schéma bloc, la fonction de transfert du système global ayant pour entrée $P(p)$, pour sortie $T_e(p)$ et comme perturbation $T_{\text{ext}}(p)$. A l'intérieur des blocs, on ne fera apparaître que les paramètres suivants : K_{ab} , K_{ae} , τ_1 , τ_3 et τ_5 .

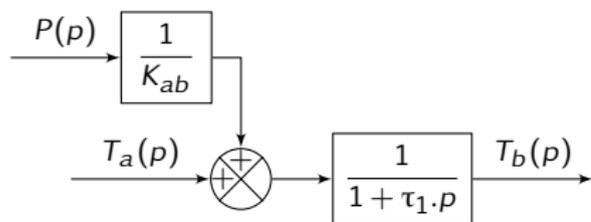


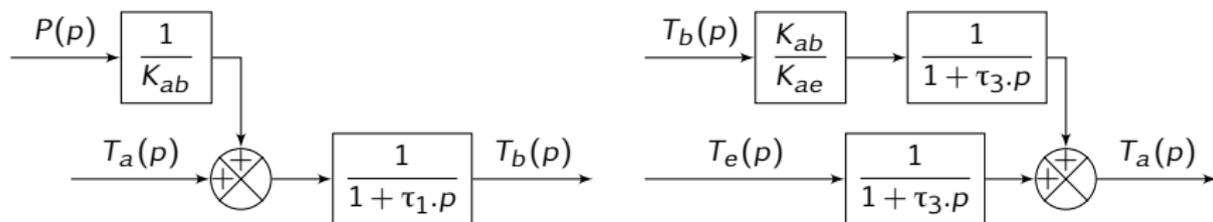
Q - 6 : Tracer, sous forme de schéma bloc, la fonction de transfert du système global ayant pour entrée $P(p)$, pour sortie $T_e(p)$ et comme perturbation $T_{ext}(p)$. A l'intérieur des blocs, on ne fera apparaître que les paramètres suivants : K_{ab} , K_{ae} , τ_1 , τ_3 et τ_5 .

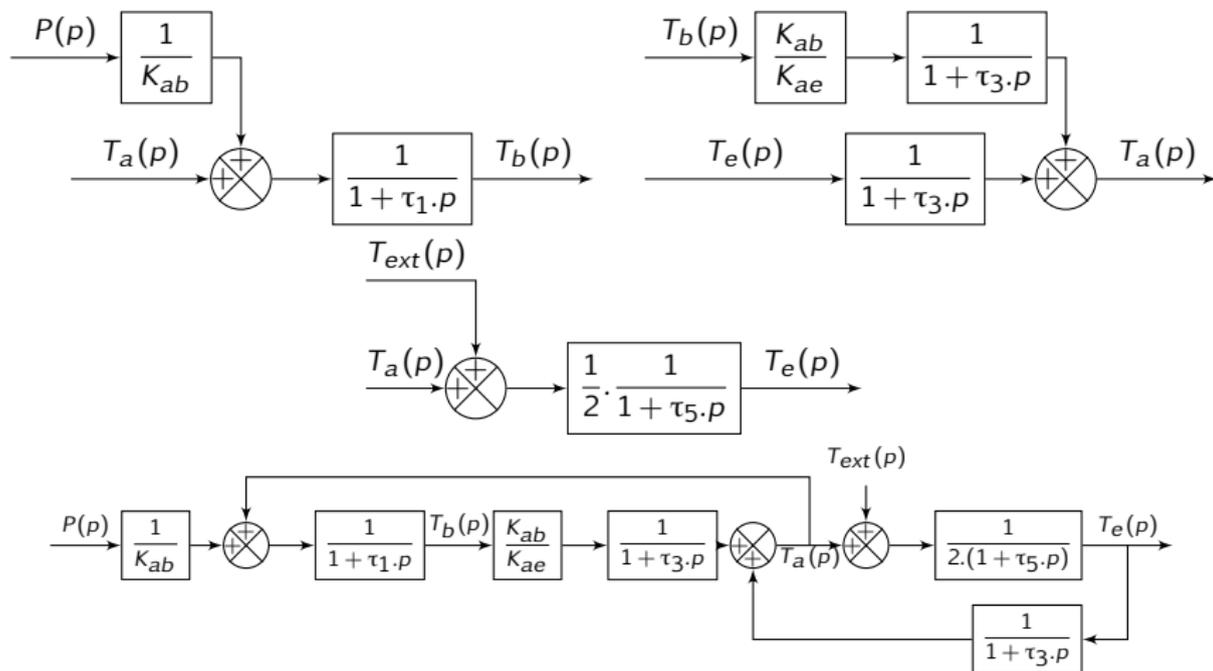


Q - 6 : Tracer, sous forme de schéma bloc, la fonction de transfert du système global ayant pour entrée $P(p)$, pour sortie $T_e(p)$ et comme perturbation $T_{ext}(p)$. A l'intérieur des blocs, on ne fera apparaître que les paramètres suivants : K_{ab} , K_{ae} , τ_1 , τ_3 et τ_5 .





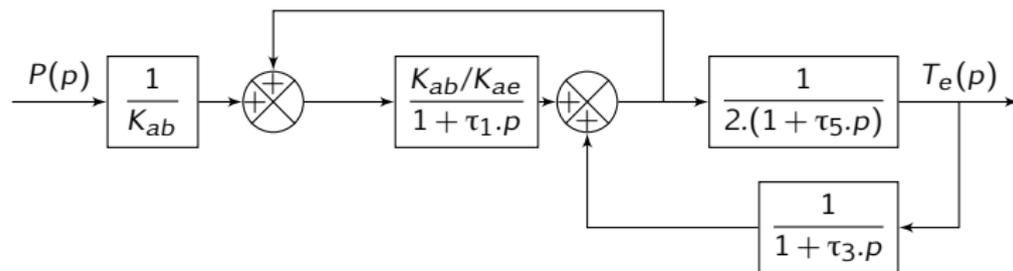




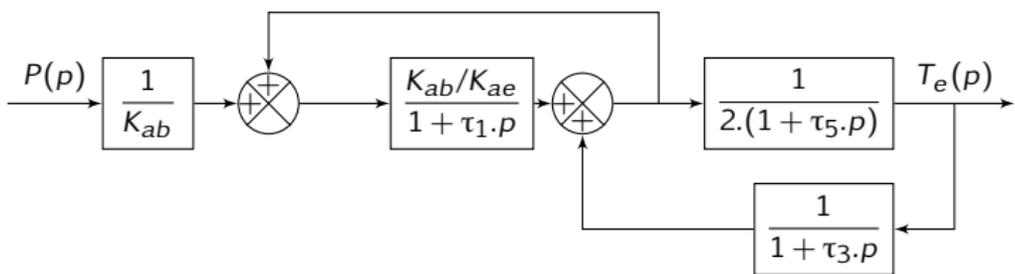
Étude du système autour d'un point de fonctionnement

La suite de l'étude porte sur la dynamique des systèmes autour d'un point de fonctionnement. Nous pouvons donc considérer que $T_{ext}(p) = 0$.

De plus comme la constante de temps τ_1 est grande devant τ_3 , le schéma bloc du système peut alors se représenter sous la forme suivante :



Q - 7 : Donner la fonction de transfert $H(p) = \frac{T_e(p)}{P(p)}$. Il est demandé de ne pas développer les produits d'éléments de la forme $(1 + \tau_i \cdot p)$, mais de les conserver sous une forme factorisée la plus simple.



Lecture direct du schéma bloc.

$$T_e(p) = \frac{1}{2.(1 + \tau_5.p)} \cdot \left[\frac{1}{1 + \tau_3.p} \cdot T_e(p) + \frac{K_{ab}/K_{ae}}{1 + \tau_1.p} \cdot \left(\frac{1}{K_{ab}} \cdot P(p) + [2.(1 + \tau_5.p)] \cdot T_e(p) \right) \right]$$

Lecture direct du schéma bloc.

$$T_e(p) = \frac{1}{2.(1 + \tau_5.p)} \cdot \left[\frac{1}{1 + \tau_3.p} \cdot T_e(p) + \frac{K_{ab}/K_{ae}}{1 + \tau_1.p} \cdot \left(\frac{1}{K_{ab}} \cdot P(p) + [2.(1 + \tau_5.p)] \cdot T_e(p) \right) \right]$$

$$\left[1 - \frac{1}{2.(1 + \tau_5.p)} \cdot \frac{1}{1 + \tau_3.p} - \frac{K_{ab}/K_{ae}}{1 + \tau_1.p} \right] \cdot T_e(p) = \frac{1}{2.(1 + \tau_5.p)} \cdot \frac{K_{ab}/K_{ae}}{1 + \tau_1.p} \cdot \frac{1}{K_{ab}} \cdot P(p)$$

Lecture direct du schéma bloc.

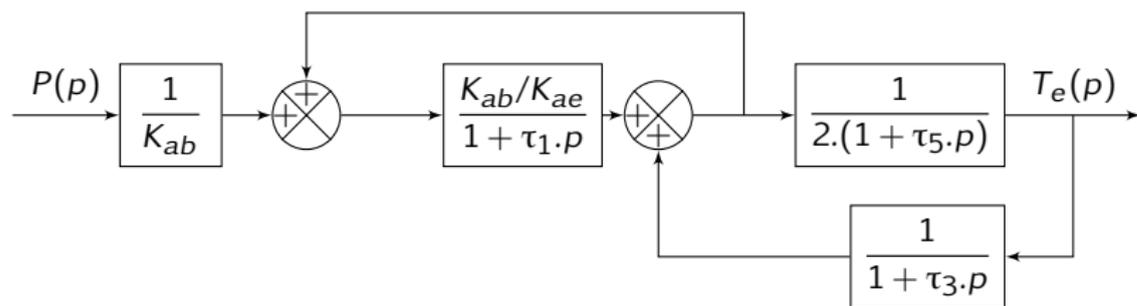
$$T_e(p) = \frac{1}{2.(1 + \tau_5.p)} \cdot \left[\frac{1}{1 + \tau_3.p} \cdot T_e(p) + \frac{K_{ab}/K_{ae}}{1 + \tau_1.p} \cdot \left(\frac{1}{K_{ab}} \cdot P(p) + [2.(1 + \tau_5.p)] \cdot T_e(p) \right) \right]$$

$$\left[1 - \frac{1}{2.(1 + \tau_5.p)} \cdot \frac{1}{1 + \tau_3.p} - \frac{K_{ab}/K_{ae}}{1 + \tau_1.p} \right] \cdot T_e(p) = \frac{1}{2.(1 + \tau_5.p)} \cdot \frac{K_{ab}/K_{ae}}{1 + \tau_1.p} \cdot \frac{1}{K_{ab}} \cdot P(p)$$

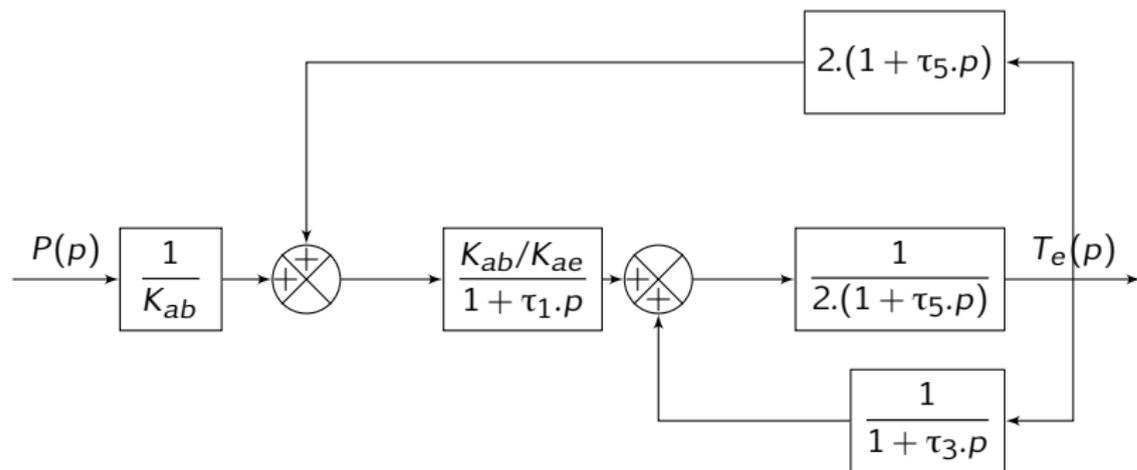
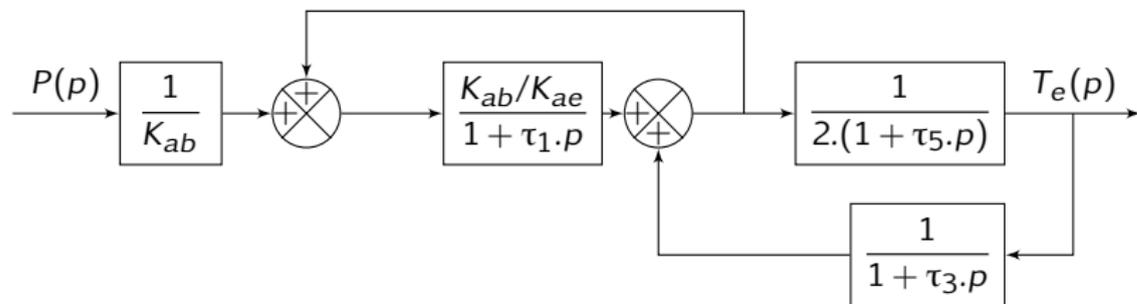
$$\left[2.(1 + \tau_5.p).(1 + \tau_3.p).(1 + \tau_1.p) - (1 + \tau_1.p) - \frac{K_{ab}}{K_{ae}} \cdot 2.(1 + \tau_5.p).(1 + \tau_3.p) \right] \cdot T_e(p)$$

$$H(p) = \frac{T_e(p)}{P(p)} = \frac{1 + \tau_3.p}{2.K_{ae} \cdot (1 + \tau_5.p).(1 + \tau_3.p).(1 + \tau_1.p) - K_{ae} \cdot (1 + \tau_1.p) - 2.K_{ab} \cdot (1 + \tau_5.p).(1 + \tau_3.p)}$$

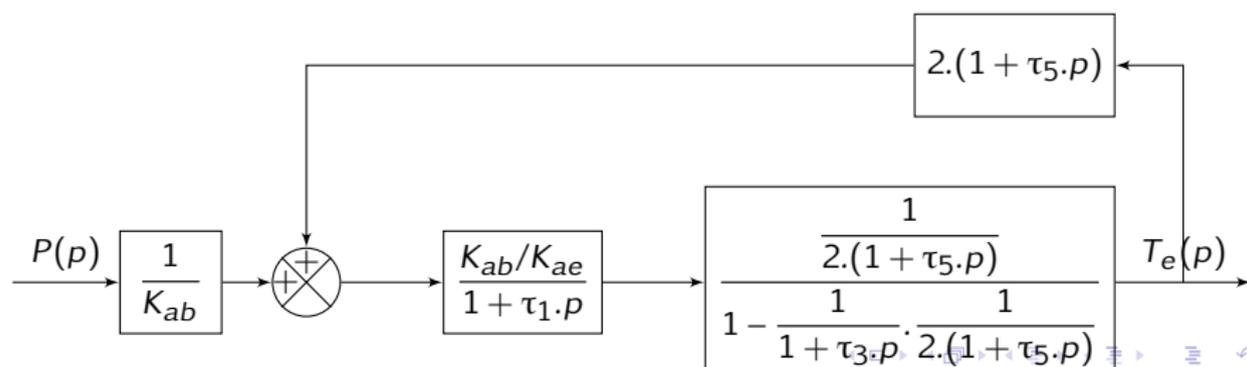
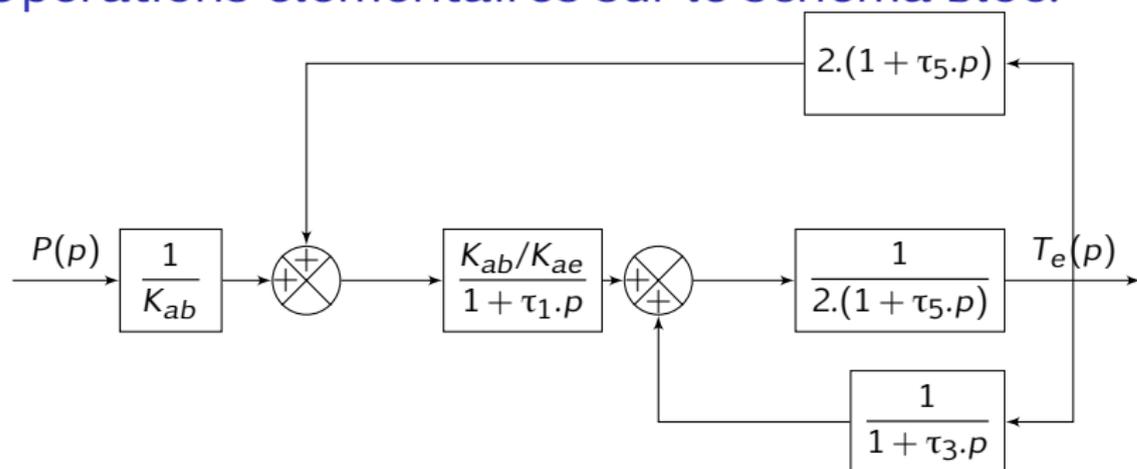
Opérations élémentaires sur le schéma bloc.



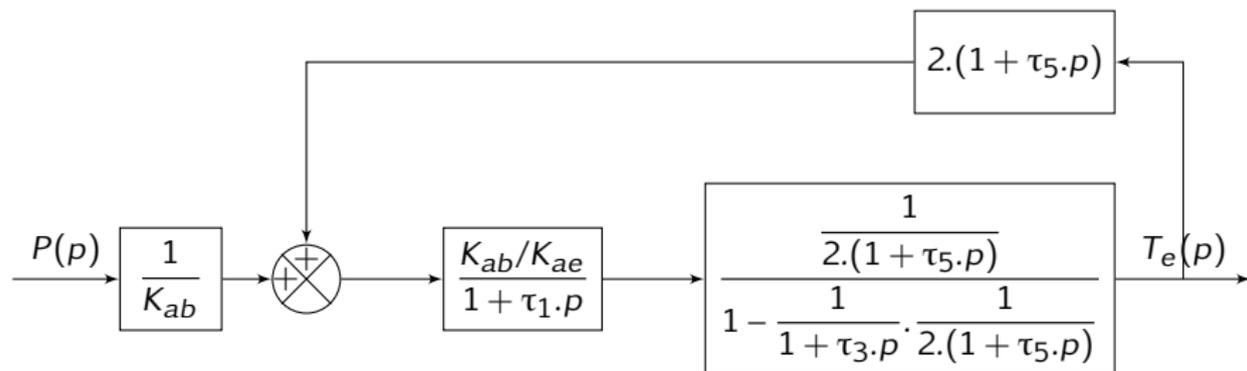
Opérations élémentaires sur le schéma bloc.



Opérations élémentaires sur le schéma bloc.



Opérations élémentaires sur le schéma bloc.



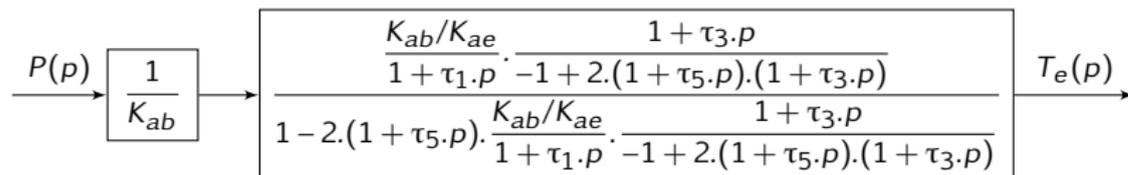
et

$$\frac{\frac{1}{2 \cdot (1 + \tau_5 \cdot p)}}{1 - \frac{1}{1 + \tau_3 \cdot p} \cdot \frac{1}{2 \cdot (1 + \tau_5 \cdot p)}} = \frac{1 + \tau_3 \cdot p}{-1 + 2 \cdot (1 + \tau_5 \cdot p) \cdot (1 + \tau_3 \cdot p)}$$

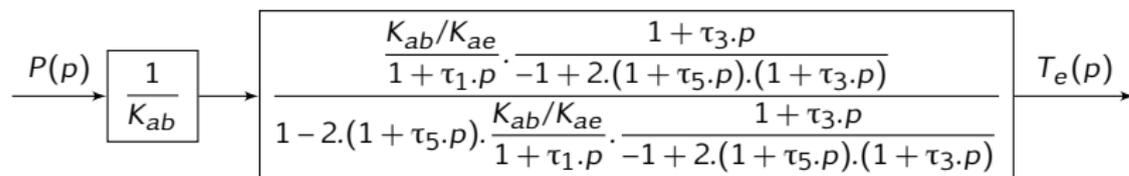
Opérations élémentaires sur le schéma bloc.

et

$$\frac{\frac{1}{2 \cdot (1 + \tau_5 \cdot p)}}{1 - \frac{1}{1 + \tau_3 \cdot p} \cdot \frac{1}{2 \cdot (1 + \tau_5 \cdot p)}} = \frac{1 + \tau_3 \cdot p}{-1 + 2 \cdot (1 + \tau_5 \cdot p) \cdot (1 + \tau_3 \cdot p)}$$



Opérations élémentaires sur le schéma bloc.



$$\text{d'où } H(p) = \frac{T_e(p)}{P(p)} = \frac{\frac{1}{1 + \tau_1 \cdot p} \cdot \frac{1 + \tau_3 \cdot p}{-1 + 2 \cdot (1 + \tau_5 \cdot p) \cdot (1 + \tau_3 \cdot p)}}{K_{ae} - 2 \cdot (1 + \tau_5 \cdot p) \cdot \frac{K_{ab}}{1 + \tau_1 \cdot p} \cdot \frac{1 + \tau_3 \cdot p}{-1 + 2 \cdot (1 + \tau_5 \cdot p) \cdot (1 + \tau_3 \cdot p)}}$$

$$H(p) = \frac{T_e(p)}{P(p)} = \frac{1 + \tau_3 \cdot p}{2 \cdot K_{ae} \cdot (1 + \tau_5 \cdot p) \cdot (1 + \tau_3 \cdot p) \cdot (1 + \tau_1 \cdot p) - K_{ae} \cdot (1 + \tau_1 \cdot p) - 2 \cdot K_{ab} \cdot (1 + \tau_5 \cdot p) \cdot (1 + \tau_3 \cdot p)}$$

Opérations élémentaires sur le schéma bloc.

$$\text{d'où } H(p) = \frac{T_e(p)}{P(p)} = \frac{\frac{1}{1 + \tau_1 \cdot p} \cdot \frac{1 + \tau_3 \cdot p}{-1 + 2 \cdot (1 + \tau_5 \cdot p) \cdot (1 + \tau_3 \cdot p)}}{K_{ae} - 2 \cdot (1 + \tau_5 \cdot p) \cdot \frac{K_{ab}}{1 + \tau_1 \cdot p} \cdot \frac{1 + \tau_3 \cdot p}{-1 + 2 \cdot (1 + \tau_5 \cdot p) \cdot (1 + \tau_3 \cdot p)}}$$

$$H(p) = \frac{T_e(p)}{P(p)} = \frac{1 + \tau_3 \cdot p}{2 \cdot K_{ae} \cdot (1 + \tau_5 \cdot p) \cdot (1 + \tau_3 \cdot p) \cdot (1 + \tau_1 \cdot p) - K_{ae} \cdot (1 + \tau_1 \cdot p) - 2 \cdot K_{ab} \cdot (1 + \tau_5 \cdot p) \cdot (1 + \tau_3 \cdot p)}$$

Réponse de la chaudière à partir d'un modèle simplifié.

A partir des résultats obtenus précédemment, on peut considérer que : $K_{ab} \ll K_{ae}$, $\tau_3 \ll \tau_5$ et que $\tau_1 \ll \tau_3$. De ce fait, dans la suite de cette étude, on pourra utiliser la fonction de transfert simplifiée :

$$H(p) = \frac{Te(p)}{P(p)} = \frac{1}{400.(1 + 2500.p).(1 + 500.p)}$$

On considère que le corps de chauffe de la chaudière est soumis à un échelon de puissance de chauffe $p(t) = P_0.u(t)$, avec $P_0 = 10$ kW.

Q - 8 : *Calculer, à partir de ce modèle simplifié, les valeurs initiales et finales prévisibles pour les températures de l'eau $\theta_e(t)$, préciser les pentes à l'origine et en régime permanent.*

Q - 8 : Calculer, à partir de ce modèle simplifié, les valeurs initiales et finales prévisibles pour les températures de l'eau $\theta_e(t)$, préciser les pentes à l'origine et en régime permanent.

$$\begin{aligned}\theta_e(t=0) &= \lim_{t \rightarrow 0} \theta_e(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot T_e(p) \\ &= \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot H(p) \cdot P(p) = \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot \frac{1}{400 \cdot (1 + 2500 \cdot p) \cdot (1 + 500 \cdot p)} \cdot \frac{10^4}{p} = 0^\circ\end{aligned}$$

Q - 8 : Calculer, à partir de ce modèle simplifié, les valeurs initiales et finales prévisibles pour les températures de l'eau $\theta_e(t)$, préciser les pentes à l'origine et en régime permanent.

$$\begin{aligned}
 \theta_e(t=0) &= \lim_{t \rightarrow 0} \theta_e(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot T_e(p) \\
 &= \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot H(p) \cdot P(p) = \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot \frac{1}{400 \cdot (1 + 2500 \cdot p) \cdot (1 + 500 \cdot p)} \cdot \frac{10^4}{p} = 0^\circ \\
 \theta_e(t=\infty) &= \lim_{t \rightarrow \infty} \theta_e(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot T_e(p) \\
 &= \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot H(p) \cdot P(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{1}{400 \cdot (1 + 2500 \cdot p) \cdot (1 + 500 \cdot p)} \cdot \frac{10^4}{p} = 25^\circ
 \end{aligned}$$

Q - 8 : Calculer, à partir de ce modèle simplifié, les valeurs initiales et finales prévisibles pour les températures de l'eau $\theta_e(t)$, préciser les pentes à l'origine et en régime permanent.

$$\begin{aligned}
 \theta_e(t=0) &= \lim_{t \rightarrow 0} \theta_e(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot T_e(p) \\
 &= \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot H(p) \cdot P(p) = \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot \frac{1}{400 \cdot (1 + 2500 \cdot p) \cdot (1 + 500 \cdot p)} \cdot \frac{10^4}{p} = 0^\circ \\
 \theta_e(t=\infty) &= \lim_{t \rightarrow \infty} \theta_e(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot T_e(p) \\
 &= \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot H(p) \cdot P(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{1}{400 \cdot (1 + 2500 \cdot p) \cdot (1 + 500 \cdot p)} \cdot \frac{10^4}{p} = 25^\circ \\
 \theta'_e(t=0) &= \lim_{t \rightarrow 0} \theta'_e(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot p \cdot T_e(p) \\
 &= \lim_{p \rightarrow \infty} p^2 \cdot H(p) \cdot P(p) = \lim_{p \rightarrow \infty} p^2 \cdot \frac{1}{400 \cdot (1 + 2500 \cdot p) \cdot (1 + 500 \cdot p)} \cdot \frac{10^4}{p} = 0^\circ/\text{s}
 \end{aligned}$$

Q - 8 : Calculer, à partir de ce modèle simplifié, les valeurs initiales et finales prévisibles pour les températures de l'eau $\theta_e(t)$, préciser les pentes à l'origine et en régime permanent.

$$\begin{aligned}\theta_e(t=0) &= \lim_{t \rightarrow 0} \theta_e(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot T_e(p) \\ &= \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot H(p) \cdot P(p) = \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot \frac{1}{400 \cdot (1 + 2500 \cdot p) \cdot (1 + 500 \cdot p)} \cdot \frac{10^4}{p} = 0^\circ\end{aligned}$$

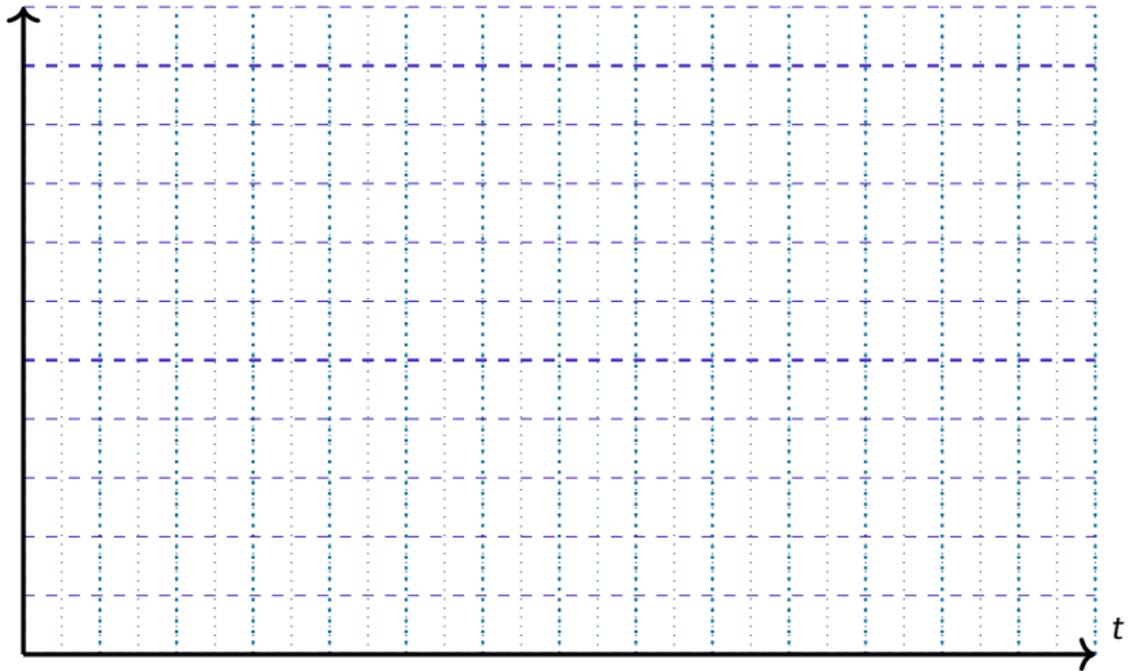
$$\begin{aligned}\theta_e(t=\infty) &= \lim_{t \rightarrow \infty} \theta_e(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot T_e(p) \\ &= \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot H(p) \cdot P(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{1}{400 \cdot (1 + 2500 \cdot p) \cdot (1 + 500 \cdot p)} \cdot \frac{10^4}{p} = 25^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\theta'_e(t=0) &= \lim_{t \rightarrow 0} \theta'_e(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot p \cdot T_e(p) \\ &= \lim_{p \rightarrow \infty} p^2 \cdot H(p) \cdot P(p) = \lim_{p \rightarrow \infty} p^2 \cdot \frac{1}{400 \cdot (1 + 2500 \cdot p) \cdot (1 + 500 \cdot p)} \cdot \frac{10^4}{p} = 0^\circ/\text{s}\end{aligned}$$

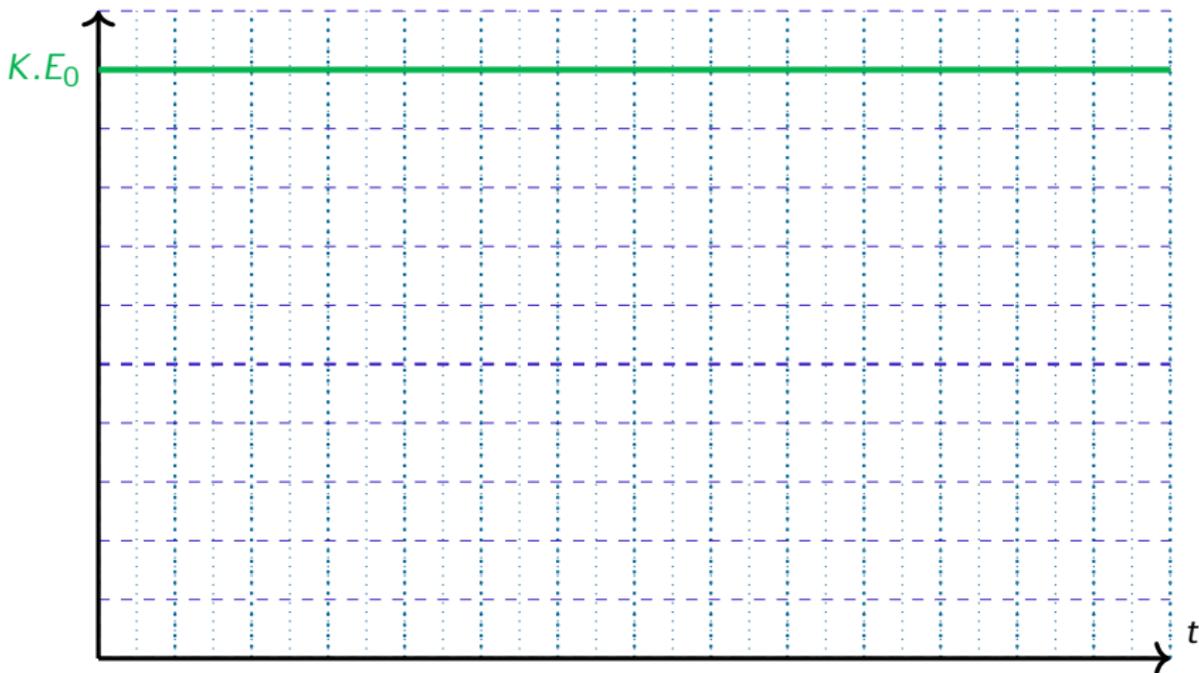
$$\begin{aligned}\theta'_e(t=\infty) &= \lim_{t \rightarrow \infty} \theta'_e(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot p \cdot T_e(p) \\ &= \lim_{p \rightarrow 0} p^2 \cdot H(p) \cdot P(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p^2 \cdot \frac{1}{400 \cdot (1 + 2500 \cdot p) \cdot (1 + 500 \cdot p)} \cdot \frac{10^4}{p} = 0^\circ/\text{s}\end{aligned}$$

Q - 9 : Tracer, sur la figure du document réponse, l'allure de la réponse $\theta_e(t)$ à une entrée échelon de puissance de 10kW. Faire figurer sur le graphique tous les éléments remarquables de la réponse.

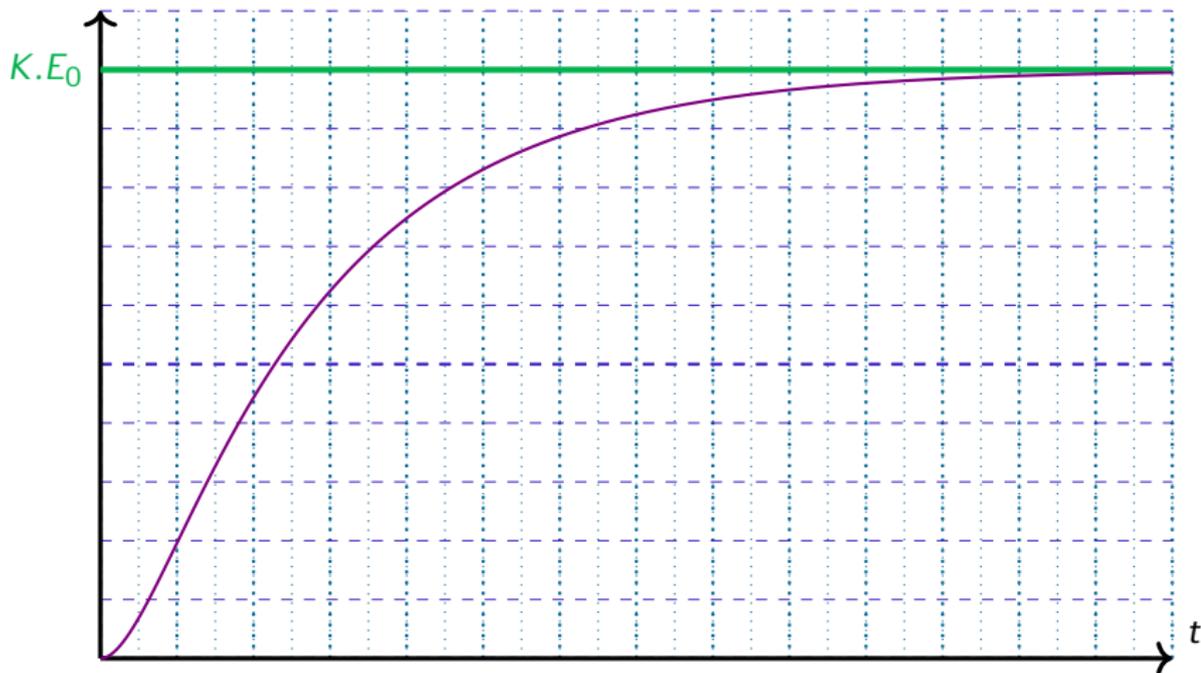
Q - 9 : Tracer, sur la figure du document réponse, l'allure de la réponse $\theta_e(t)$ à une entrée échelon de puissance de 10kW. Faire figurer sur le graphique tous les éléments remarquables de la réponse.



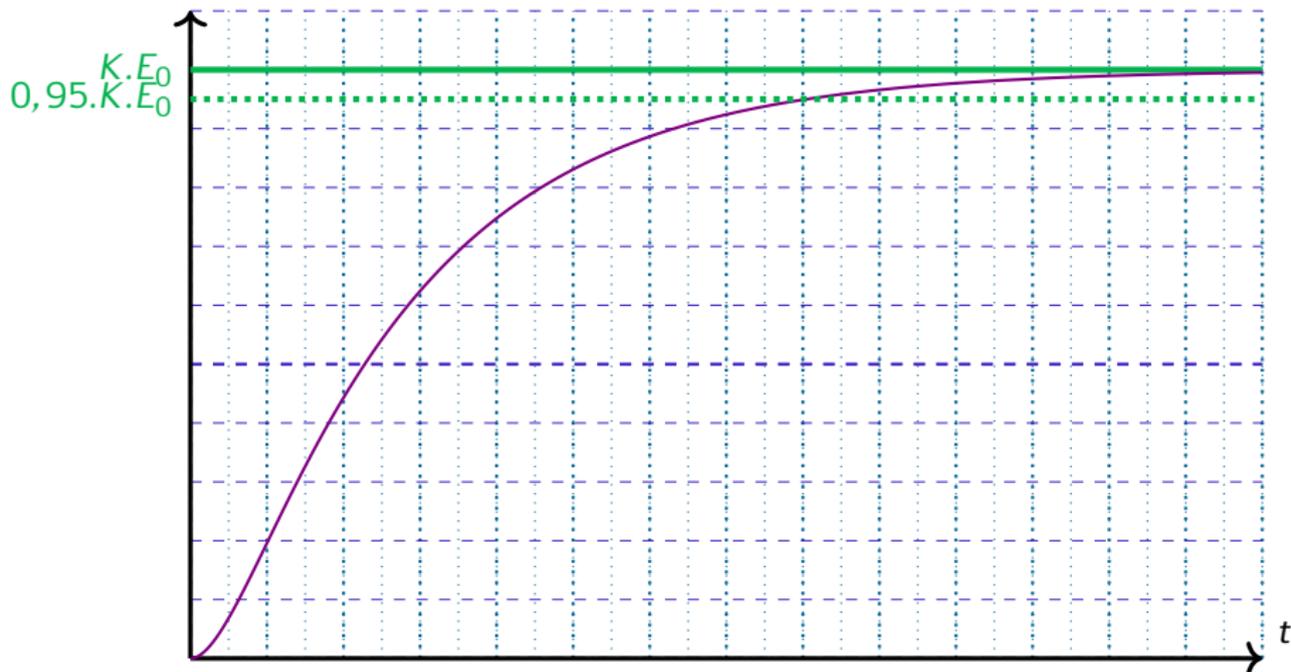
Q - 9 : Tracer, sur la figure du document réponse, l'allure de la réponse $\theta_e(t)$ à une entrée échelon de puissance de 10kW. Faire figurer sur le graphique tous les éléments remarquables de la réponse.



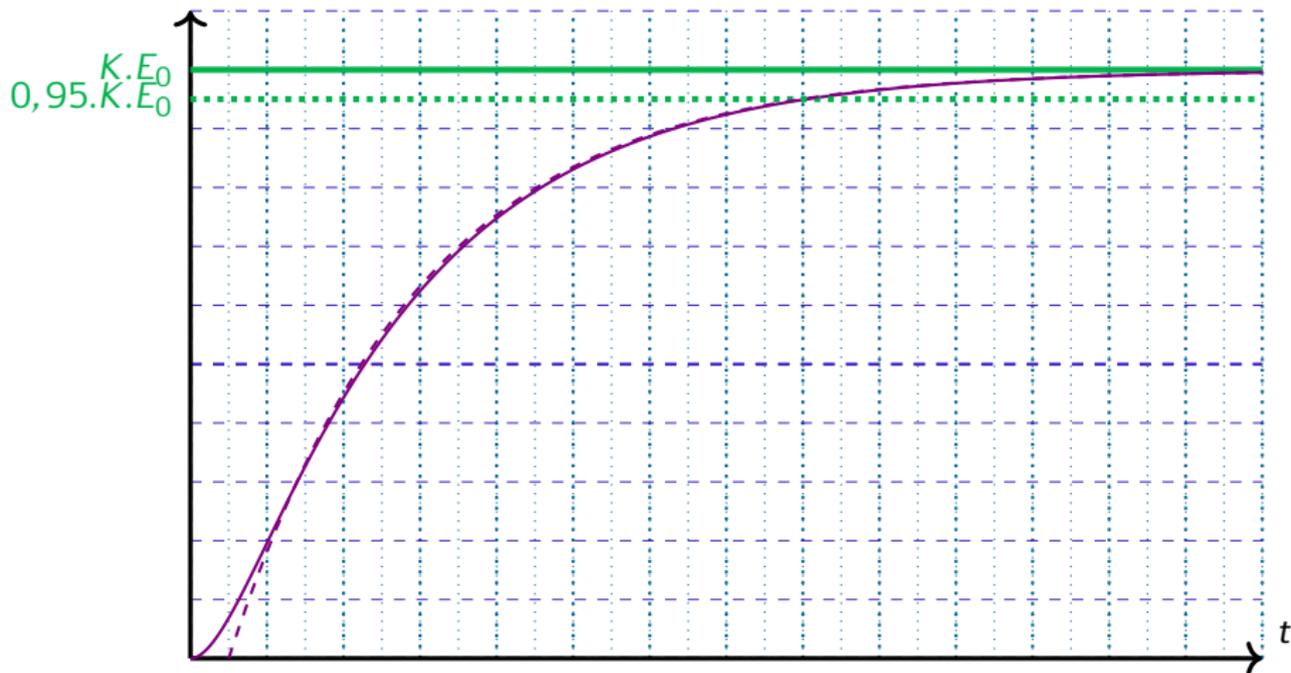
Q - 9 : Tracer, sur la figure du document réponse, l'allure de la réponse $\theta_e(t)$ à une entrée échelon de puissance de 10kW. Faire figurer sur le graphique tous les éléments remarquables de la réponse.



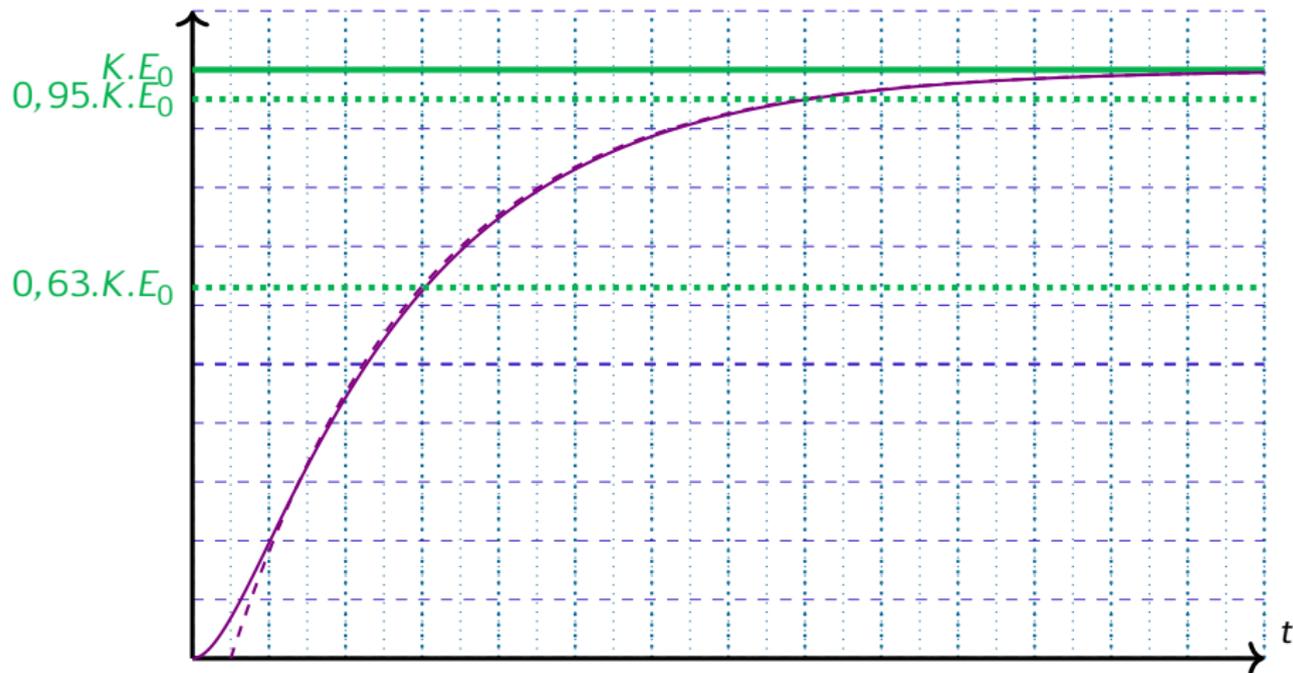
Q - 9 : Tracer, sur la figure du document réponse, l'allure de la réponse $\theta_e(t)$ à une entrée échelon de puissance de 10kW. Faire figurer sur le graphique tous les éléments remarquables de la réponse.



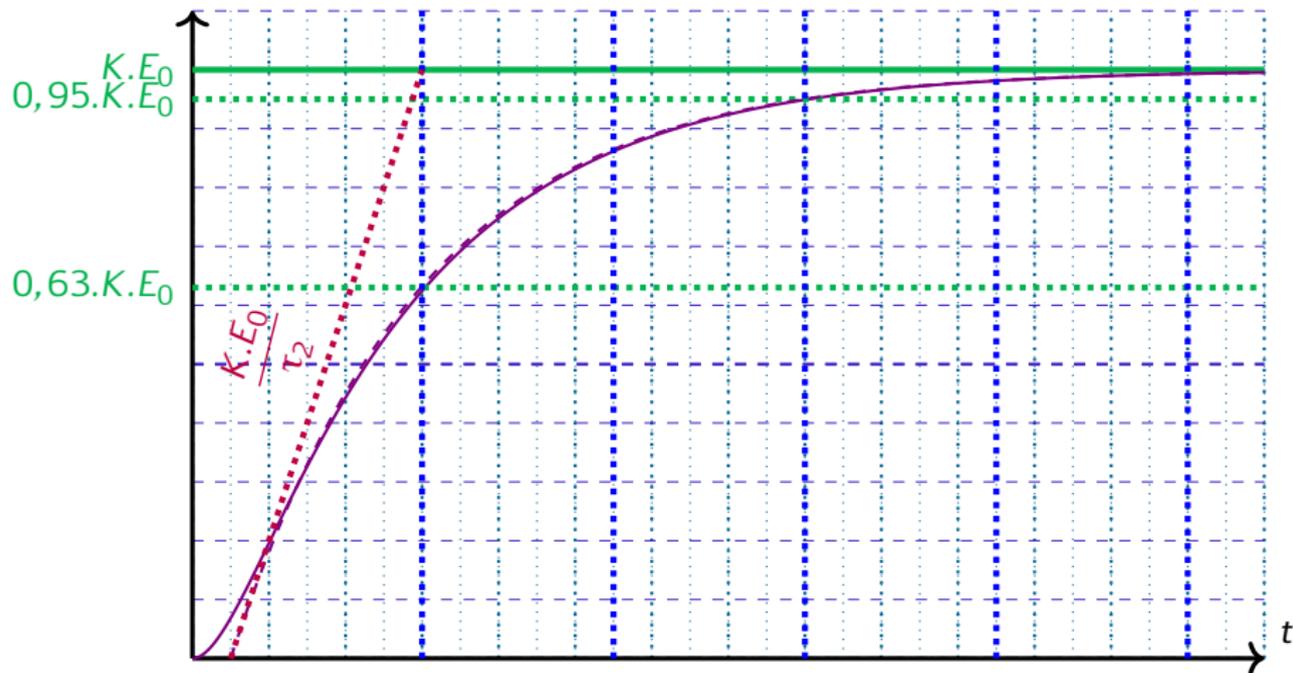
Q - 9 : Tracer, sur la figure du document réponse, l'allure de la réponse $\theta_e(t)$ à une entrée échelon de puissance de 10kW. Faire figurer sur le graphique tous les éléments remarquables de la réponse.



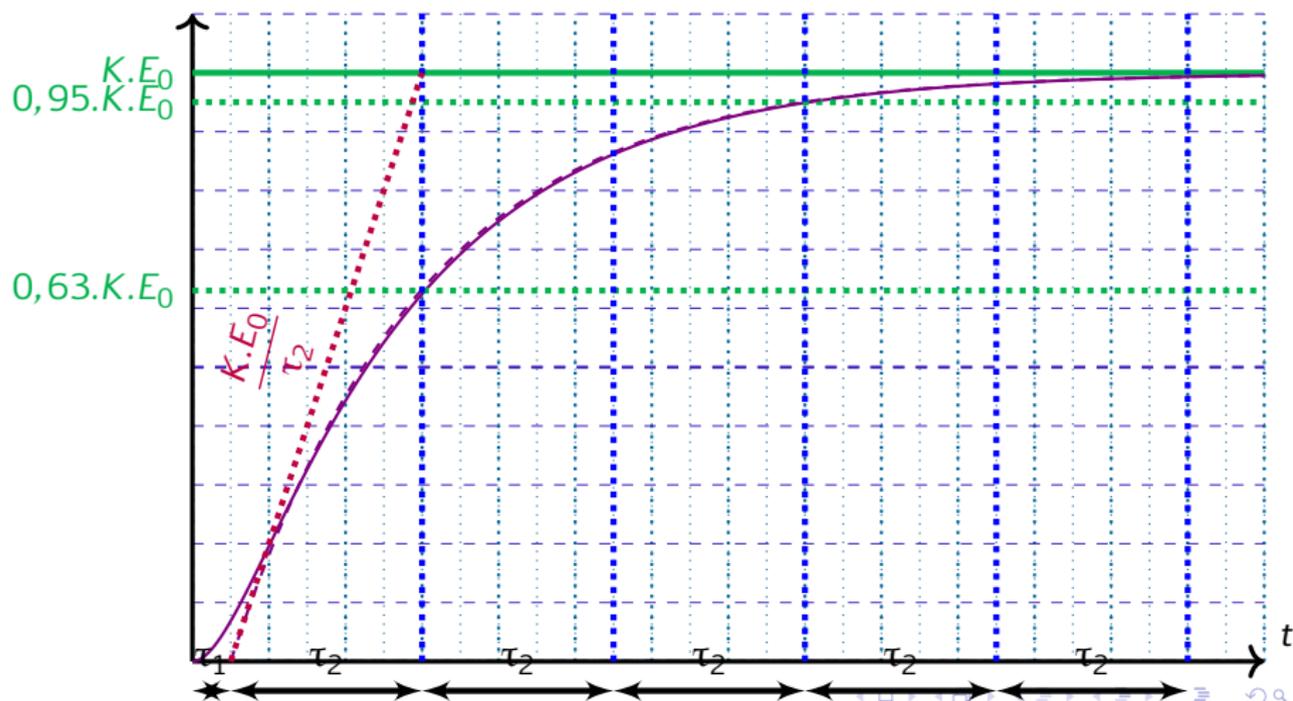
Q - 9 : Tracer, sur la figure du document réponse, l'allure de la réponse $\theta_e(t)$ à une entrée échelon de puissance de 10kW. Faire figurer sur le graphique tous les éléments remarquables de la réponse.



Q - 9 : Tracer, sur la figure du document réponse, l'allure de la réponse $\theta_e(t)$ à une entrée échelon de puissance de 10kW. Faire figurer sur le graphique tous les éléments remarquables de la réponse.



Q - 9 : Tracer, sur la figure du document réponse, l'allure de la réponse $\theta_e(t)$ à une entrée échelon de puissance de 10kW. Faire figurer sur le graphique tous les éléments remarquables de la réponse.



Q - 10 : Déterminer la réponse $\theta_e(t)$ à une entrée échelon de puissance de 10 kW.

RAPPEL $\mathcal{L}[t^n \cdot e^{-a \cdot t}] = \frac{n!}{(p + a)^{n+1}}$

Q - 10 : Déterminer la réponse $\theta_e(t)$ à une entrée échelon de puissance de 10 kW.

RAPPEL $\mathcal{L}[t^n \cdot e^{-a \cdot t}] = \frac{n!}{(p + a)^{n+1}}$

$$\theta_e(t) = \mathcal{L}^{-1}[T_e(p)] = \mathcal{L}^{-1}[H(p) \cdot P(p)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{400 \cdot (1 + 2500 \cdot p) \cdot (1 + 500 \cdot p)} \cdot \frac{10^4}{p}\right]$$

Q - 10 : Déterminer la réponse $\theta_e(t)$ à une entrée échelon de puissance de 10 kW.

RAPPEL $\mathcal{L}[t^n \cdot e^{-a \cdot t}] = \frac{n!}{(p + a)^{n+1}}$

$$\theta_e(t) = \mathcal{L}^{-1}[T_e(p)] = \mathcal{L}^{-1}[H(p) \cdot P(p)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{400 \cdot (1 + 2500 \cdot p) \cdot (1 + 500 \cdot p)} \cdot \frac{10^4}{p}\right]$$

$$\text{Or } \exists (\alpha, \beta, \gamma) \in \mathbb{R}^3 / \frac{25}{p \cdot (1 + 2500 \cdot p) \cdot (1 + 500 \cdot p)} = \frac{\alpha}{p} + \frac{\beta}{1 + 2500 \cdot p} + \frac{\gamma}{1 + 500 \cdot p}$$

Par la méthode d'occultation:

$$\begin{aligned} \alpha &= \left. \frac{25}{(1 + 2500.p).(1 + 500.p)} \right|_{p=0} &= 25 \\ \beta &= \left. \frac{25}{p.(1 + 500.p)} \right|_{p=-\frac{1}{2500}} &= -\frac{25.2500}{(1 - \frac{1}{5})} = -78125 \\ \gamma &= \left. \frac{25}{p.(1 + 2500.p)} \right|_{p=-\frac{1}{500}} &= -\frac{25.500}{(1 - 5)} = 3125 \end{aligned}$$

Par la méthode d'occultation:

$$\begin{aligned} \alpha &= \left. \frac{25}{(1 + 2500.p).(1 + 500.p)} \right|_{p=0} = 25 \\ \beta &= \left. \frac{25}{p.(1 + 500.p)} \right|_{p=-\frac{1}{2500}} = -\frac{25.2500}{(1 - \frac{1}{5})} = -78125 \\ \gamma &= \left. \frac{25}{p.(1 + 2500.p)} \right|_{p=-\frac{1}{500}} = -\frac{25.500}{(1 - 5)} = 3125 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{donc } \frac{25}{p.(1 + 2500.p).(1 + 500.p)} &= \frac{25}{p} - \frac{78125}{1 + 2500.p} + \frac{3125}{1 + 500.p} \\ &= \frac{25}{p} - \frac{125/4}{p + \frac{1}{2500}} + \frac{25/4}{p + \frac{1}{500}} \end{aligned}$$

Par la méthode d'occultation:

$$\begin{aligned}\alpha &= \left. \frac{25}{(1 + 2500.p).(1 + 500.p)} \right|_{p=0} = 25 \\ \beta &= \left. \frac{25}{p.(1 + 500.p)} \right|_{p=-\frac{1}{2500}} = -\frac{25.2500}{(1 - \frac{1}{5})} = -78125 \\ \gamma &= \left. \frac{25}{p.(1 + 2500.p)} \right|_{p=-\frac{1}{500}} = -\frac{25.500}{(1 - 5)} = 3125\end{aligned}$$

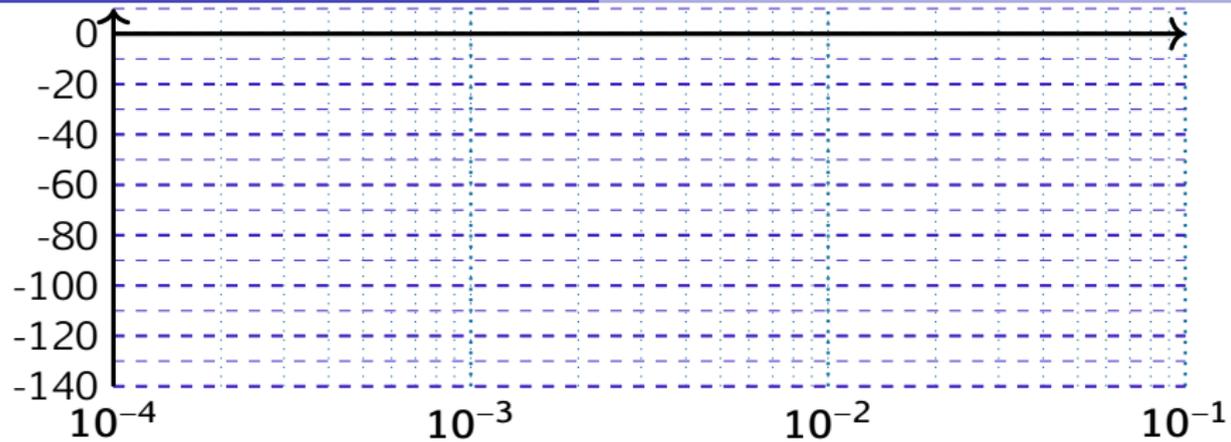
$$\begin{aligned}\text{donc } \frac{25}{p.(1 + 2500.p).(1 + 500.p)} &= \frac{25}{p} - \frac{78125}{1 + 2500.p} + \frac{3125}{1 + 500.p} \\ &= \frac{25}{p} - \frac{125/4}{p + \frac{1}{2500}} + \frac{25/4}{p + \frac{1}{500}}\end{aligned}$$

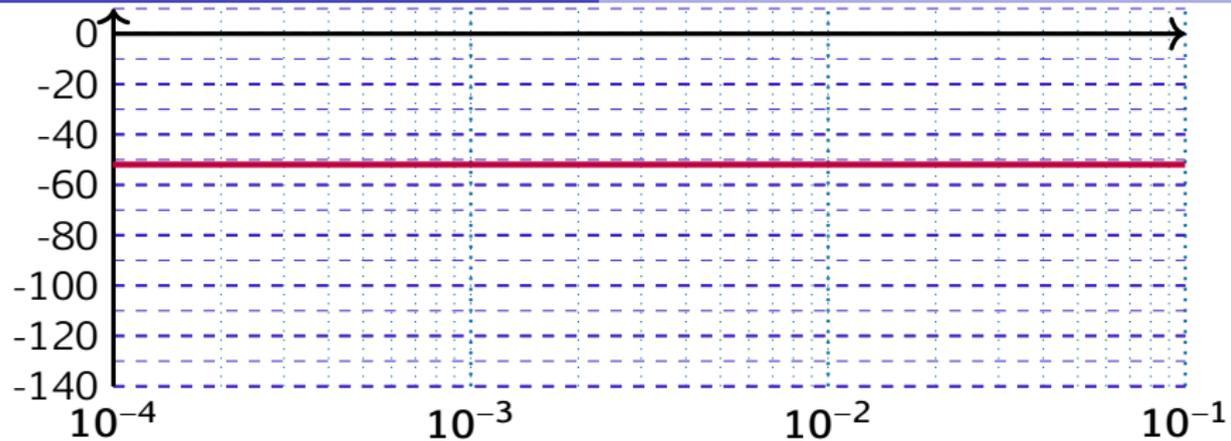
Ainsi:

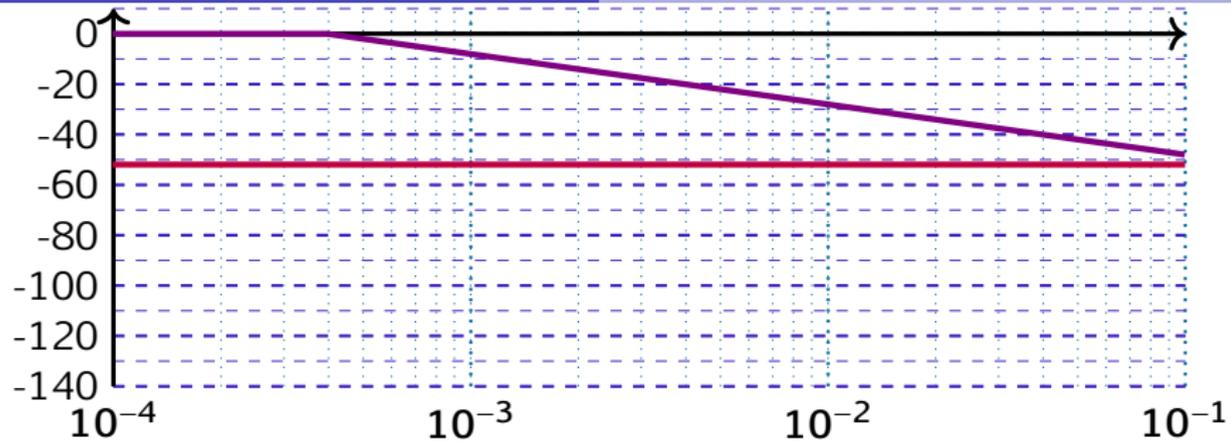
$$\theta_e(t) = 25.\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{p} - \frac{1}{4}\cdot\left(\frac{5}{p + \frac{1}{2500}} + \frac{1}{p + \frac{1}{500}}\right)\right] = 25.\left[1 + \frac{1}{4}\cdot(e^{-t/500} - 5.e^{-t/2500})\right].u(t)$$

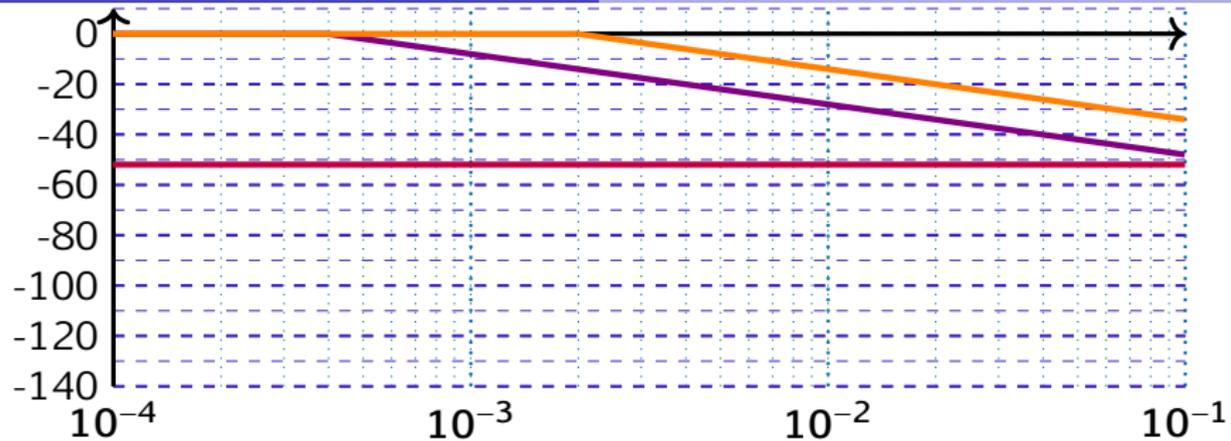
Q - 11 : Tracer les diagrammes de Bode de la fonction de transfert $H(p)$.

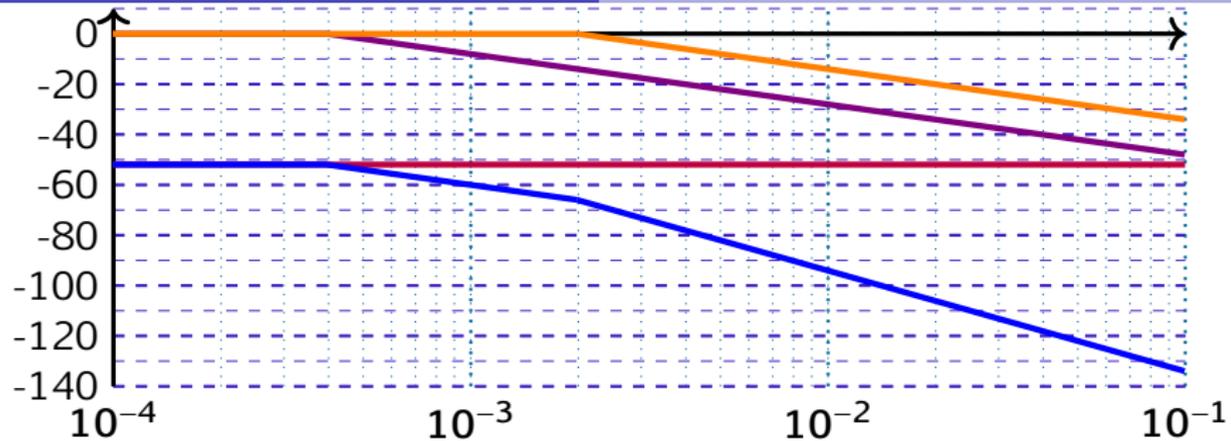
$$H(p) = \frac{Te(p)}{P(p)} = \frac{1}{400.(1 + 2500.p).(1 + 500.p)}$$

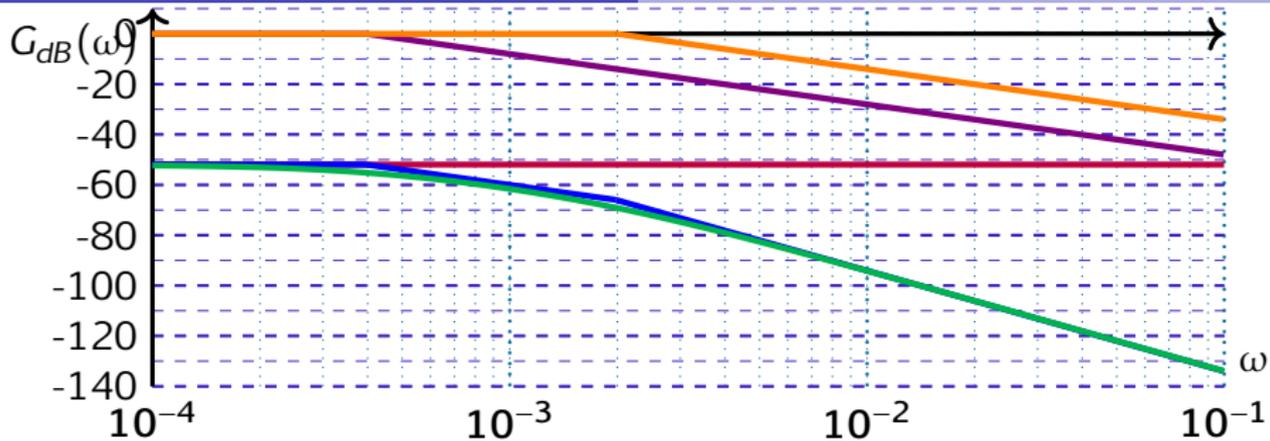


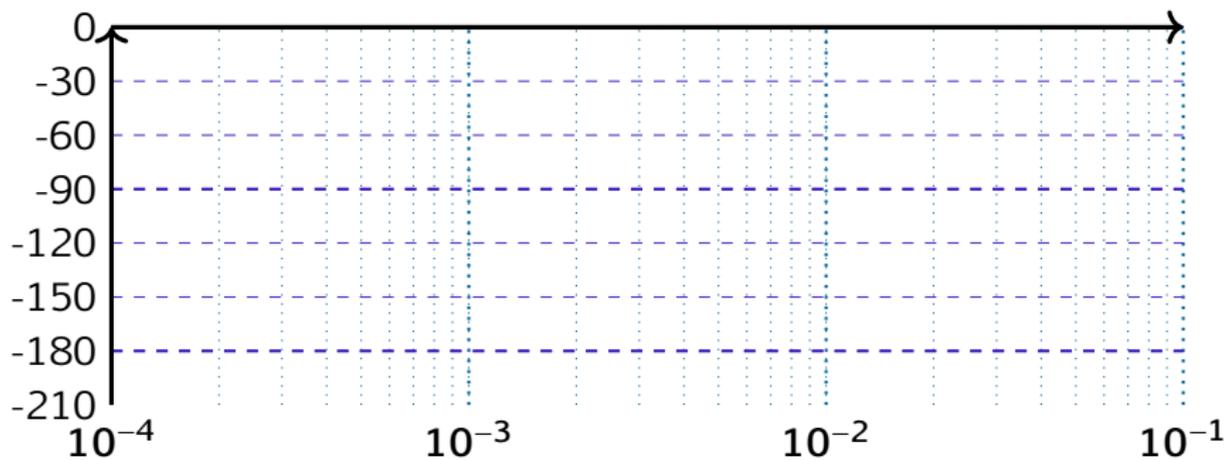
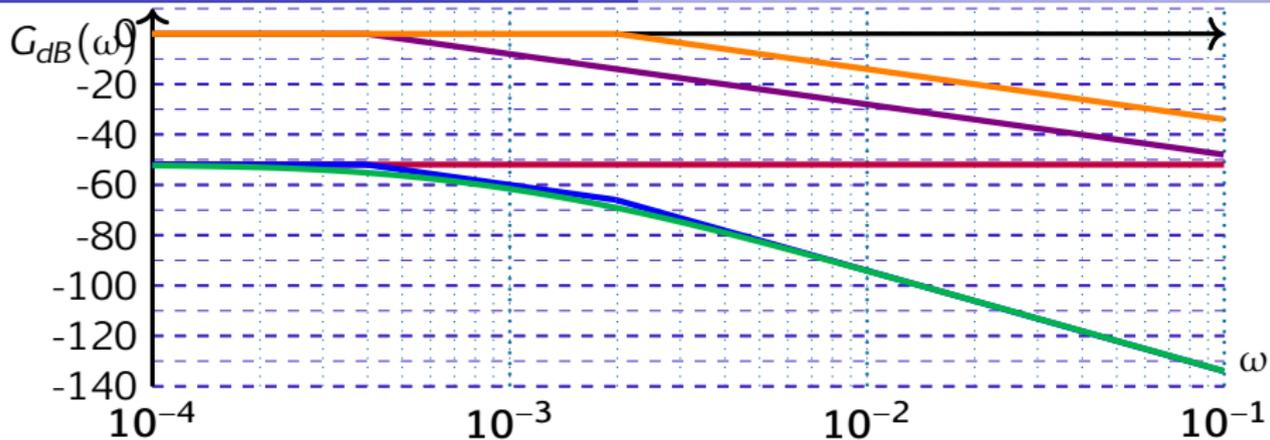


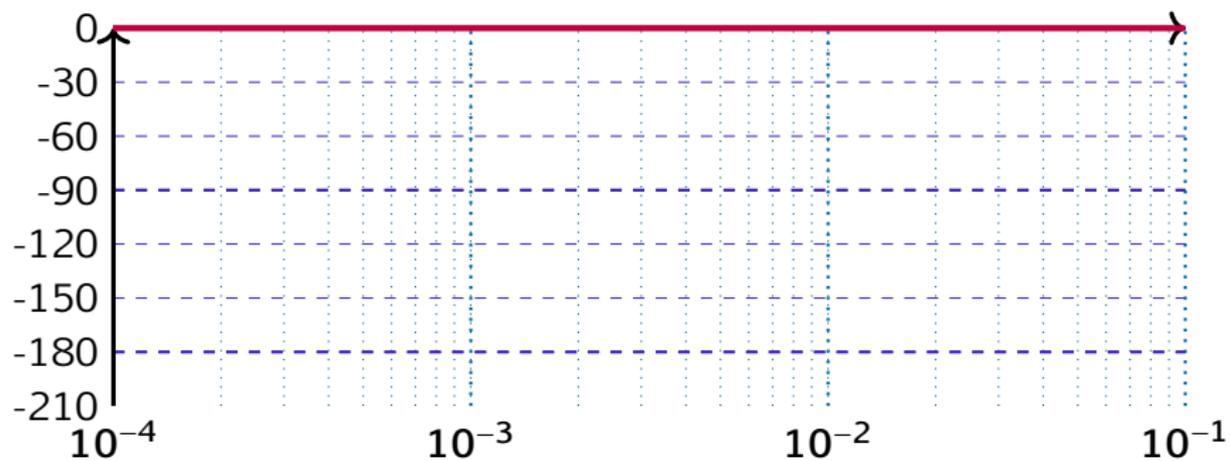
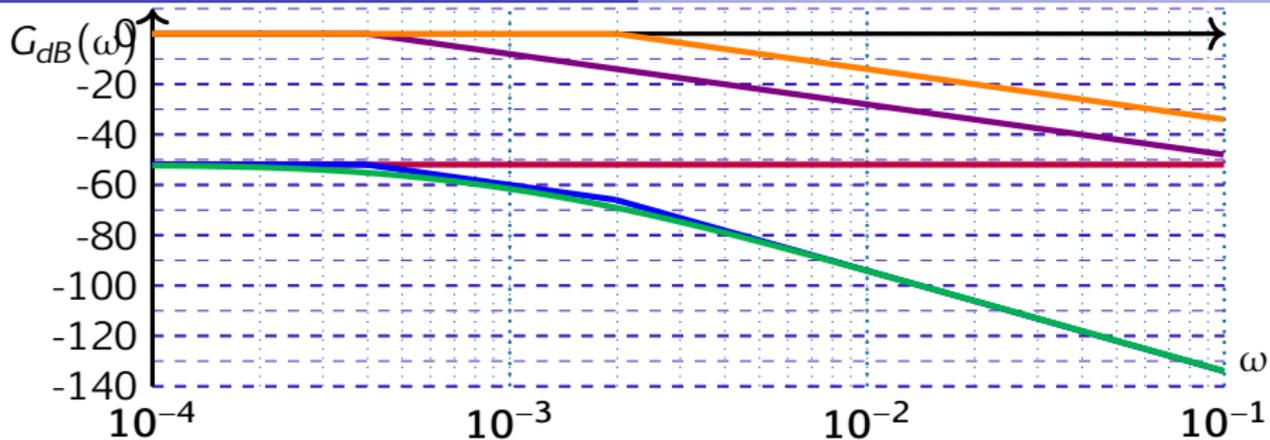


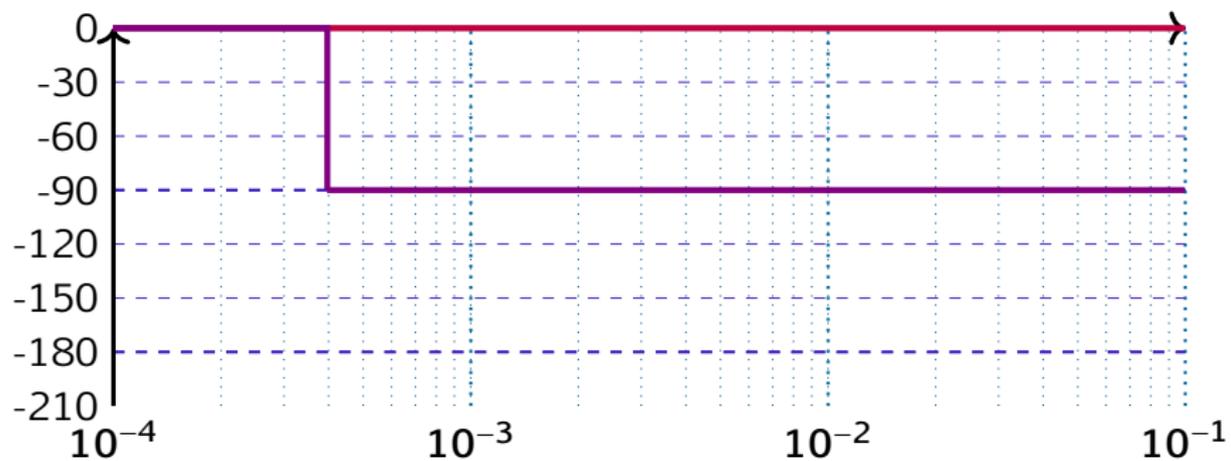
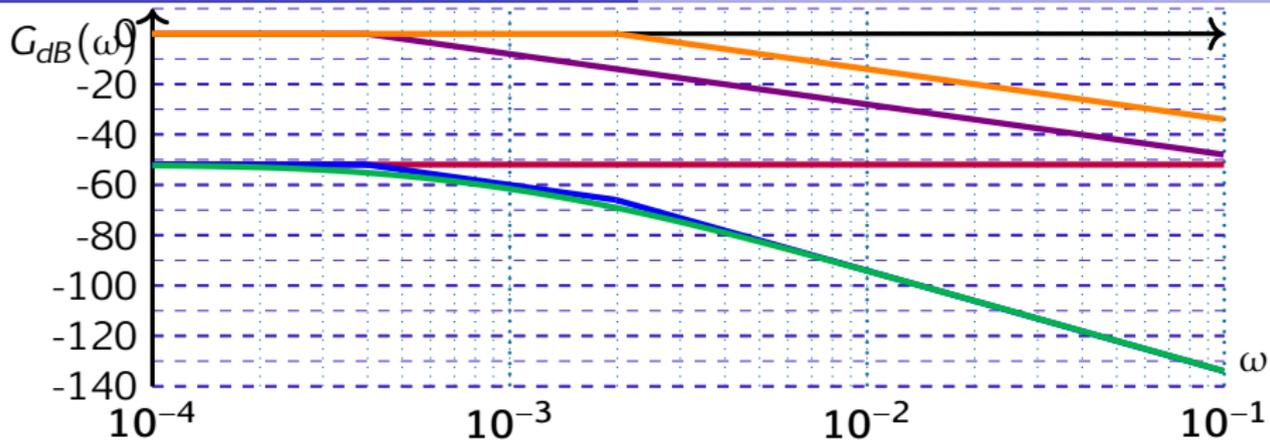


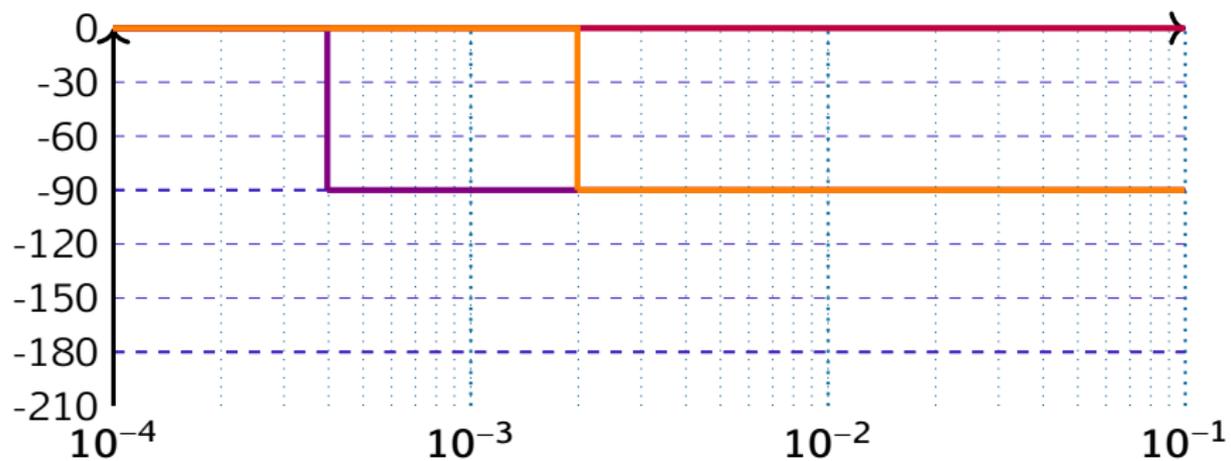
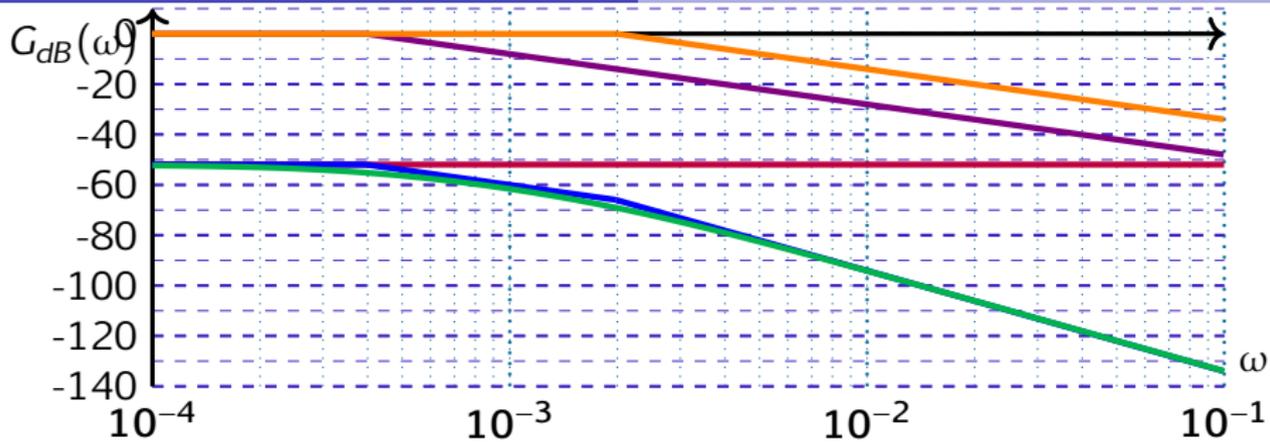


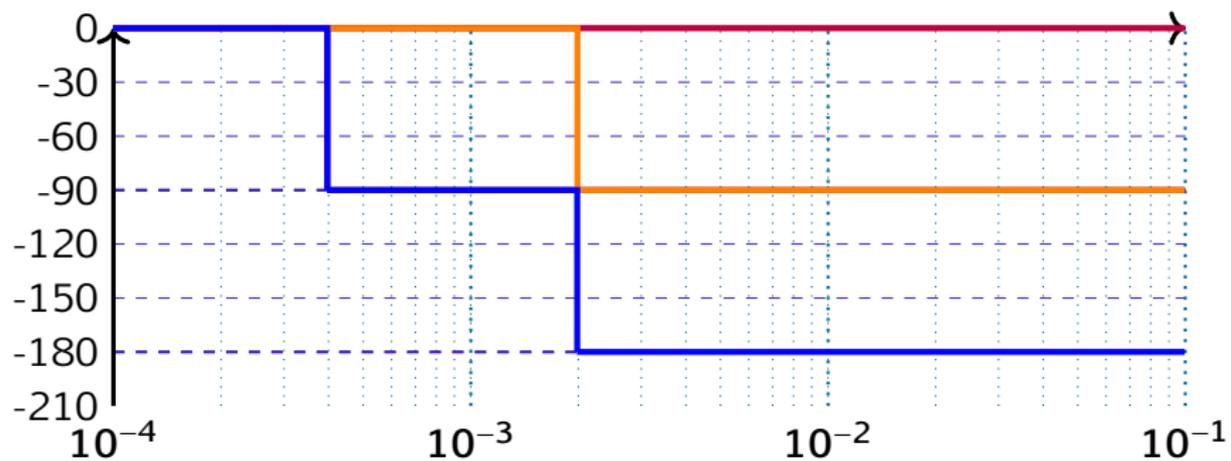
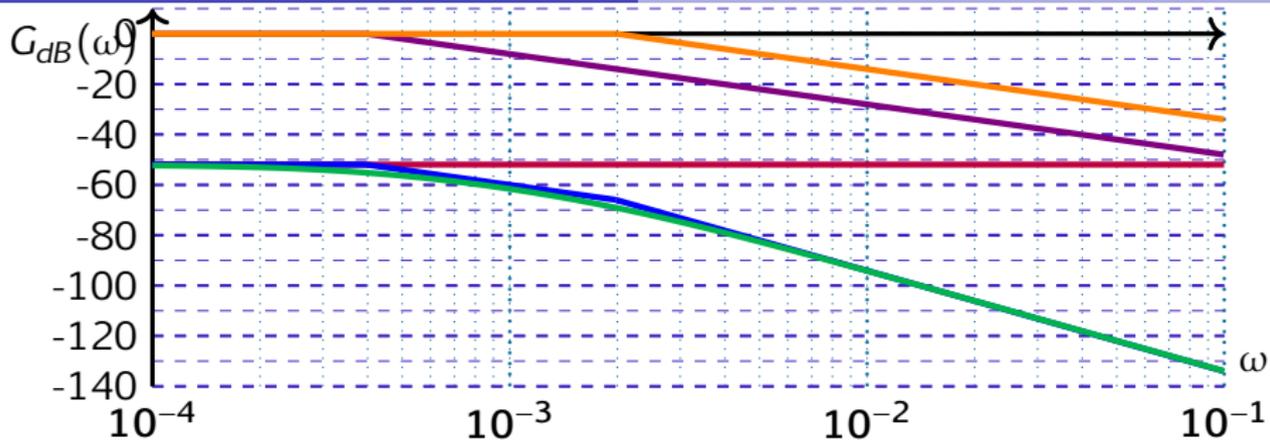


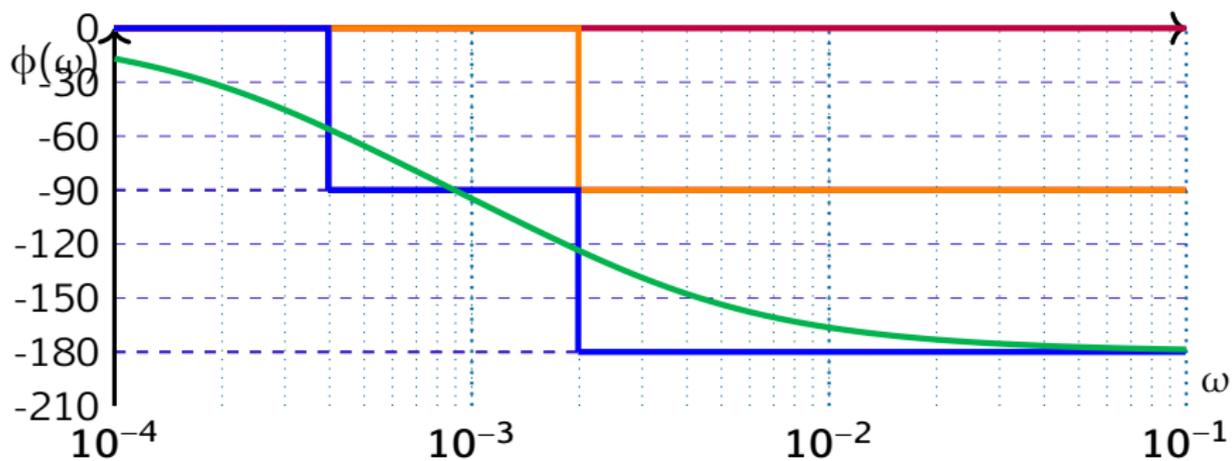
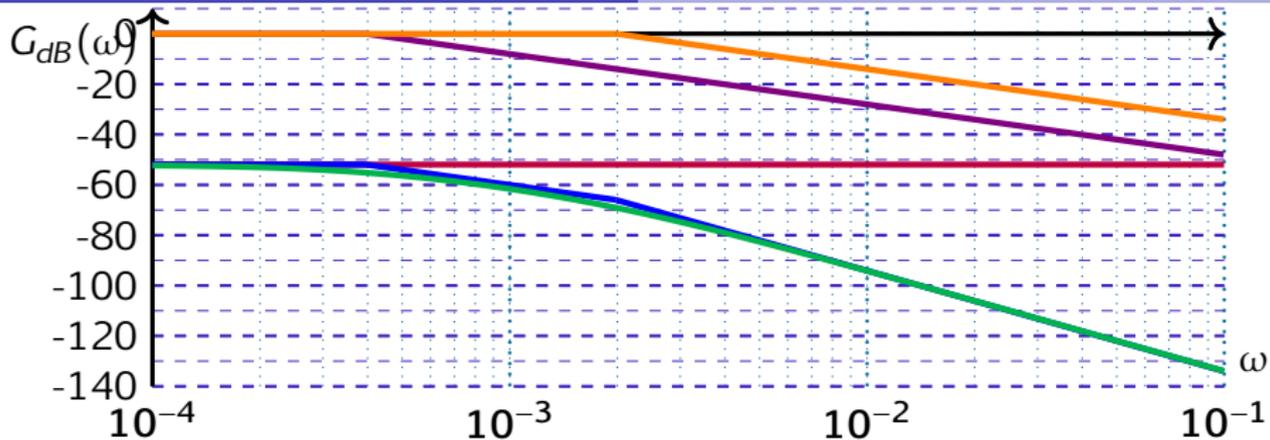












Étude du système dynamique : système d'alimentation en bois

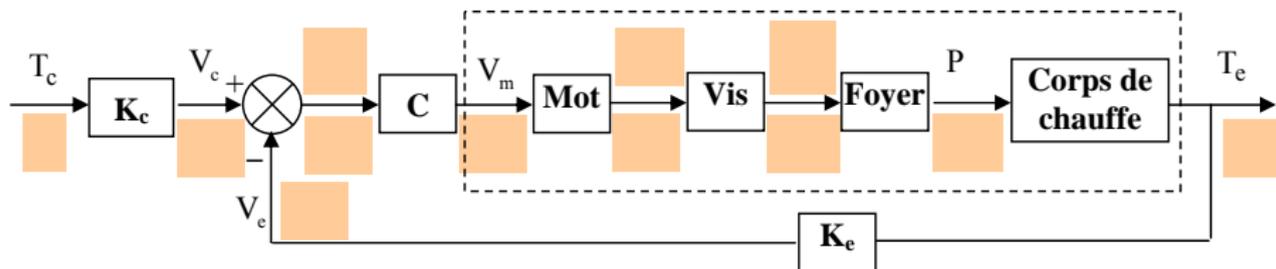
On considère que la chaudière peut-être décrite à partir du schéma fonctionnel suivant:

Une température de consigne $\theta_c(t)$ est donnée au système. Un dispositif électronique convertit celle-ci en une tension $v_c(t)$ telle que $V_c(p) = K_c \cdot T_c(p)$, K_c pouvant être modifié.

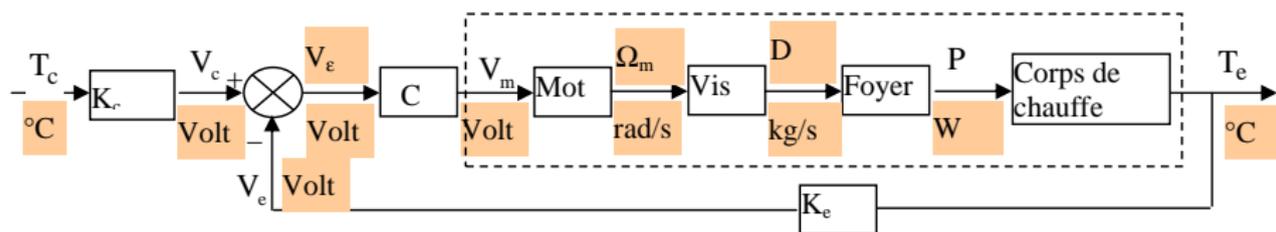
Cette tension $v_c(t)$ est comparée à la tension $v_e(t)$ fournie par le capteur mesurant la température de l'eau au sein de l'échangeur : $\theta_e(t)$ telle que $V_e(p) = K_e \cdot T_e(p)$, avec $K_e = 0,2 \text{ Volt}/^\circ\text{C}$.

Cette différence de tension est amplifiée par un correcteur proportionnel C . La tension obtenue permet au moteur de tourner à une vitesse de rotation ω_m . Le moteur entraîne la vis d'introduction qui fournit un débit massique de bois. Ce bois au sein du foyer dégage une puissance de chauffe $p(t)$.

Q - 12 : Compléter, sur le document réponse le schéma fonctionnel global en précisant les grandeurs physiques véhiculées, ainsi que leurs unités. On notera : une température T , une puissance P , une tension V , un débit massique D , une vitesse de rotation Ω .



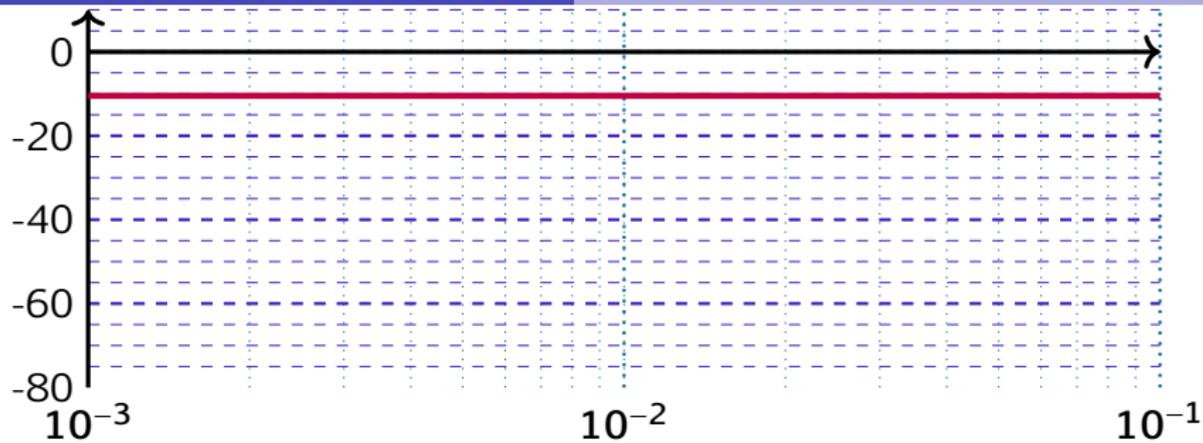
Q - 12 : Compléter, sur le document réponse le schéma fonctionnel global en précisant les grandeurs physiques véhiculées, ainsi que leurs unités. On notera : une température T , une puissance P , une tension V , un débit massique D , une vitesse de rotation Ω .

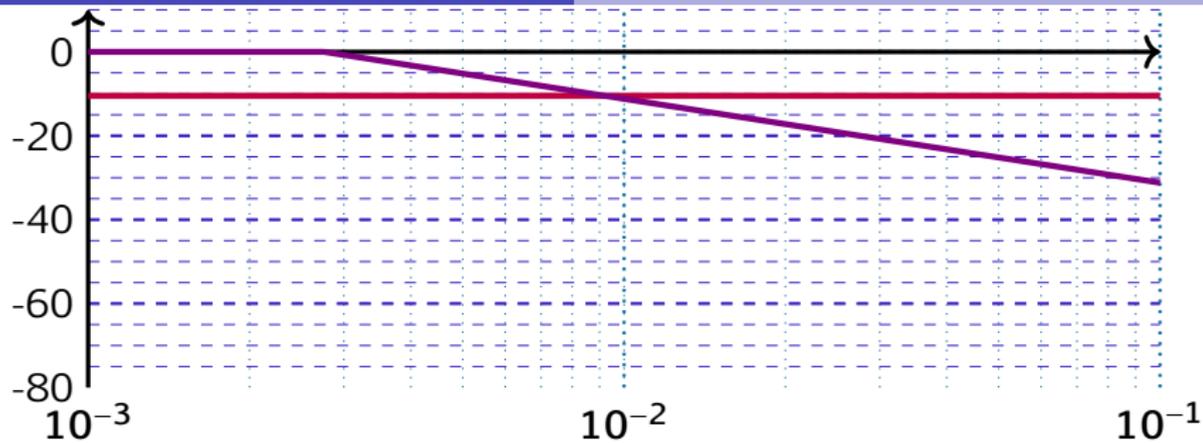


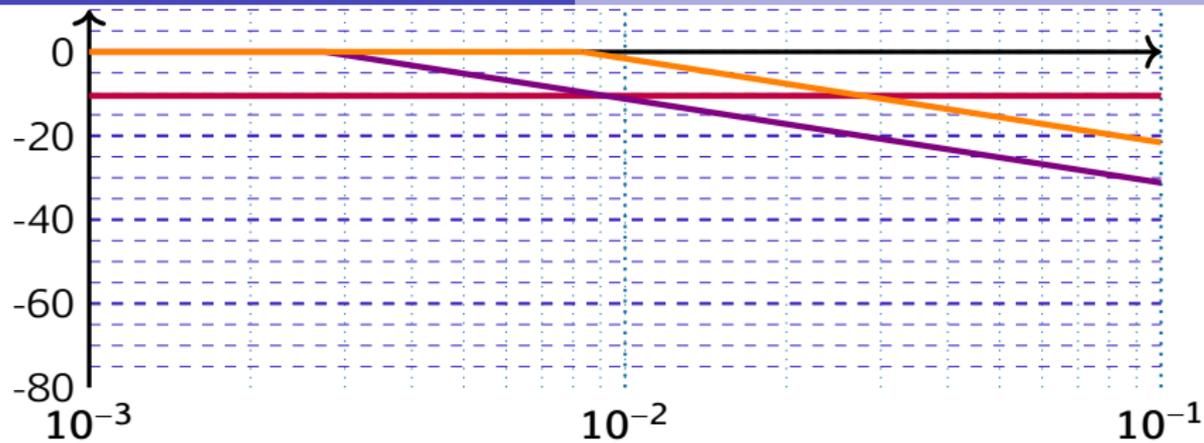
Pour les mêmes raisons que précédemment l'ensemble Moteur, Vis, Foyer et Corps de chauffe de la chaudière a été soumis à une entrée du type indicielle. Cette expérience a permis de modéliser la fonction de transfert de cet ensemble sous la forme suivante :

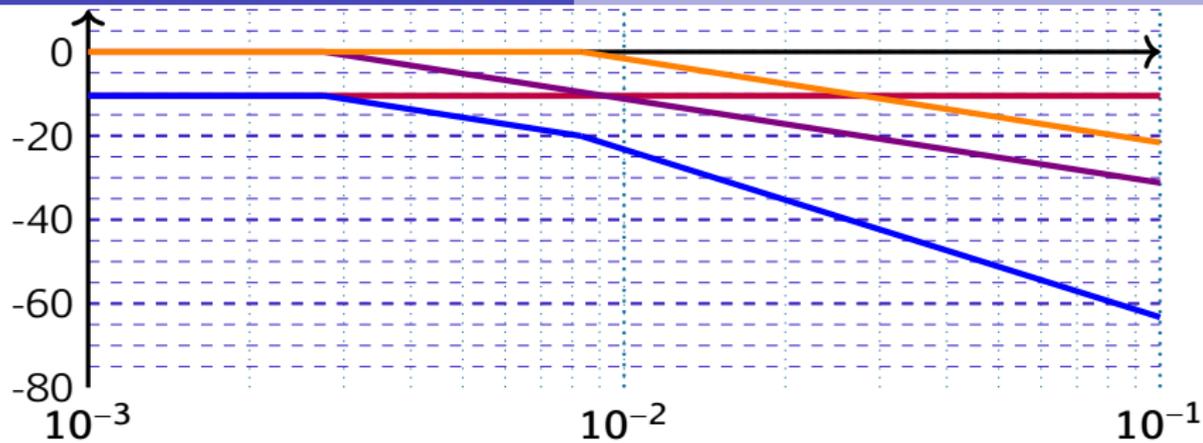
$$H_{MC}(p) = \frac{T_e(p)}{V_M(p)} = \frac{K_{MC}}{(1 + \tau_a \cdot p)(1 + \tau_b \cdot p)}$$

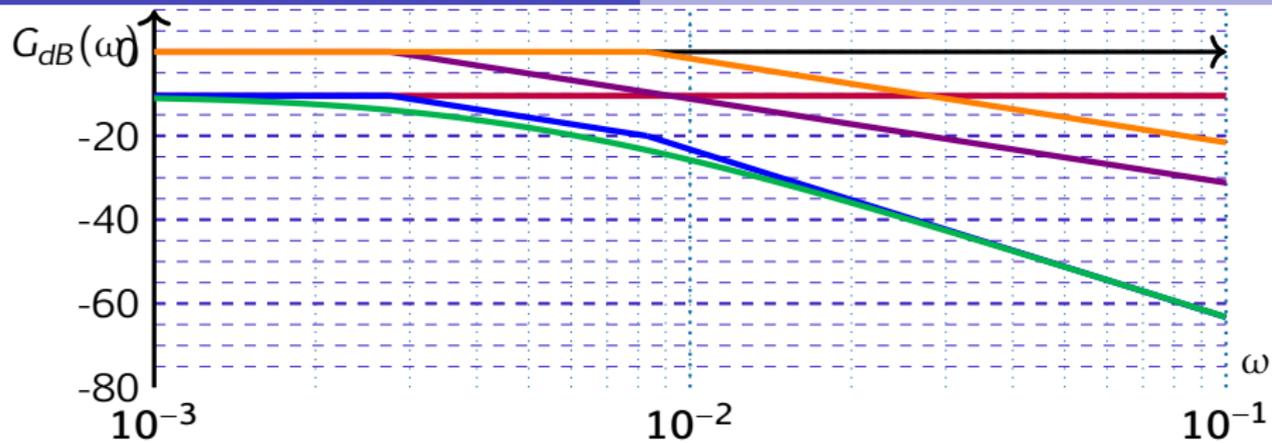
Q - 13 : Sur le diagramme de Bode du document réponse, tracer le diagramme asymptotique de la fonction de transfert $H_{MC}(p)$ avec $K_{MC} = 0,3 \text{ } ^\circ\text{C/Volt}$, $\tau_a = 360 \text{ min}$ et $\tau_b = 120 \text{ min}$. On prendra $\log(3) \approx 0,5$.

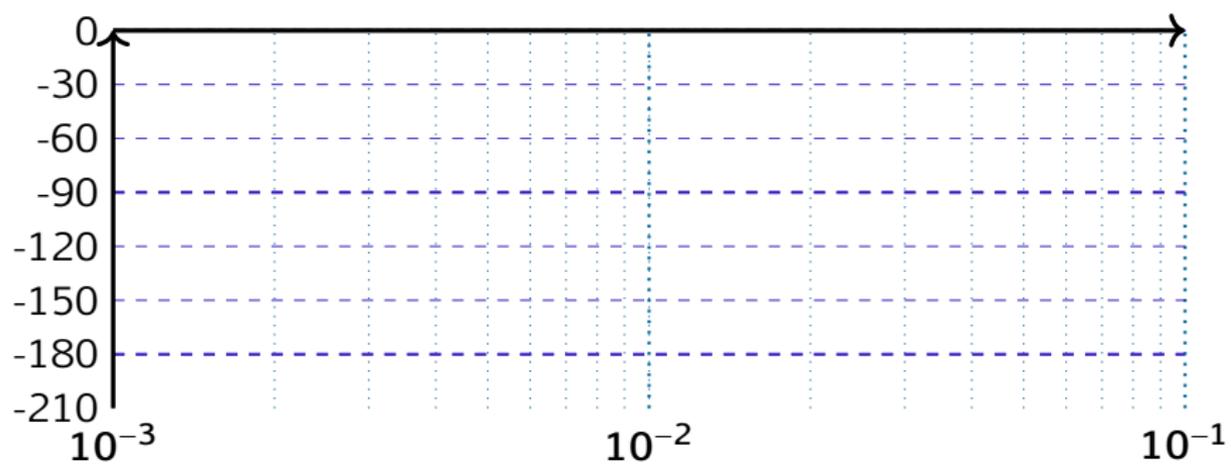
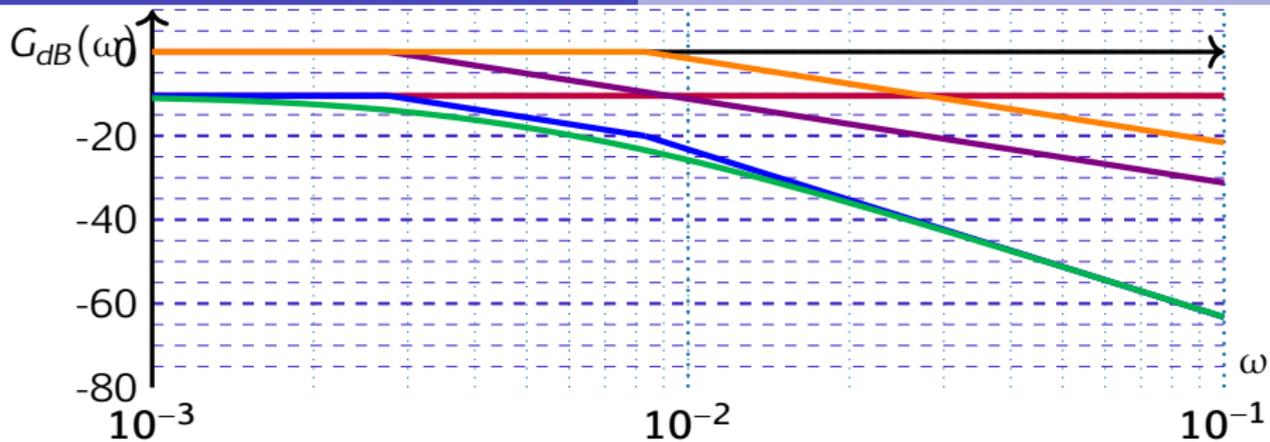


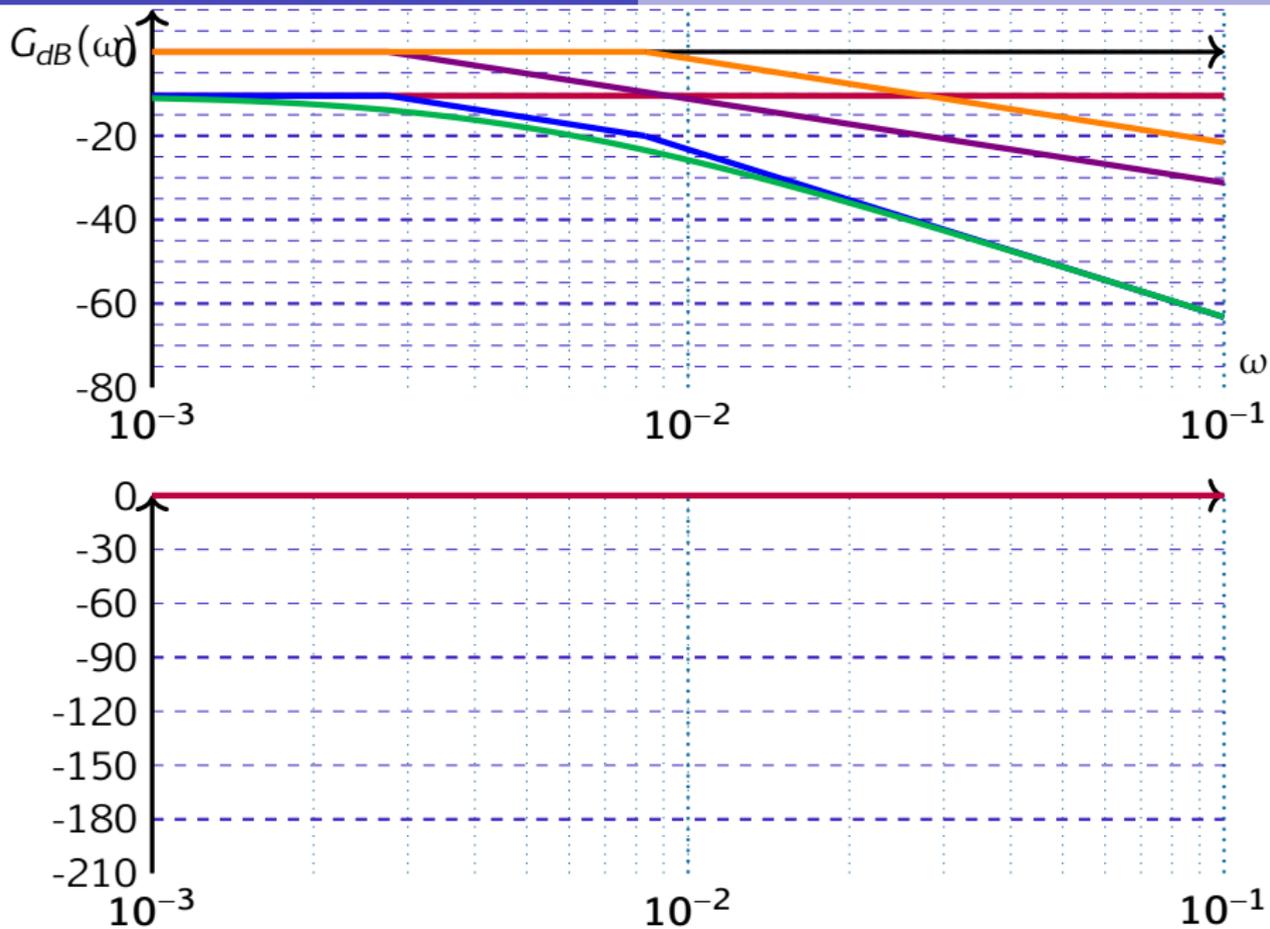


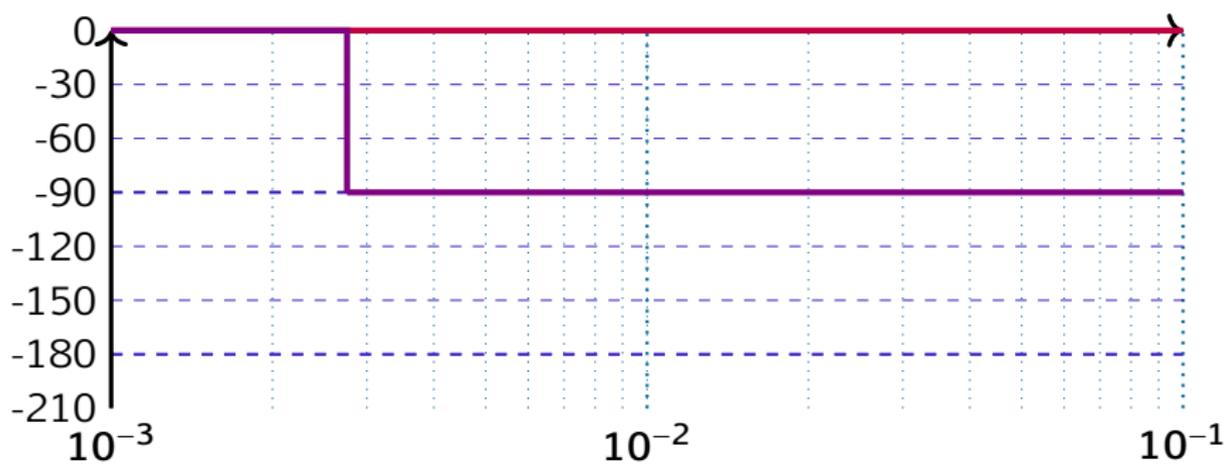
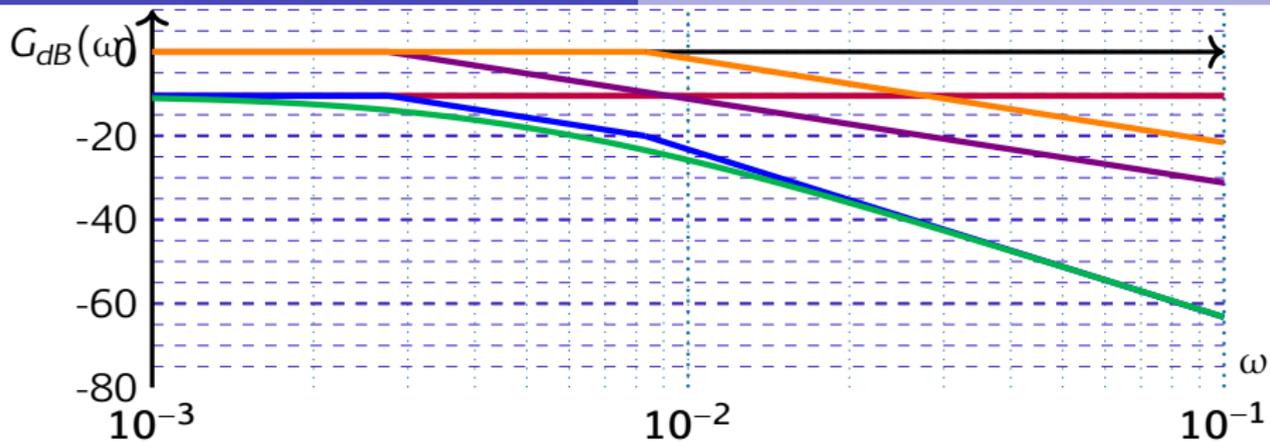


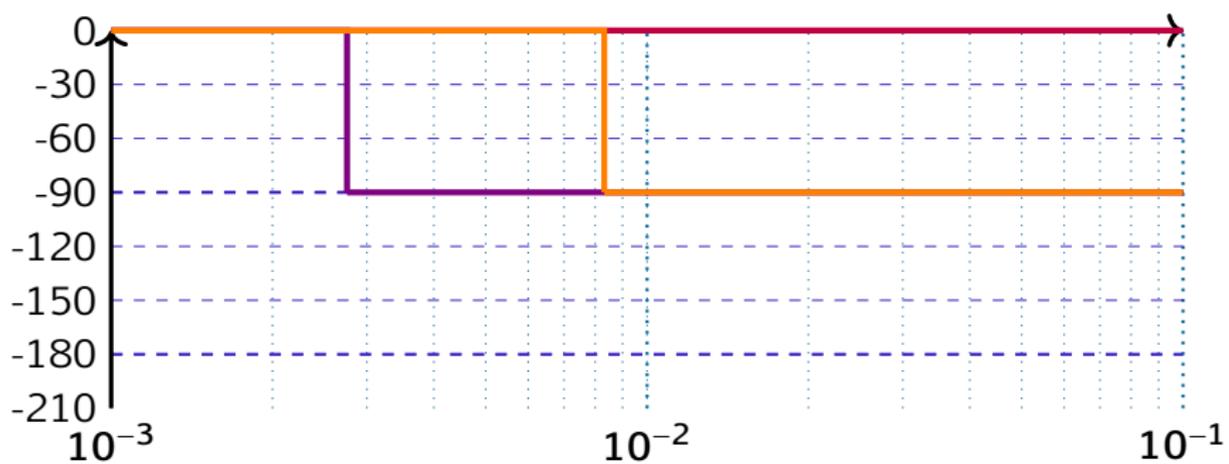
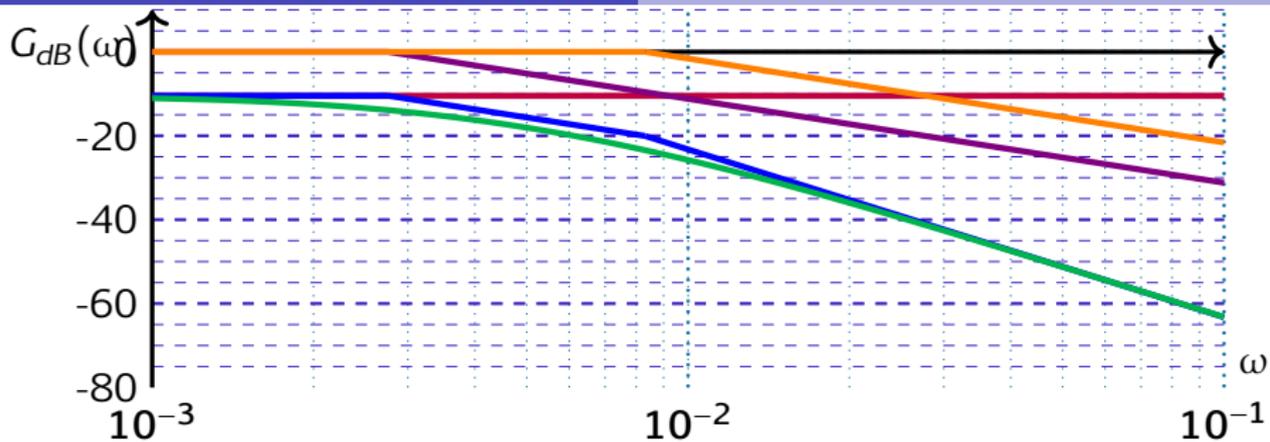


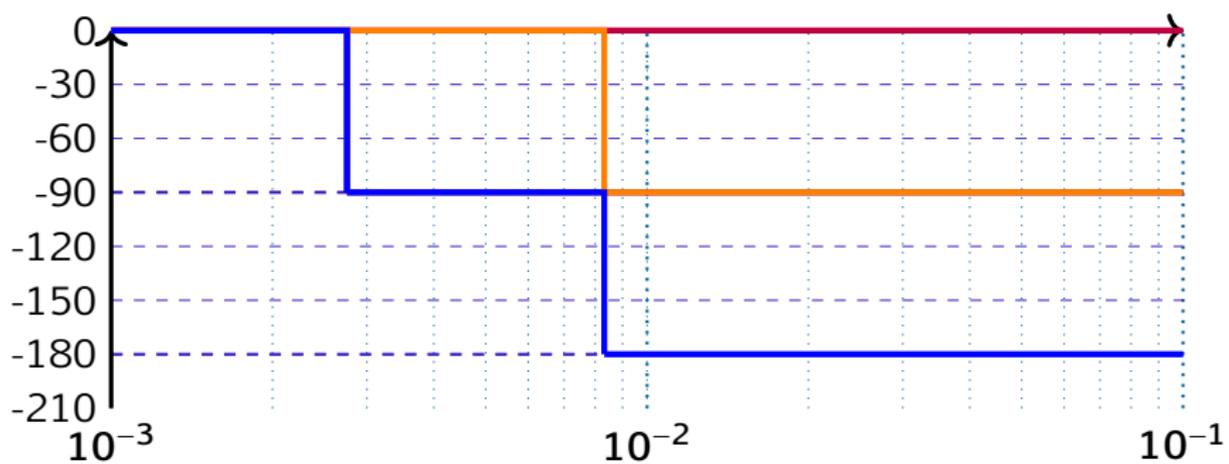
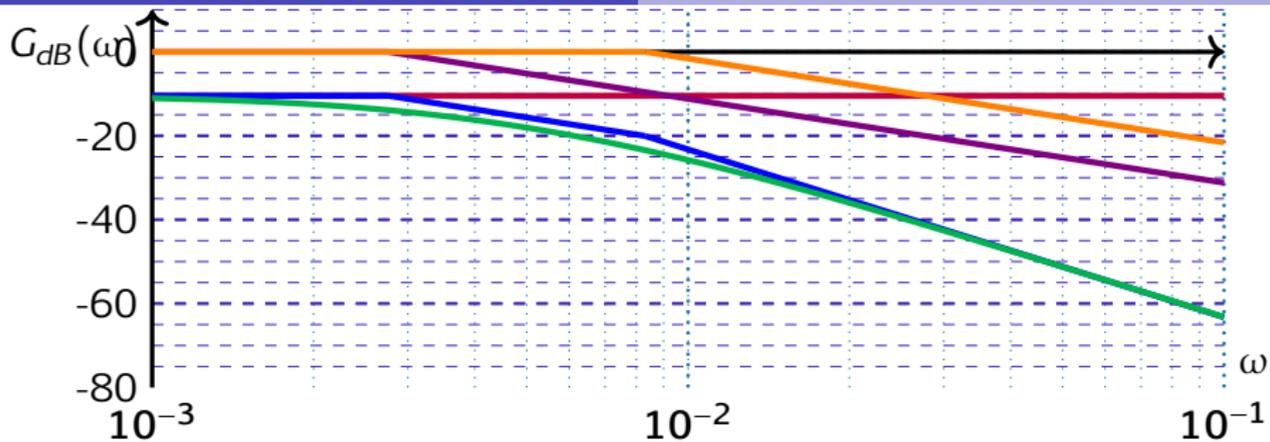


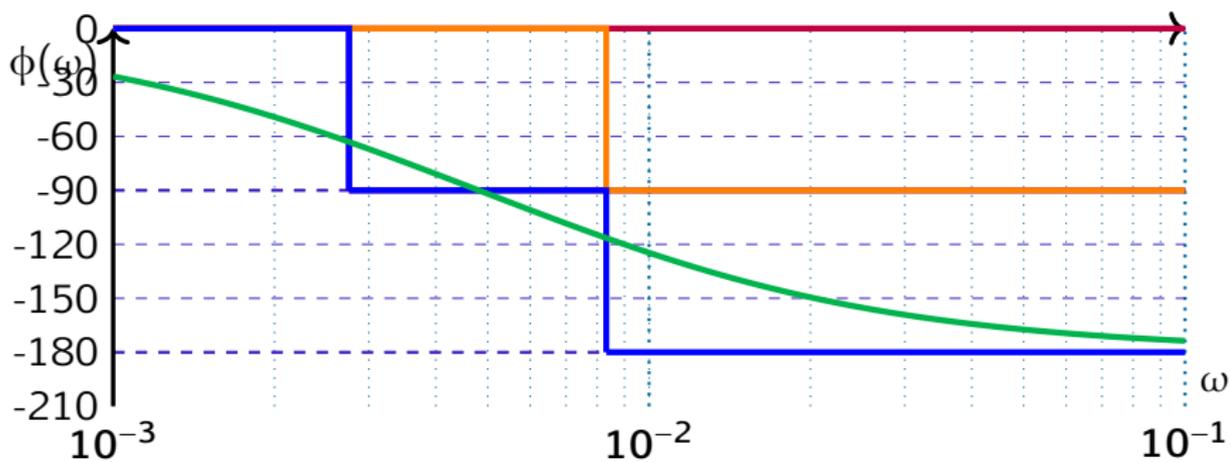
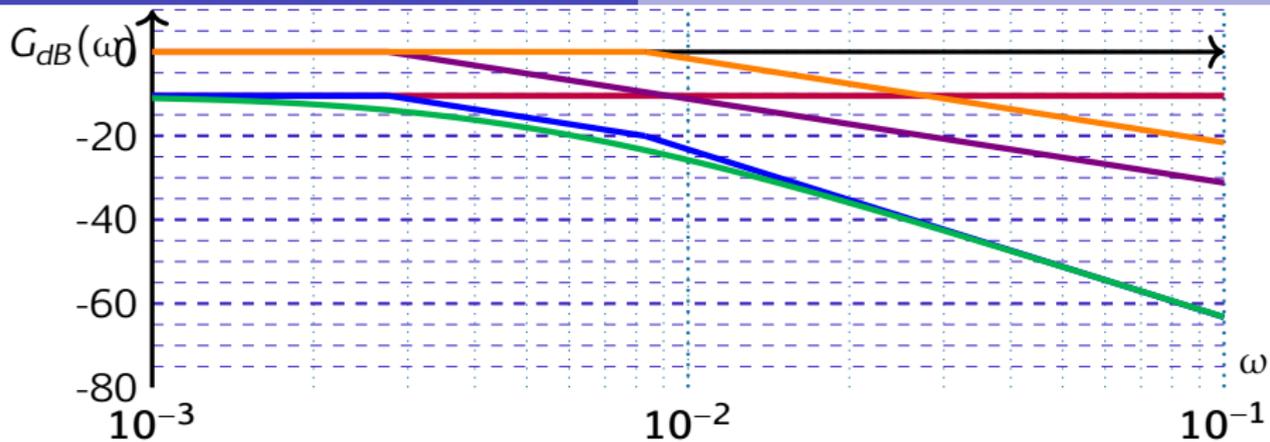












Q - 14 : Donner la fonction de transfert en boucle fermée du système global : $H_G(p) = \frac{T_e(p)}{T_c(p)}$. La mettre sous forme littérale canonique.

Q - 14 : Donner la fonction de transfert en boucle fermée du système global : $H_G(p) = \frac{T_e(p)}{T_c(p)}$. La mettre sous forme littérale canonique.

On peut écrire directement:

$$H_G(p) = \frac{T_e(p)}{T_c(p)} = K_c \cdot \frac{C \cdot H_{MC}(p)}{1 + K_e \cdot C \cdot H_{MC}(p)}$$

Q - 14 : Donner la fonction de transfert en boucle fermée du système global : $H_G(p) = \frac{T_e(p)}{T_c(p)}$. La mettre sous forme littérale canonique.

On peut écrire directement:

$$H_G(p) = \frac{T_e(p)}{T_c(p)} = K_c \cdot \frac{C \cdot H_{MC}(p)}{1 + K_e \cdot C \cdot H_{MC}(p)}$$

ou reprendre, comme des débutants:

$$\begin{aligned} T_e(p) &= H_{MC}(p) \cdot V_M(p) \\ &= H_{MC}(p) \cdot C \cdot [K_c \cdot T_c(p) - K_e \cdot T_e(p)] \\ \Rightarrow [1 + K_e \cdot C \cdot H_{MC}(p)] \cdot T_e(p) &= H_{MC}(p) \cdot C \cdot K_c \cdot T_c(p) \end{aligned}$$

Q - 14 : Donner la fonction de transfert en boucle fermée du système global : $H_G(p) = \frac{T_e(p)}{T_c(p)}$. La mettre sous forme littérale canonique.

On peut écrire directement:

$$H_G(p) = \frac{T_e(p)}{T_c(p)} = K_c \cdot \frac{C \cdot H_{MC}(p)}{1 + K_e \cdot C \cdot H_{MC}(p)}$$

ou reprendre, comme des débutants:

$$\begin{aligned} T_e(p) &= H_{MC}(p) \cdot V_M(p) \\ &= H_{MC}(p) \cdot C \cdot [K_c \cdot T_c(p) - K_e \cdot T_e(p)] \end{aligned}$$

$$\Rightarrow [1 + K_e \cdot C \cdot H_{MC}(p)] \cdot T_e(p) = H_{MC}(p) \cdot C \cdot K_c \cdot T_c(p)$$

donc
$$\frac{T_e(p)}{T_c(p)} = \frac{K_c \cdot C \cdot H_{MC}(p)}{1 + K_e \cdot C \cdot H_{MC}(p)}$$

Mettons l'expression précédente sous la forme canonique:

$$\begin{aligned}
 H_G(p) = \frac{T_e(p)}{T_c(p)} &= \frac{K_c \cdot C \cdot H_{MC}(p)}{1 + K_e \cdot C \cdot H_{MC}(p)} = \frac{K_c \cdot C \cdot \frac{K_{MC}}{(1 + \tau_a \cdot p)(1 + \tau_b \cdot p)}}{1 + K_e \cdot C \cdot \frac{K_{MC}}{(1 + \tau_a \cdot p)(1 + \tau_b \cdot p)}} \\
 &= \frac{K_c \cdot C \cdot K_{MC}}{(1 + \tau_a \cdot p)(1 + \tau_b \cdot p) + K_e \cdot C \cdot K_{MC}} \\
 &= \frac{\frac{K_c \cdot C \cdot K_{MC}}{1 + K_e \cdot C \cdot K_{MC}}}{1 + \frac{\tau_a + \tau_b}{1 + K_e \cdot C \cdot K_{MC}} \cdot p + \frac{\tau_a \cdot \tau_b}{1 + K_e \cdot C \cdot K_{MC}} \cdot p^2}
 \end{aligned}$$

Q - 15 : En déduire la valeur en régime permanent de $\theta_e(t)$ quand on soumet l'ensemble à une consigne d'entrée de type échelon de type $\theta_c(t) = \theta_{c0}.ut(t)$.

Q - 15 : En déduire la valeur en régime permanent de $\theta_e(t)$ quand on soumet l'ensemble à une consigne d'entrée de type échelon de type $\theta_c(t) = \theta_{c0}.ut(t)$.

$$\begin{aligned}
 \lim_{t \rightarrow \infty} \theta_e(t) &= \lim_{p \rightarrow 0} p.T_e(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p.H_G(p).T_c(p) \\
 &= \lim_{p \rightarrow 0} p. \frac{K_c.C.K_{MC}}{1 + K_e.C.K_{MC}} \cdot \frac{\theta_{c0}}{p} \\
 &= \frac{K_c.C.K_{MC}.\theta_{c0}}{1 + K_e.C.K_{MC}}
 \end{aligned}$$

Q - 16 : *En déduire la valeur de l'écart statique $\theta_{c0} - \theta_e(t)$ quand $t \rightarrow \infty$. Donner la valeur de K_c pour obtenir un écart statique nul.*

Q - 16 : En déduire la valeur de l'écart statique $\theta_{c0} - \theta_e(t)$ quand $t \rightarrow \infty$. Donner la valeur de K_c pour obtenir un écart statique nul.

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \theta_{c0} - \theta_e(t) &= \theta_{c0} \cdot \left[1 - \frac{K_c \cdot C \cdot K_{MC}}{1 + K_e \cdot C \cdot K_{MC}} \right] = \theta_{c0} \cdot \left[1 - \frac{K_c \cdot C \cdot K_{MC}}{1 + K_e \cdot C \cdot K_{MC}} \right] \\ &= \theta_{c0} \cdot \frac{1 - (K_c - K_e) \cdot C \cdot K_{MC}}{1 + K_e \cdot C \cdot K_{MC}} \end{aligned}$$

Q - 16 : En déduire la valeur de l'écart statique $\theta_{c0} - \theta_e(t)$ quand $t \rightarrow \infty$. Donner la valeur de K_c pour obtenir un écart statique nul.

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \theta_{c0} - \theta_e(t) &= \theta_{c0} \cdot \left[1 - \frac{K_c \cdot C \cdot K_{MC}}{1 + K_e \cdot C \cdot K_{MC}} \right] = \theta_{c0} \cdot \left[1 - \frac{K_c \cdot C \cdot K_{MC}}{1 + K_e \cdot C \cdot K_{MC}} \right] \\ &= \theta_{c0} \cdot \frac{1 - (K_c - K_e) \cdot C \cdot K_{MC}}{1 + K_e \cdot C \cdot K_{MC}} \end{aligned}$$

Pour obtenir un écart nul:

$$\theta_{c0} \cdot \left[1 - \frac{K_c \cdot C \cdot K_{MC}}{1 + K_e \cdot C \cdot K_{MC}} \right] = 0 \quad \Rightarrow \quad K_c = \frac{1 + K_e \cdot C \cdot K_{MC}}{C \cdot K_{MC}}$$

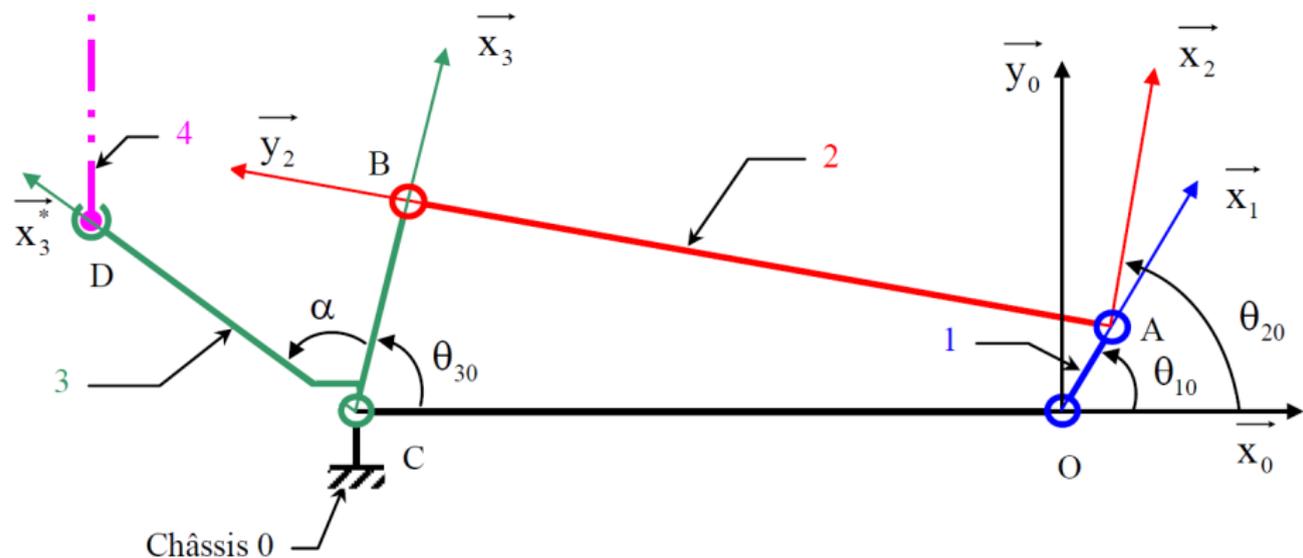
Etude cinématique des systèmes de décendrage et de dépoussiérage

Le but de cette partie est d'étudier la relation entre la vitesse de rotation du moteur de décendrage (MD) et la vitesse de translation des turbulateurs. En effet cette vitesse est un élément déterminant pour un nettoyage optimum de l'échangeur qui contribue au bon rendement de la chaudière.

Le cahier des charges stipule que la vitesse maximum des turbulateurs par rapport à l'échangeur soit comprise entre 0,15 m/s et 0,25 m/s.

Figure 8

Schéma cinématique plan du mécanisme de mise en mouvement des turbulateurs en partie basse

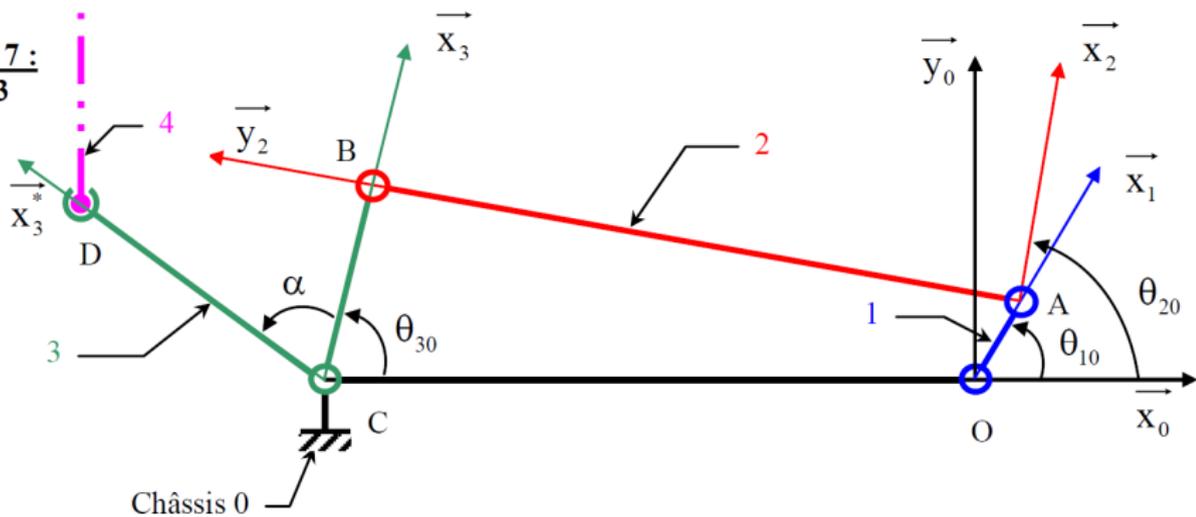


Etude de la relation entre la rotation du moteur et le mouvement de la tringle de commande 4

On considère le mécanisme plan (dans le plan (\vec{x}_0, \vec{y}_0)), dans la situation proposée sur le schéma cinématique de la figure 8.

- La manivelle d'entraînement **1** est mise en rotation par le motoréducteur de décendrage (**MD**). La manivelle d'entraînement **1** est donc en liaison pivot d'axe (O, \vec{z}) avec le bâti **0**.
- Le repère $\mathcal{R}_1 (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ est lié à la manivelle d'entraînement **1** avec $\theta_{10} = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$ et $\overrightarrow{OA} = r \cdot \vec{x}_1$
- Le repère $\mathcal{R}_2 (A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ est lié à la bielle **2** avec $\theta_{20} = (\vec{x}_0, \vec{x}_2)$.
- L'accouplement **3** est en liaison pivot d'axe $B \vec{z}$ avec la bielle **2**
- Le repère $\mathcal{R}_3 (B, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ est lié à l'accouplement **3** avec $\overrightarrow{AB} = l \cdot \vec{y}_2$
- L'accouplement **3** est en liaison pivot d'axe $C \vec{z}$ avec le bâti **0** avec $\theta_{30} = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$ et $\overrightarrow{BC} = -R \cdot \vec{x}_3$ et $\overrightarrow{CO} = L \cdot \vec{x}_0$.

Figure 7 :
Ech 1:3



Q - 17 : Écrire la fermeture géométrique pour les centres de liaison O, A, B et C . En déduire une relation entre θ_{30} et θ_{10} uniquement en fonction de r, R, L et l . Cette relation permettrait d'obtenir θ_{30} en fonction de θ_{10} .

Q - 17 : Écrire la fermeture géométrique pour les centres de liaison O, A, B et C . En déduire une relation entre θ_{30} et θ_{10} uniquement en fonction de r, R, L et l . Cette relation permettrait d'obtenir θ_{30} en fonction de θ_{10} .

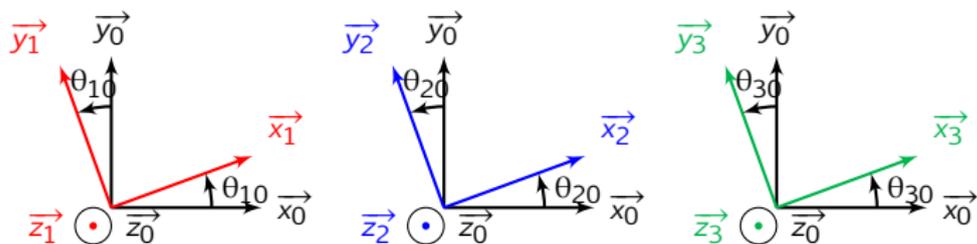
$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CO} = \vec{0}$$

Q - 17 : Écrire la fermeture géométrique pour les centres de liaison O, A, B et C . En déduire une relation entre θ_{30} et θ_{10} uniquement en fonction de r, R, L et l . Cette relation permettrait d'obtenir θ_{30} en fonction de θ_{10} .

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CO} = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad r.\vec{x}_1 + l.\vec{y}_2 - R.\vec{x}_3 + L.\vec{x}_0 = \vec{0}$$

Q - 17 : Écrire la fermeture géométrique pour les centres de liaison O, A, B et C . En déduire une relation entre θ_{30} et θ_{10} uniquement en fonction de r, R, L et l . Cette relation permettrait d'obtenir θ_{30} en fonction de θ_{10} .

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CO} = \vec{0} \Leftrightarrow r.\vec{x}_1 + l.\vec{y}_2 - R.\vec{x}_3 + L.\vec{x}_0 = \vec{0}$$



$$\begin{cases} \vec{x}_0.: r.\cos(\theta_{10}) - l.\sin(\theta_{20}) - R.\cos(\theta_{30}) + L = 0 \\ \vec{y}_0.: r.\sin(\theta_{10}) + l.\cos(\theta_{20}) - R.\sin(\theta_{30}) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\vec{x}}_0: r \cdot \cos(\theta_{10}) - l \cdot \sin(\theta_{20}) - R \cdot \cos(\theta_{30}) + L = 0 \\ \dot{\vec{y}}_0: r \cdot \sin(\theta_{10}) + l \cdot \cos(\theta_{20}) - R \cdot \sin(\theta_{30}) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{x}_0: r \cdot \cos(\theta_{10}) - l \cdot \sin(\theta_{20}) - R \cdot \cos(\theta_{30}) + L = 0 \\ \vec{y}_0: r \cdot \sin(\theta_{10}) + l \cdot \cos(\theta_{20}) - R \cdot \sin(\theta_{30}) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} l^2 \cdot \sin^2(\theta_{20}) = (-R \cdot \cos(\theta_{30}) + r \cdot \cos(\theta_{10}) + L)^2 \\ l^2 \cdot \cos^2(\theta_{20}) = (r \cdot \sin(\theta_{10}) - R \cdot \sin(\theta_{30}))^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{x}_0: r \cdot \cos(\theta_{10}) - l \cdot \sin(\theta_{20}) - R \cdot \cos(\theta_{30}) + L = 0 \\ \vec{y}_0: r \cdot \sin(\theta_{10}) + l \cdot \cos(\theta_{20}) - R \cdot \sin(\theta_{30}) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} l^2 \cdot \sin^2(\theta_{20}) = (-R \cdot \cos(\theta_{30}) + r \cdot \cos(\theta_{10}) + L)^2 \\ l^2 \cdot \cos^2(\theta_{20}) = (r \cdot \sin(\theta_{10}) - R \cdot \sin(\theta_{30}))^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow l^2 = (-R \cdot \cos(\theta_{30}) + r \cdot \cos(\theta_{10}) + L)^2 + (r \cdot \sin(\theta_{10}) - R \cdot \sin(\theta_{30}))^2$$

Q - 18 : *Quelle méthode faudrait-il appliquer pour en déduire la relation entre la vitesse de rotation ω_{10} de la manivelle **1** par rapport au bâti **0**, et la vitesse de rotation ω_{30} de l'accouplement **3** par rapport au bâti **0** (il n'est pas demandé de calcul).*

Q - 18 : *Quelle méthode faudrait-il appliquer pour en déduire la relation entre la vitesse de rotation ω_{10} de la manivelle **1** par rapport au bâti **0**, et la vitesse de rotation ω_{30} de l'accouplement **3** par rapport au bâti **0** (il n'est pas demandé de calcul).*

On a $\omega_{30} = \dot{\theta}_{30}$, $\omega_{10} = \dot{\theta}_{10}$. La relation $\omega_{30} = f(\omega_{10})$ est obtenue par dérivation de la fermeture géométrique

Méthode numérique

Pour résoudre le problème précédent, on cherche à obtenir $\theta_{30}(t)$ en fonction de $\theta_{10}(t)$. Pour cela, on utilise un schéma de Newton :

Méthode numérique

Pour résoudre le problème précédent, on cherche à obtenir $\theta_{30}(t)$ en fonction de $\theta_{10}(t)$. Pour cela, on utilise un schéma de Newton :

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Méthode numérique

Pour résoudre le problème précédent, on cherche à obtenir $\theta_{30}(t)$ en fonction de $\theta_{10}(t)$. Pour cela, on utilise un schéma de Newton :

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

```
def Newton(f, fp, x, eps):  
    """ Strict minimum pour une résolution  
        avec la méthode de Newton """  
    while abs(f(x)) > eps:  
        x = x - f(x)/fp(x)  
    return x
```

Préambule

```
import math as m
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Définitions des constantes
L = 0.263 # m
R = 0.080 # m
lb = 0.263 # m
r = 0.037 # m
alpha = 69.5 * m.pi/180 # rad
F43 = 200 # N
d = 0.120 # m
theta10 = 0 # valeur initiale de la position theta10
eps = 10**-8 # Tolérance pour le critère de convergence
w10 = 4 # vitesse de rotation sur l'arbre moteur (rad/s)
```

Définition du problème

```
def pb(theta30):  
    """ Equation issus de la fermeture géométrique. theta10 est fixé.  
    On cherche à avoir pb(theta30)=0 """  
    return L**2 + R**2 + r**2 - lb**2 - 2*R*r*m.cos(theta30 - theta10) \  
        + 2*L*(r*m.cos(theta10) - R*m.cos(theta30))
```

Définition du problème

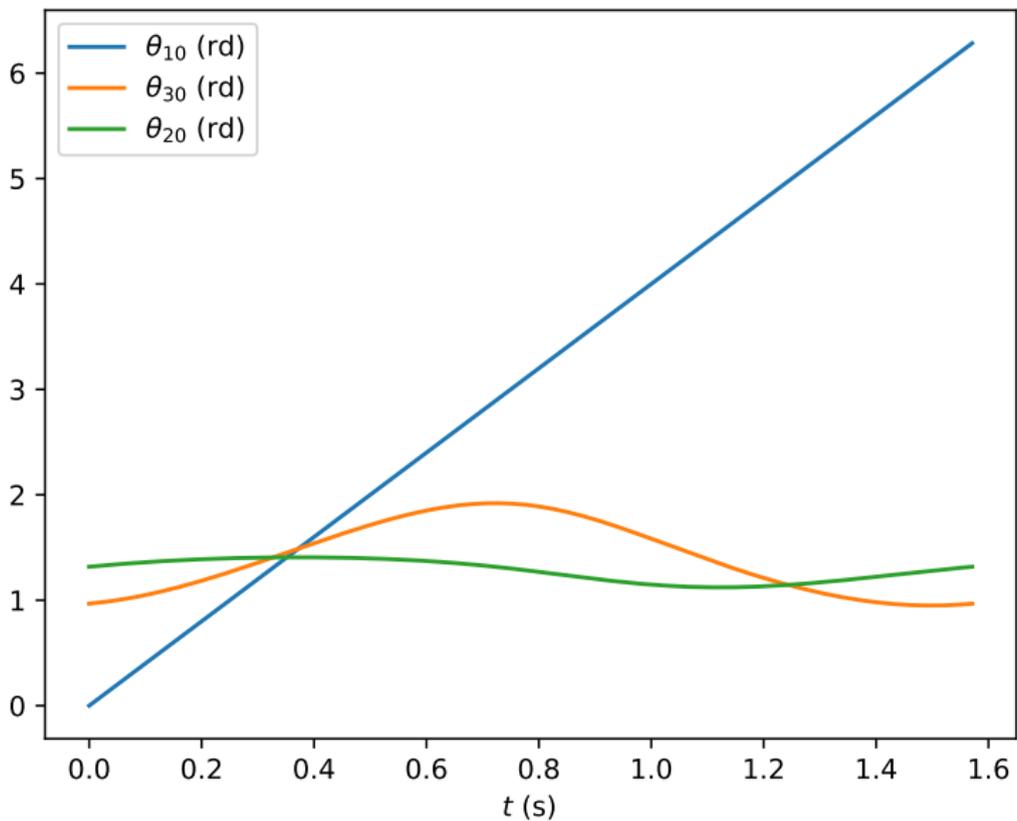
```
def pb(theta30):  
    """ Equation issus de la fermeture géométrique. theta10 est fixé.  
    On cherche à avoir pb(theta30)=0 """  
    return L**2 + R**2 + r**2 - lb**2 - 2*R*r*m.cos(theta30 - theta10) \  
           + 2*L*(r*m.cos(theta10) - R*m.cos(theta30))
```

```
def pbb(theta30):  
    """Fonction dérivée de pb, pas si horrible que cela"""  
    return 2*R*r*m.sin(theta30-theta10) + 2*L*R*m.sin(theta30)
```

Calcul des valeurs de θ_{30}

```
# Nombre de points pour la simulation
nbp = 1000
Theta10 = np.linspace(0, 2*m.pi, nbp) # Liste des valeurs de theta10
# Liste des valeurs de theta30 avec, pour le moment, uniquement la valeur
Theta30 = [Newton(pb, pbb, m.pi/4, eps)]

for i in range(1,nbp):
    theta10=Theta10[i] # mise à jour de theta10
    # Calcul de la valeur de theta30 correspondant
    Theta30.append(Newton(pb,pbb,Theta30[-1],eps))
```



Calcul de la dérivée $\dot{\theta}_{30}$

A partir de la liste des abscisses de temps et de la liste des valeurs de θ_{30} , on cherche à obtenir $\dot{\theta}_{30}$:

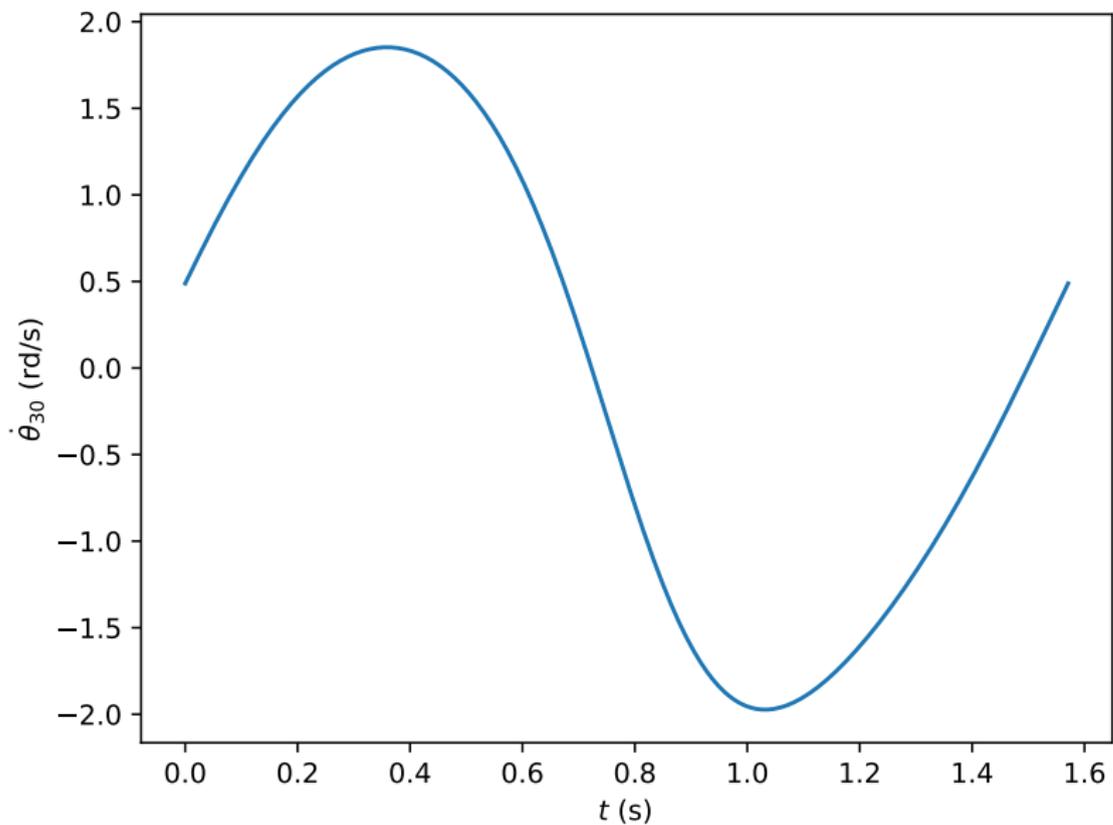
```
def derivation(T,X):  
    """ dérivée à deux balles par taux d'accroissement simple """  
    V=[]  
    for i in range(1,len(T)):  
        V.append((X[i]-X[i-1])/(T[i]-T[i-1]))  
    return V
```

Calcul de la dérivée $\dot{\theta}_{30}$

A partir de la liste des abscisses de temps et de la liste des valeurs de θ_{30} , on cherche à obtenir $\dot{\theta}_{30}$:

```
def derivation(T,X):  
    """ dérivée à deux balles par taux d'accroissement simple """  
    V=[]  
    for i in range(1,len(T)):  
        V.append((X[i]-X[i-1])/(T[i]-T[i-1]))  
    return V
```

```
# Figure de la vitesse de rotation w30  
plt.figure(2)  
dTheta30=[ (Theta30[-1]-Theta30[-2])/(T[-1]-T[-2])] + derivation(T,Theta30)  
plt.plot(T,dTheta30)  
plt.xlabel(r'$t$ (s)')  
plt.ylabel(r'$\dot{\theta}_{30}$ (rd/s)')  
plt.show(block=False)
```

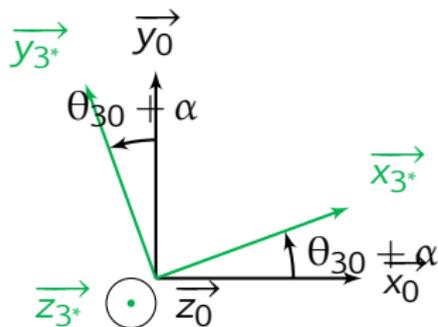


L'accouplement **3** est formé de deux bras décalés l'un de l'autre d'un angle $\alpha = (\vec{x}_3, \vec{x}_3^*)$. La tringle de commande **4** est en liaison pivot d'axe (D, \vec{z}) avec l'accouplement **3** au point D et tel que $\overrightarrow{CD} = d \cdot \vec{x}_3^*$.

Q - 19 : Déterminer la vitesse du point D appartenant à l'accouplement **3** dans son mouvement par rapport au bâti **0** notée $\vec{V}_{(D,3/0)} = V_{D30} \cdot \vec{y}_3^*$ en fonction de la vitesse de rotation ω_{30} et en projection dans le repère $\mathcal{R}_0 (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

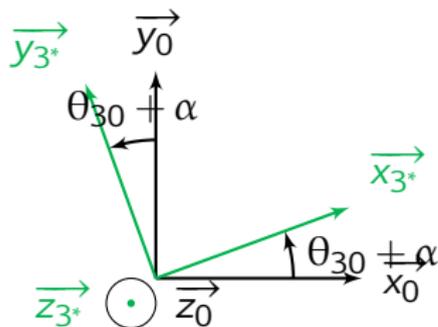
L'accouplement **3** est formé de deux bras décalés l'un de l'autre d'un angle $\alpha = (\vec{x}_3, \vec{x}_3^*)$. La tringle de commande **4** est en liaison pivot d'axe (D, \vec{z}) avec l'accouplement **3** au point D et tel que $\vec{CD} = d \cdot \vec{x}_3^*$.

Q - 19 : Déterminer la vitesse du point D appartenant à l'accouplement **3** dans son mouvement par rapport au bâti **0** notée $\vec{V}_{(D,3/0)} = V_{D30} \cdot \vec{y}_3^*$ en fonction de la vitesse de rotation ω_{30} et en projection dans le repère $\mathcal{R}_0 (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.



L'accouplement **3** est formé de deux bras décalés l'un de l'autre d'un angle $\alpha = (\vec{x}_3, \vec{x}_3^*)$. La tringle de commande **4** est en liaison pivot d'axe (D, \vec{z}) avec l'accouplement **3** au point D et tel que $\overrightarrow{CD} = d.\vec{x}_3^*$.

Q - 19 : Déterminer la vitesse du point D appartenant à l'accouplement **3** dans son mouvement par rapport au bâti **0** notée $\vec{V}_{(D,3/0)} = V_{D30}.\vec{y}_3^*$ en fonction de la vitesse de rotation ω_{30} et en projection dans le repère $\mathcal{R}_0 (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

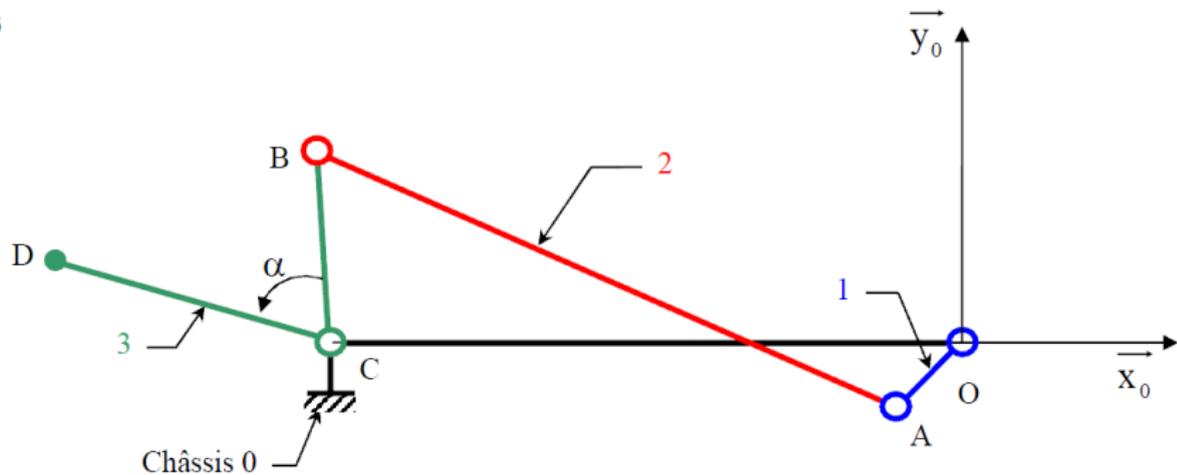


$$\begin{aligned}
 \vec{V}_{(D,3/0)} &= V_{D30}.\vec{y}_3^* = \vec{V}_{(C,3/0)} + \overrightarrow{DC} \wedge \vec{\Omega}_{(3/0)} \\
 &= -d.\vec{x}_3^* \wedge \omega_{30}.\vec{z} = \omega_{30}.d.\vec{y}_3^* \\
 &= \omega_{30}.d.(\cos(\theta_{30} + \alpha).\vec{y}_0 - \sin(\theta_{30} + \alpha).\vec{x}_0)
 \end{aligned}$$

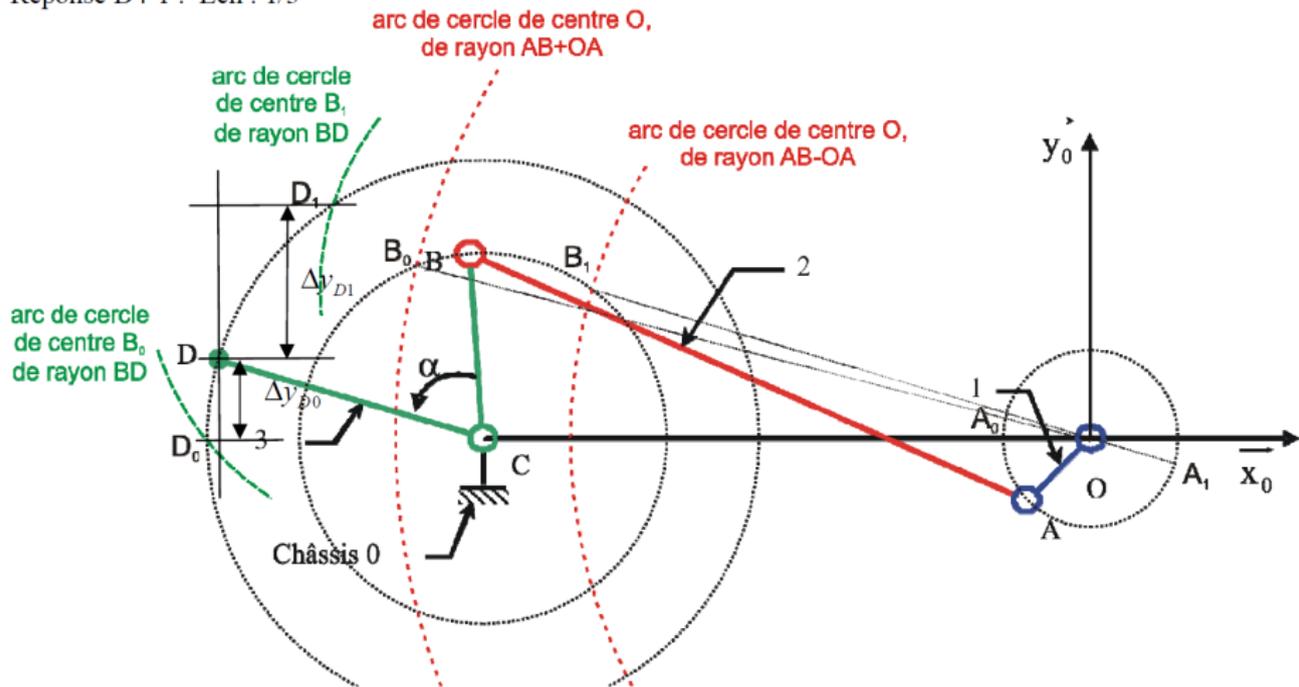
Q - 20 : A partir du schéma fourni à l'échelle 1/3 sur le document réponse, tracer les deux positions extrêmes du point D appartenant à l'accouplement 3 dans son mouvement par rapport au bâti 0 : D_0 et D_1 . Préciser la méthode. En déduire le déplacement vertical (suivant la direction \vec{y}_0) du point D entre les deux positions extrêmes.

Réponse D4-1 :

Ech : 1/3

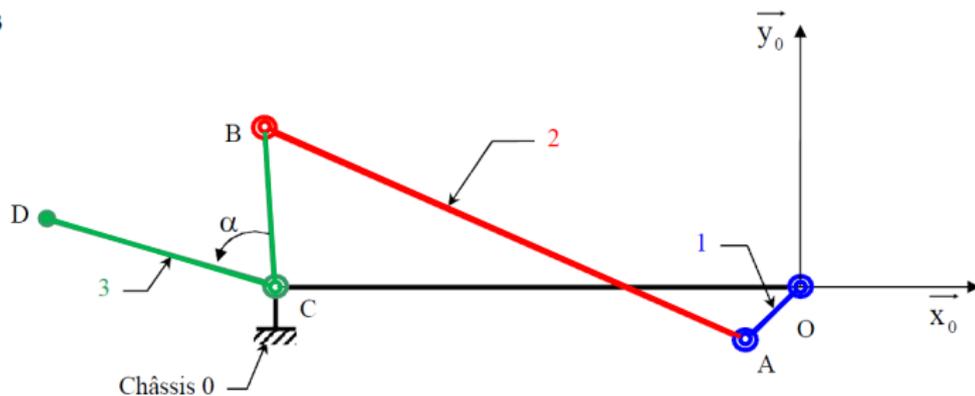


Réponse D4-1 : Ech : 1/3



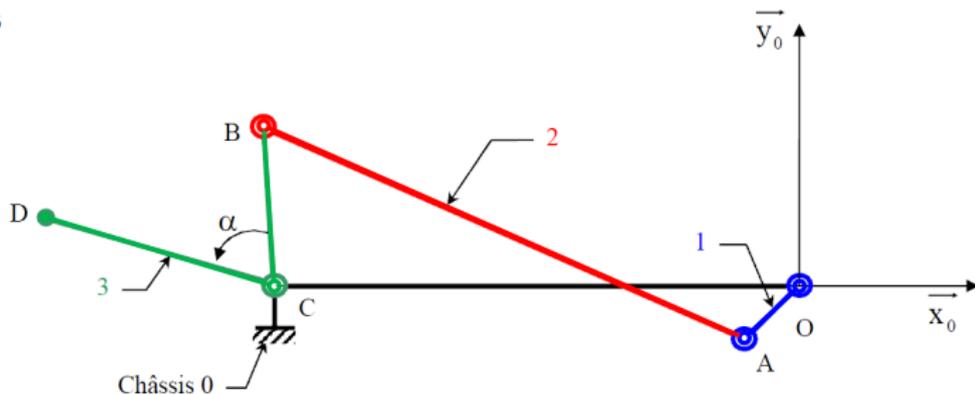
Réponse D4-1 :

Ech : 1/3



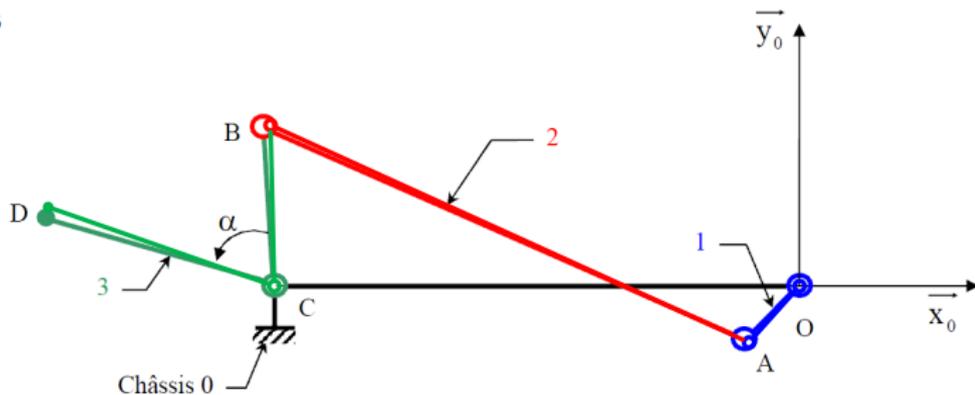
Réponse D4-1 :

Ech : 1/3



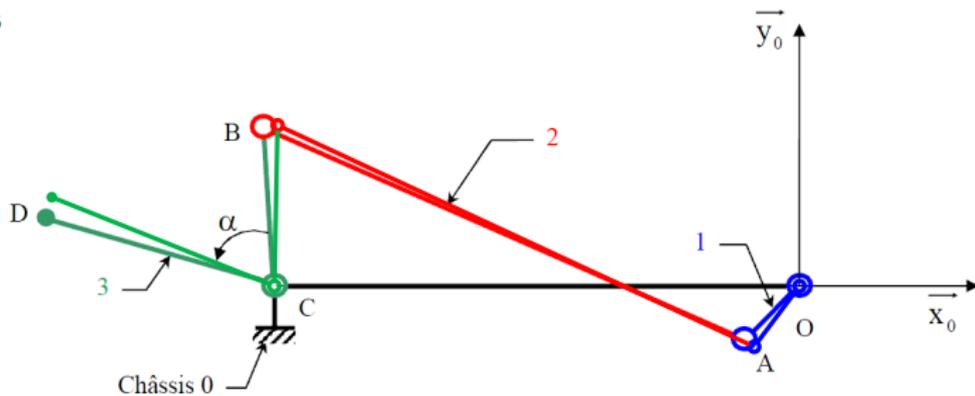
Réponse D4-1 :

Ech : 1/3



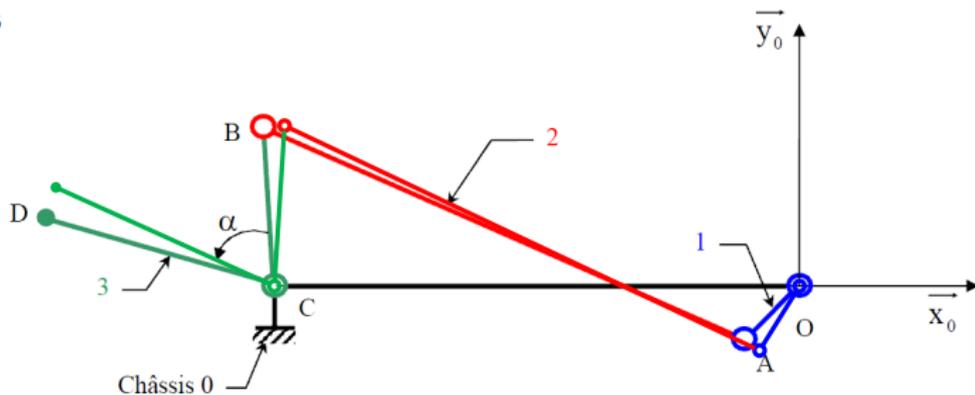
Réponse D4-1 :

Ech : 1/3



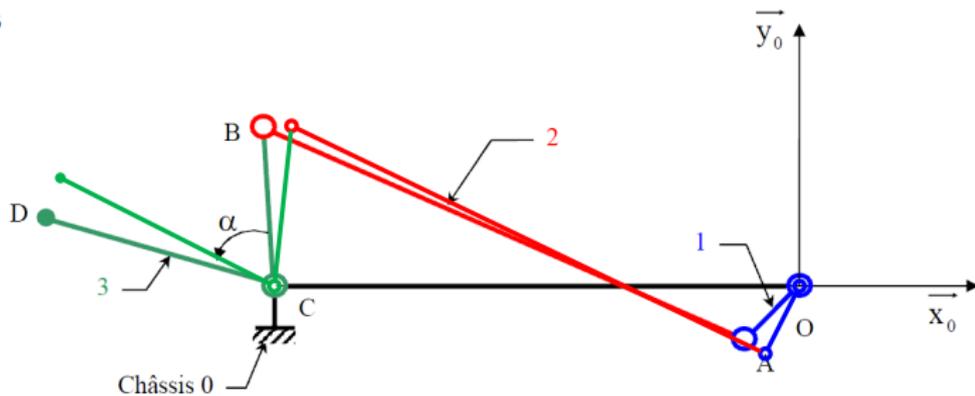
Réponse D4-1 :

Ech : 1/3



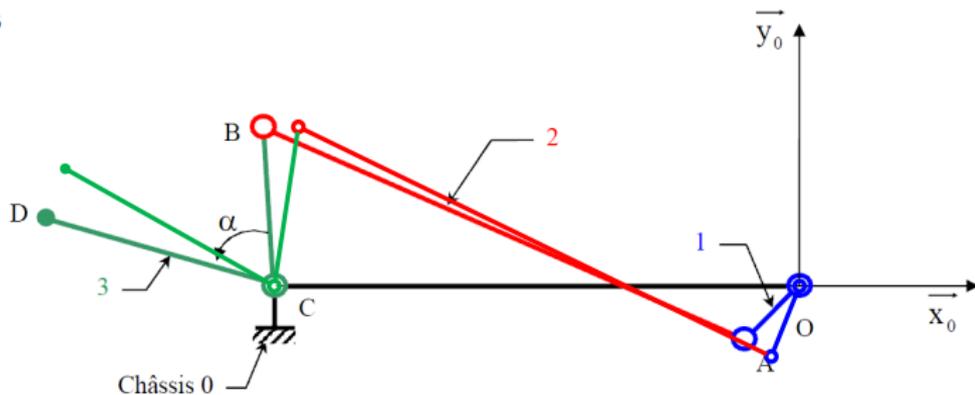
Réponse D4-1 :

Ech : 1/3



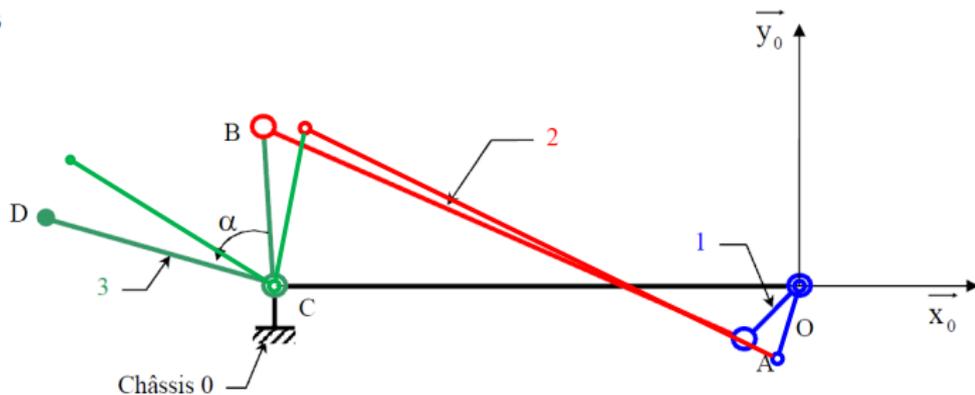
Réponse D4-1 :

Ech : 1/3



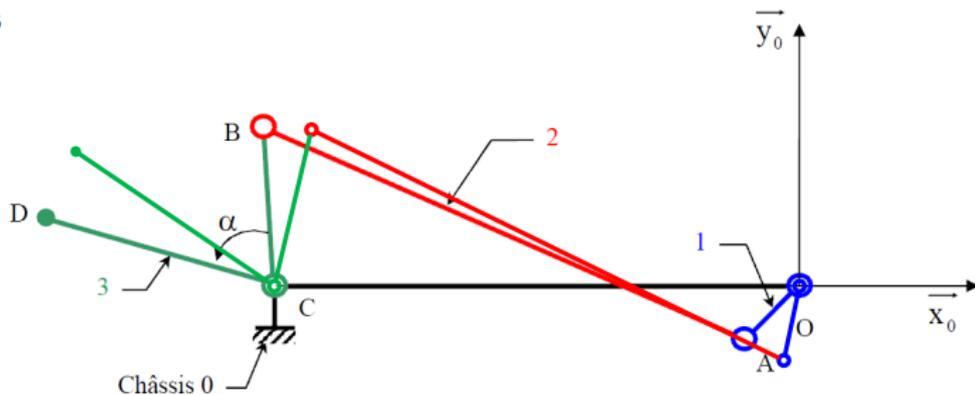
Réponse D4-1 :

Ech : 1/3



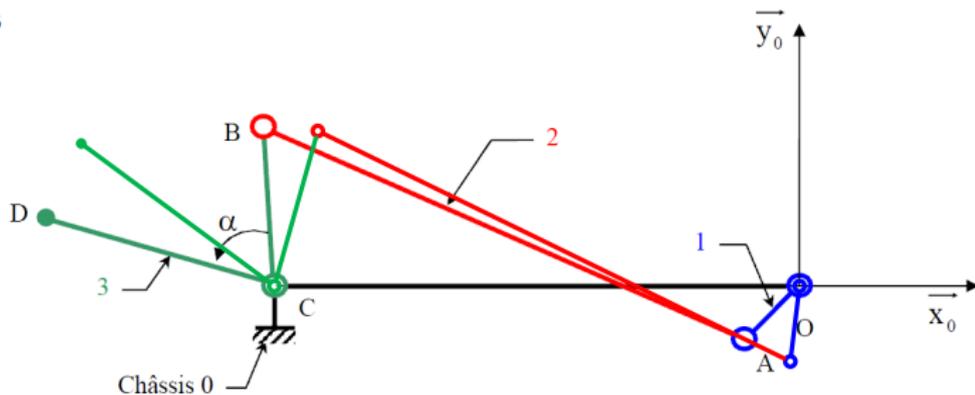
Réponse D4-1 :

Ech : 1/3



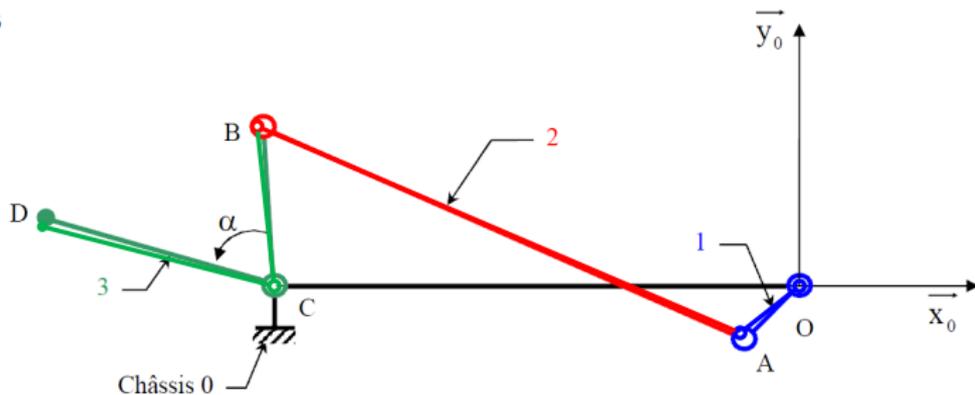
Réponse D4-1 :

Ech : 1/3



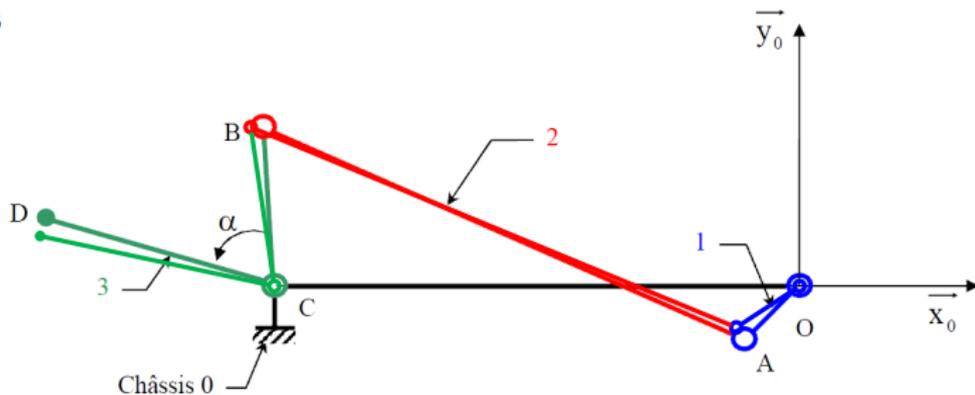
Réponse D4-1 :

Ech : 1/3



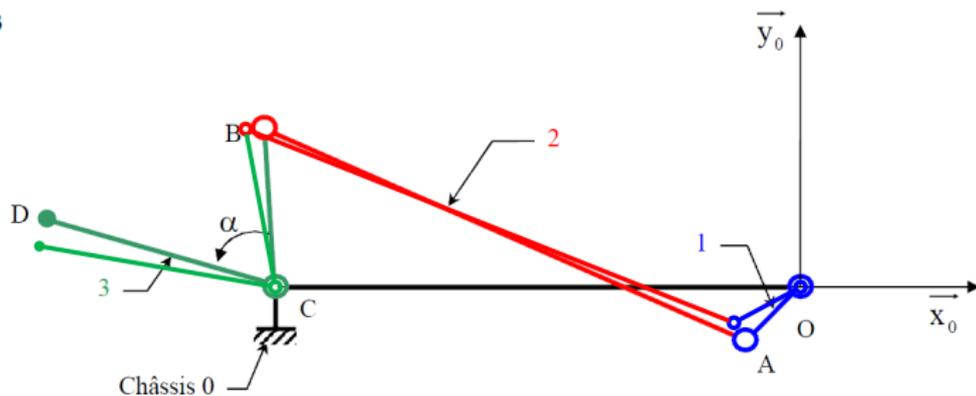
Réponse D4-1 :

Ech : 1/3



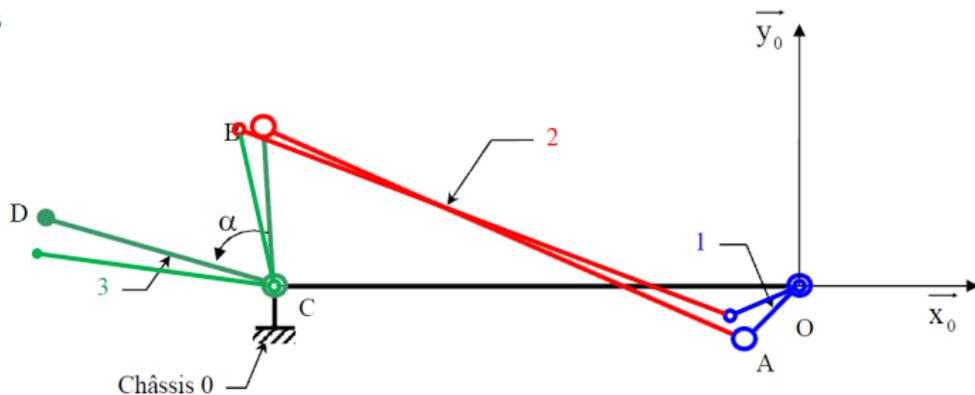
Réponse D4-1 :

Ech : 1/3



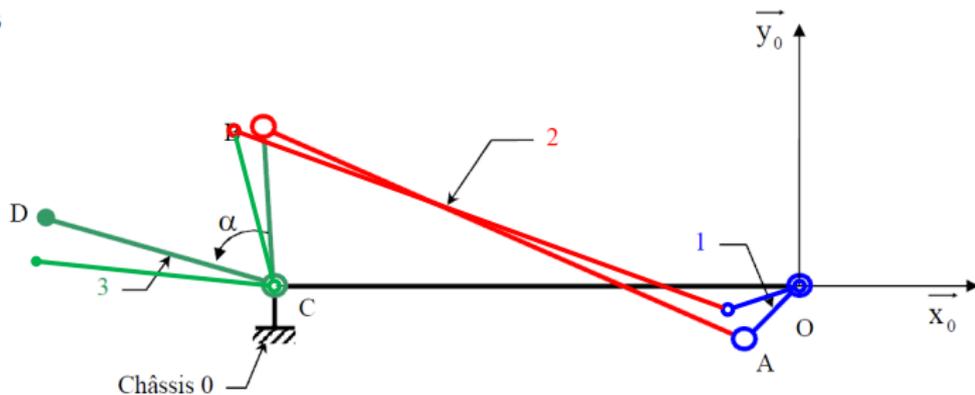
Réponse D4-1 :

Ech : 1/3



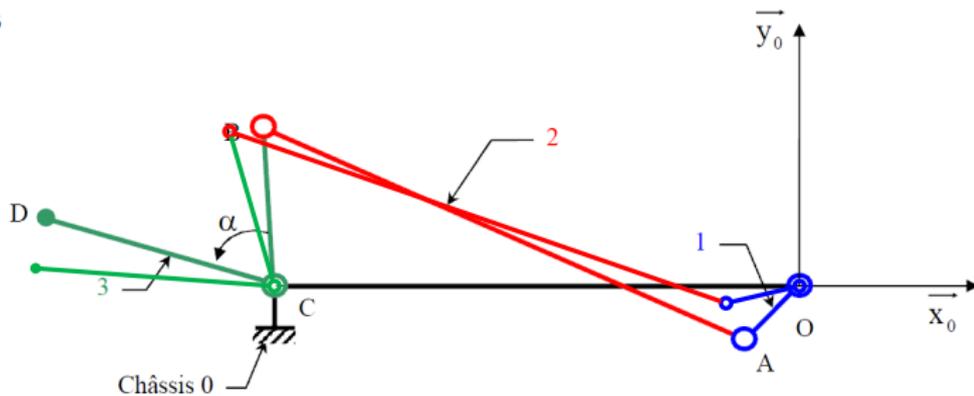
Réponse D4-1 :

Ech : 1/3



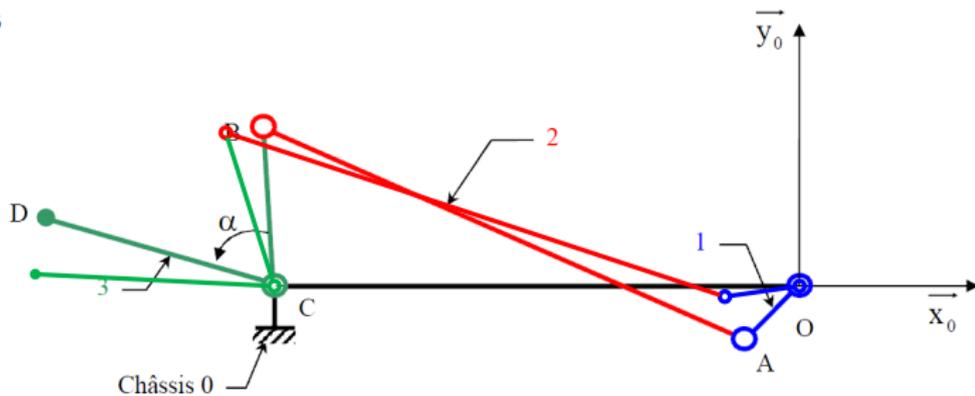
Réponse D4-1 :

Ech : 1/3



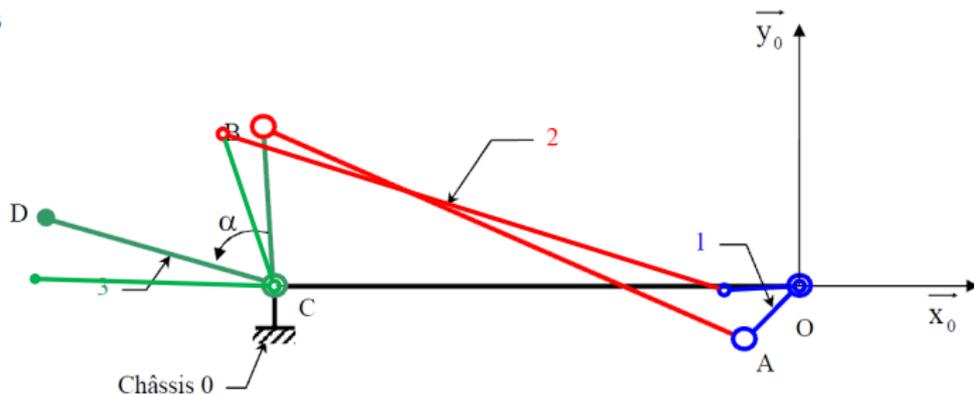
Réponse D4-1 :

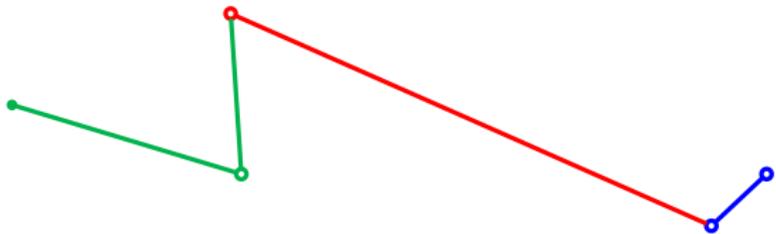
Ech : 1/3

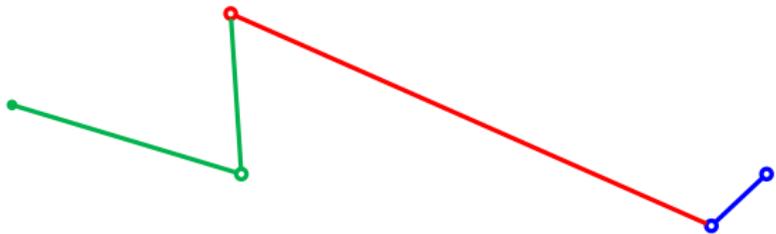


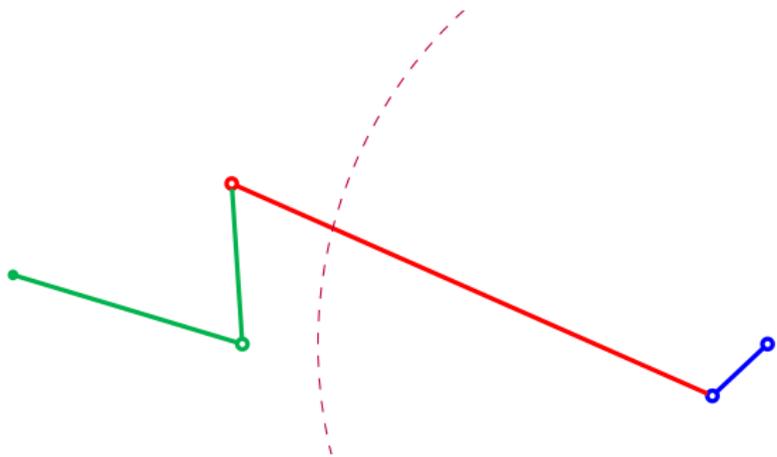
Réponse D4-1 :

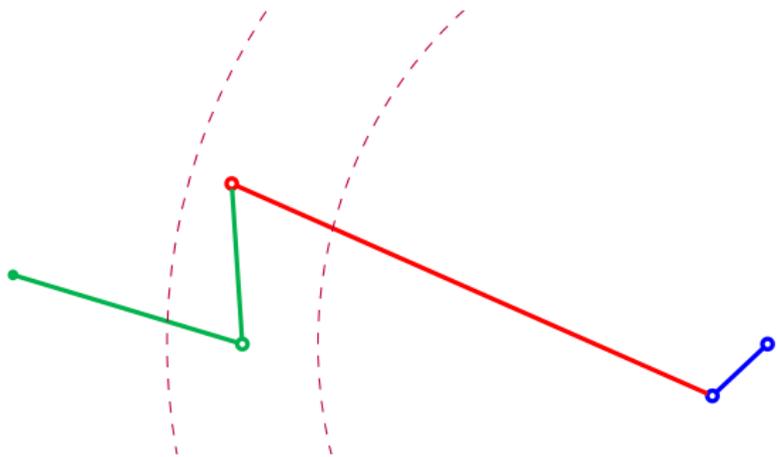
Ech : 1/3

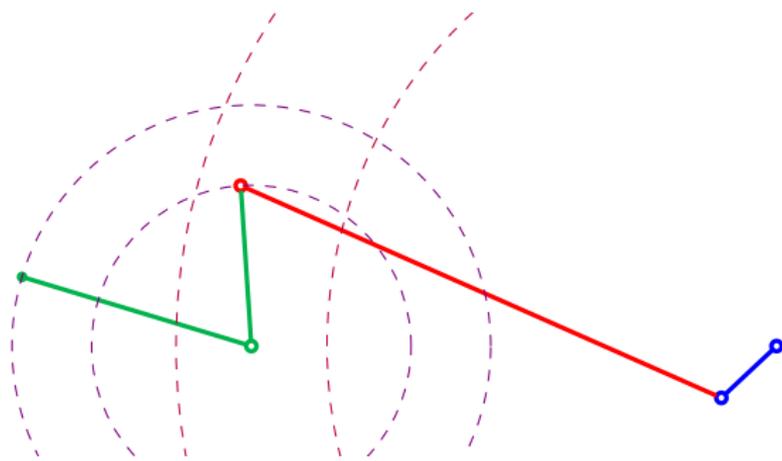


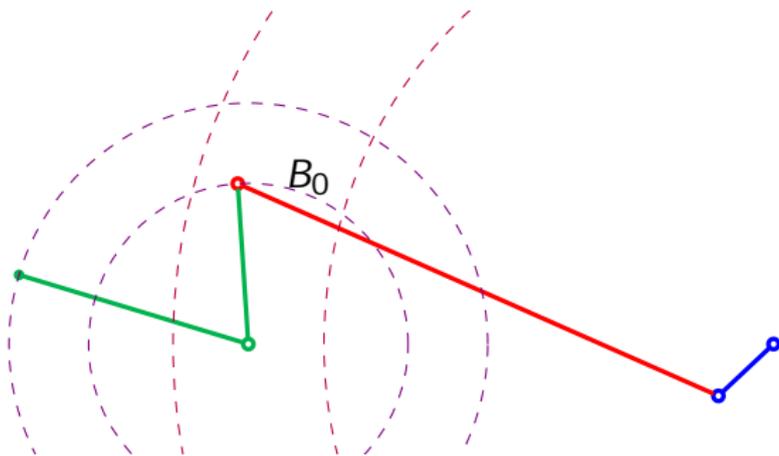


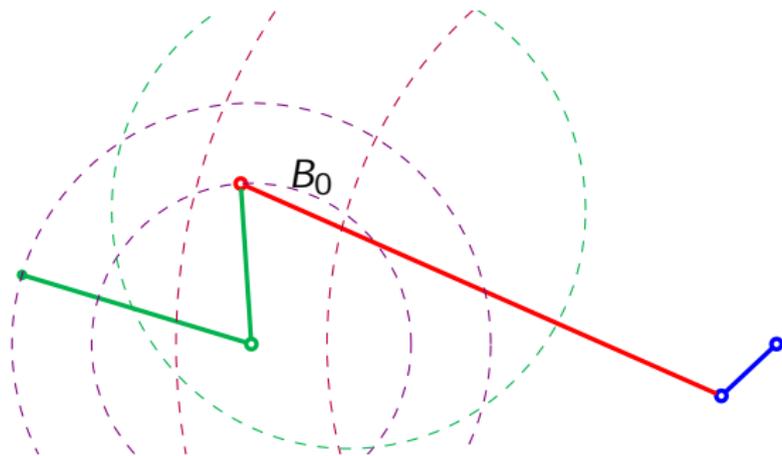


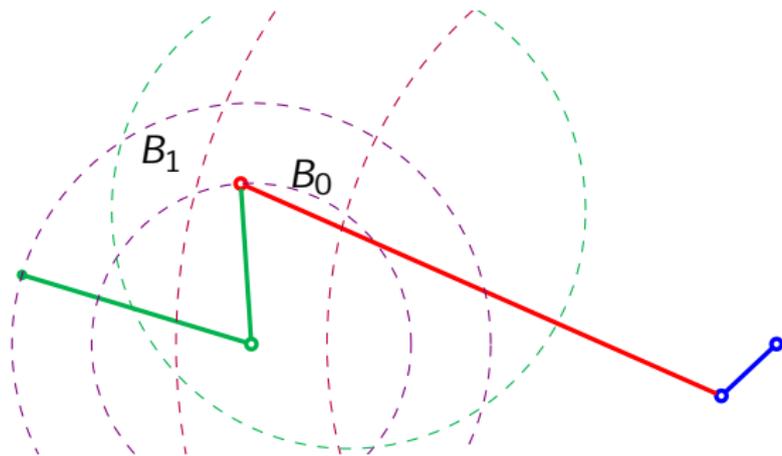


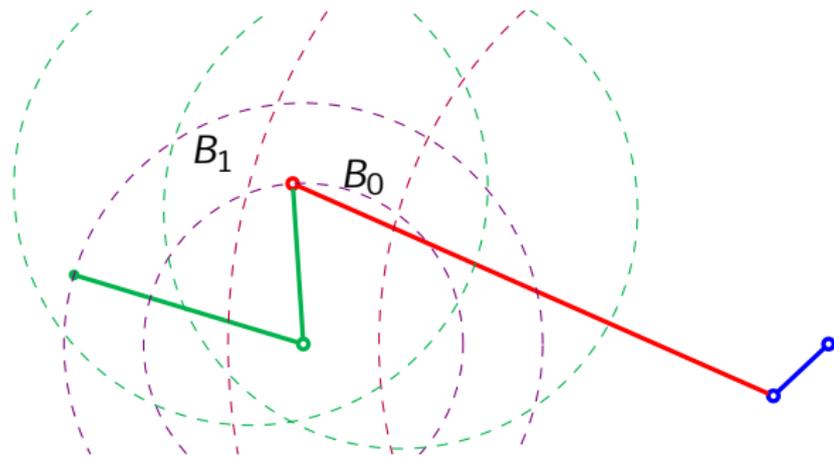


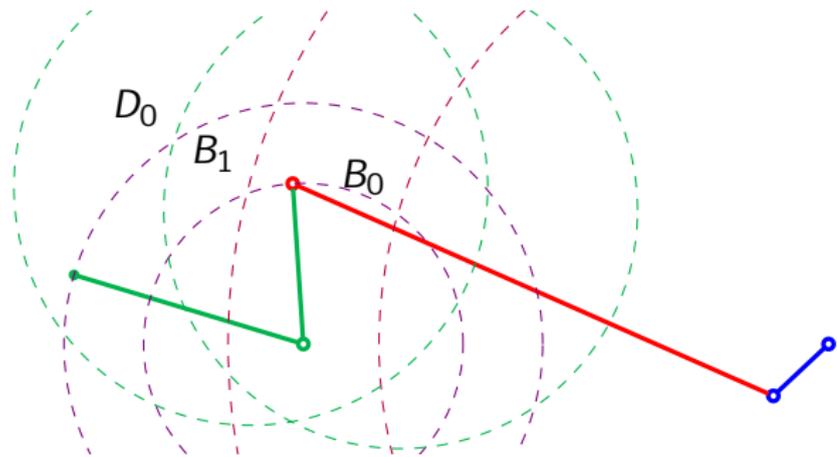


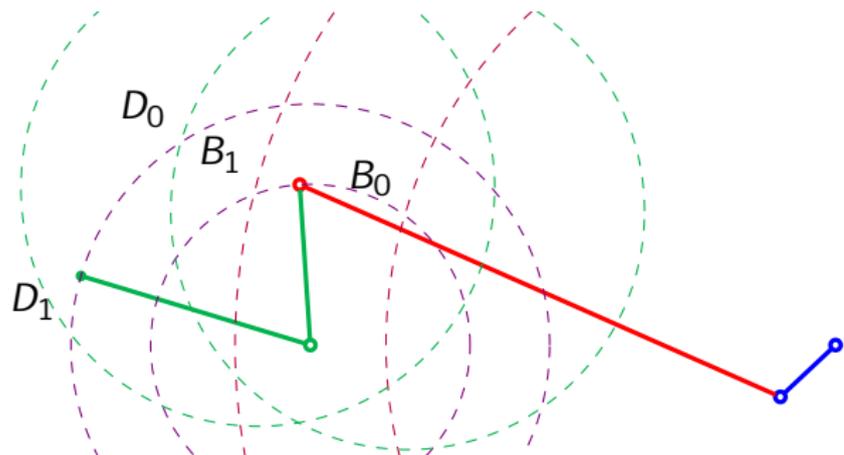












Étude du mouvement simplifié de la tringle de commande 4

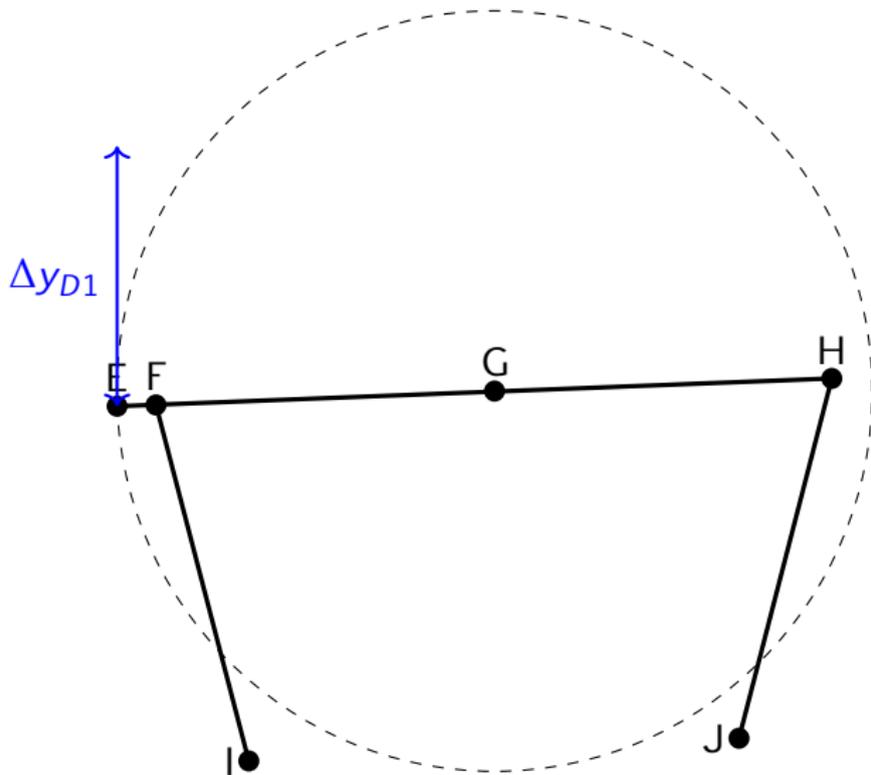
Les dimensions des mécanismes sont telles que :

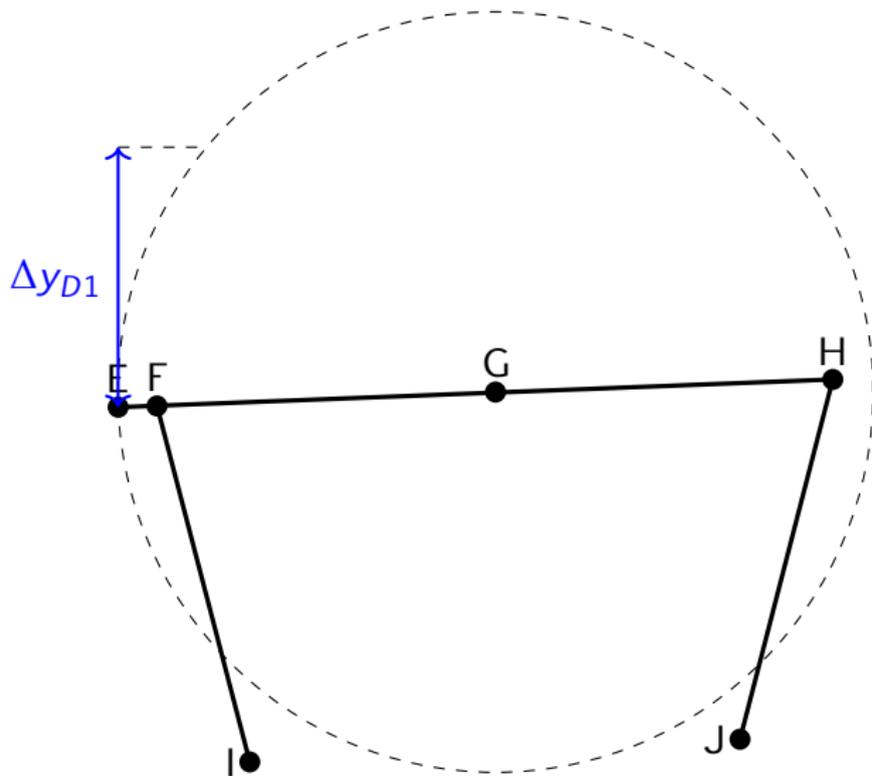
- $DE = 1150$ mm sur la tringle de commande 4 (voir document 2 figure 6);
- $CD = d = 120$ mm sur l'accouplement 3;
- $EG = 92$ mm sur l'axe de commande 5.

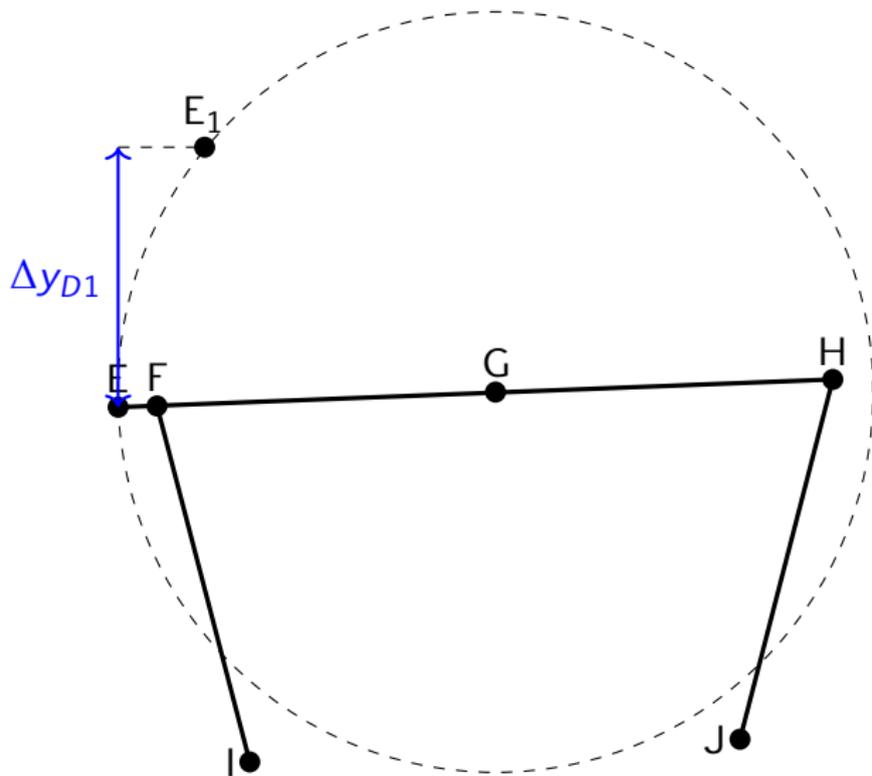
La longueur de la tringle étant importante par rapport aux autres dimensions, on peut considérer que le déplacement vertical du point D suivant \vec{y}_0 correspond au déplacement du point E suivant le même axe.

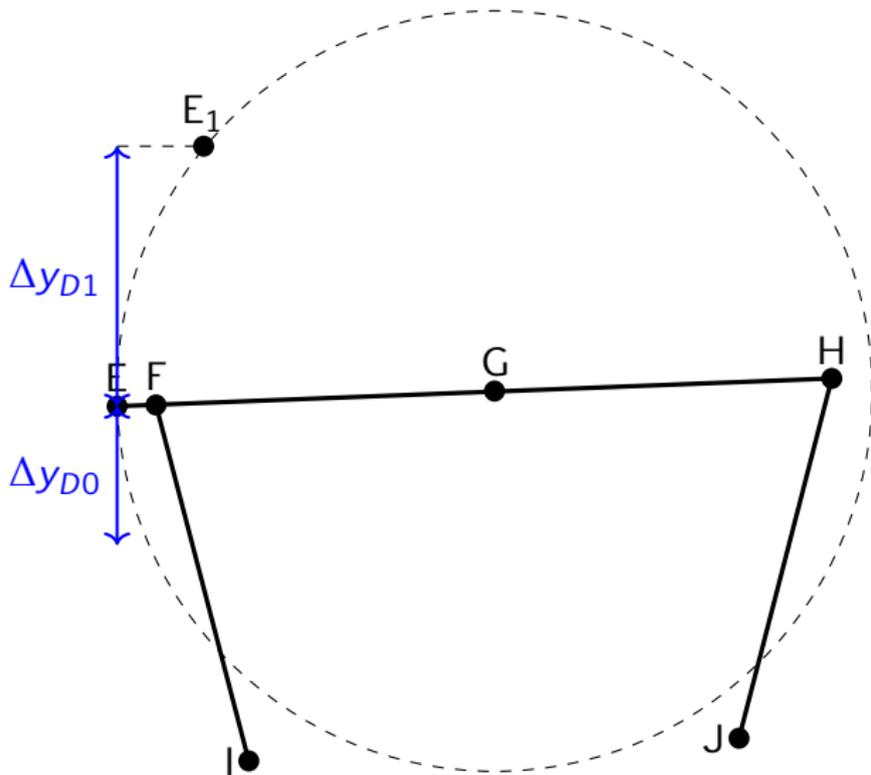
Q - 21 : A partir du schéma fourni à l'échelle 1/2 sur le document réponse, déterminer graphiquement les deux positions extrêmes approximatives du point E (E_0 et E_1) appartenant à l'axe de commande **5** dans son mouvement par rapport au bâti **0**. En déduire le débattement angulaire de l'axe de commande **5**.

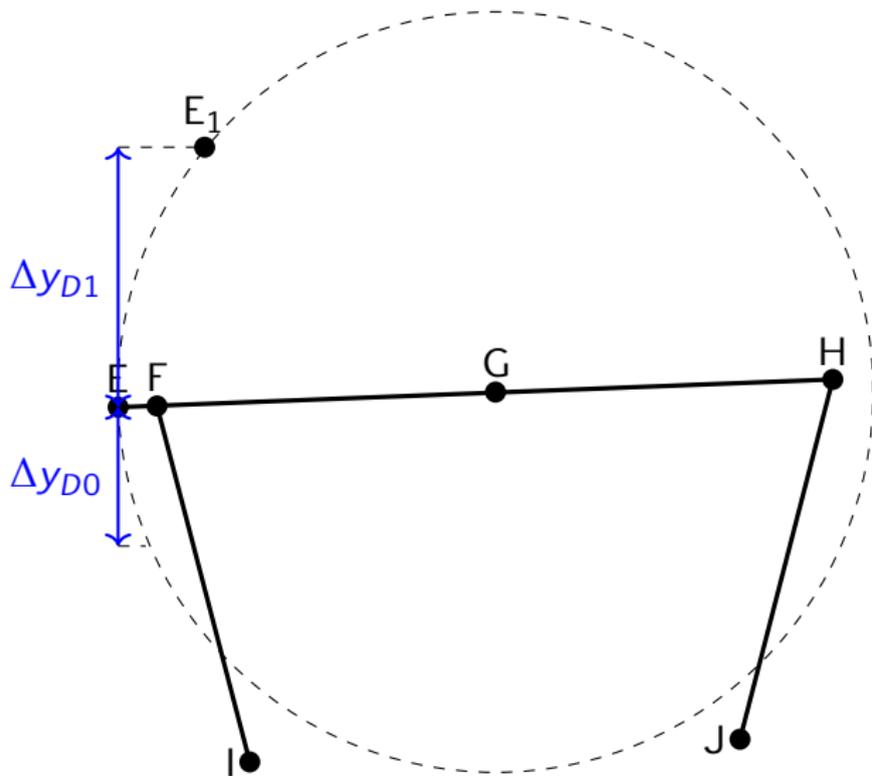
REMARQUE : les deux schémas proposés sur le document réponse pour les questions Q19 et Q20 définissent la géométrie du système pour un même instant.

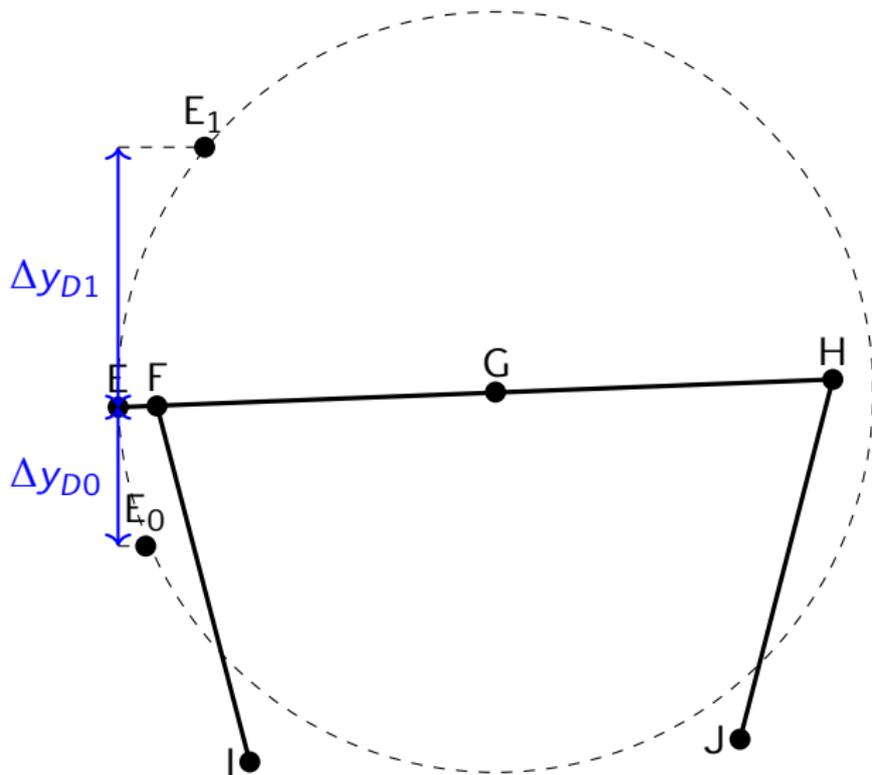












Q - 22 : Expliquer en quelques lignes comment déterminer le vecteur vitesse $\vec{V}_{(E,4/0)}$ à partir du vecteur vitesse $\vec{V}_{(D,3/0)}$.

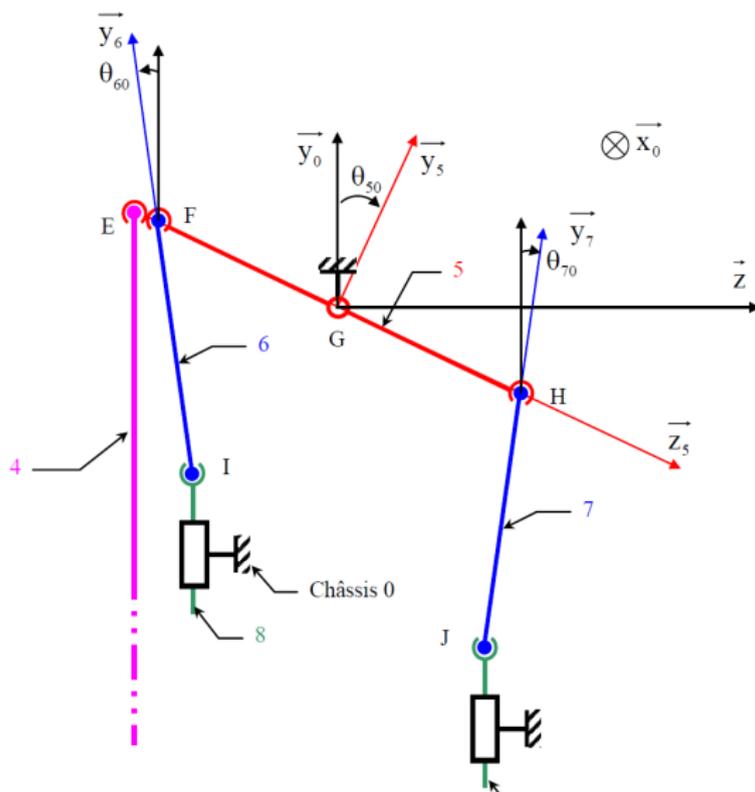
Étude du mouvement entre la tringle de commande 4 et les turbulateurs 8 et 9.

On considère le mécanisme plan de repère (G, \vec{y}_0, \vec{z}) dans la situation proposée sur le schéma cinématique de la figure 11.

L'axe de commande 5 est mis en rotation par la tringle de commande 4, telle que la vitesse du point E lié à l'axe de commande 5 par rapport au bâti 0 est : $\vec{V}_{(E,5/0)} = V_{E50} \cdot \vec{y}_5$.

Figure 11

Schéma cinématique plan du mécanisme de mise en mouvement des turbulateurs en partie haute



L'axe de commande **5** est en liaison pivot avec le bâti **0** d'axe $G\vec{x}_0$.

Les plaques support **6** et **7**, sont en liaison sphérique avec l'axe de commande **5** respectivement de centre F et H .

Les turbulateurs **8** et **9** sont en liaison sphérique avec les plaques support **6** et **7** respectivement de centre I et J , et en liaison glissière avec l'échangeur lié au bâti **0** d'axe respectif (I, \vec{y}_0) et (J, \vec{y}_0) . La vitesse du turbulateur **8** par rapport au bâti est notée $\vec{V}_{(I,8/0)} = V_{180} \cdot \vec{y}_0$.

On note $\vec{EG} = e \cdot \vec{z}_5$, $\vec{FG} = f \cdot \vec{z}_5$, $\vec{IF} = l_b \cdot \vec{y}_6$.

On note ω_{ij} la vitesse de rotation du solide i par rapport au solide j dans la direction normale au plan.

Figure 9 :
Ech : 1:2

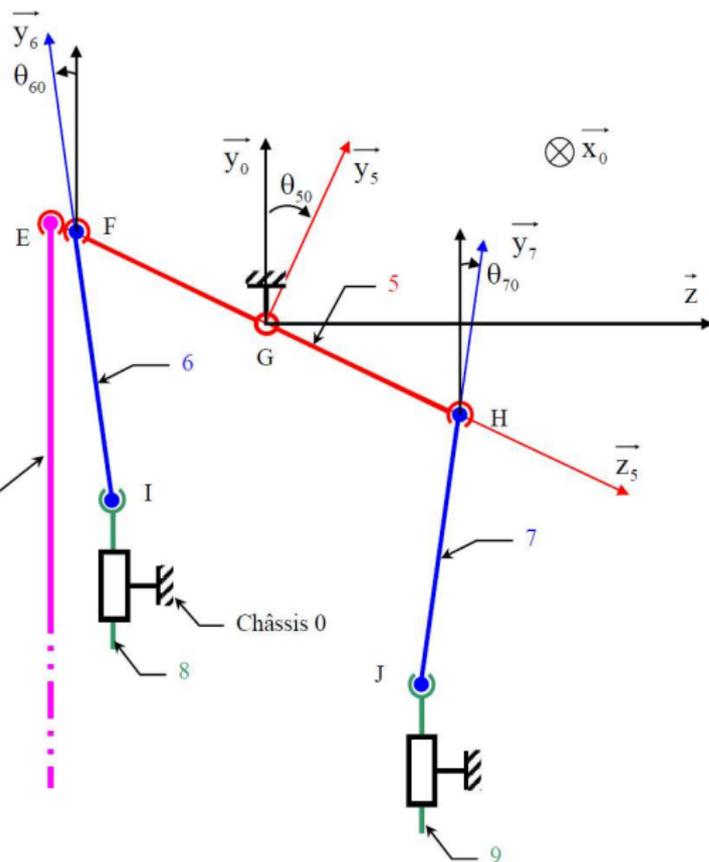


Figure 10 :



Q - 23 : Donner les expressions des vecteurs vitesse $\vec{V}_{(E,5/0)}$ et $\vec{V}_{(F,5/0)}$ en fonction de la vitesse angulaire de l'axe de commande **5** notée ω_{50} .

Q - 23 : Donner les expressions des vecteurs vitesse $\vec{V}_{(E,5/0)}$ et $\vec{V}_{(F,5/0)}$ en fonction de la vitesse angulaire de l'axe de commande **5** notée ω_{50} .

$$\vec{V}_{(E,5/0)} = \cancel{\vec{V}_{(G,5/0)}} + \vec{EG} \wedge \vec{\Omega}_{(5/0)} = e \cdot \vec{z}_5 \wedge \omega_{50} \cdot \vec{x}_5 = e \cdot \omega_{50} \cdot \vec{y}_5$$

$$\vec{V}_{(F,5/0)} = \cancel{\vec{V}_{(G,5/0)}} + \vec{FG} \wedge \vec{\Omega}_{(5/0)} = f \cdot \vec{z}_5 \wedge \omega_{50} \cdot \vec{x}_5 = f \cdot \omega_{50} \cdot \vec{y}_5$$

On note $\vec{V}_{(F,5/0)} = V_{F50} \cdot \vec{y}_5$.

On note $\vec{V}_{(F,5/0)} = V_{F50} \cdot \vec{y}_5$.

Q - 24 : Déterminer V_{F50} en fonction de V_{E50} .

On note $\vec{V}_{(F,5/0)} = V_{F50} \cdot \vec{y}_5$.

Q - 24 : Déterminer V_{F50} en fonction de V_{E50} .

$$\vec{V}_{(E,5/0)} = V_{E50} \cdot \vec{y}_5 = e \cdot \omega_{50} \cdot \vec{y}_5 \quad \text{et} \quad \vec{V}_{(F,5/0)} = V_{F50} \cdot \vec{y}_5 = f \cdot \omega_{50} \cdot \vec{y}_5$$

$$\Rightarrow \quad \omega_{50} = \frac{V_{E50}}{e} = \frac{V_{F50}}{f} \quad \Rightarrow \quad V_{F50} = \frac{f}{e} \cdot V_{E50}$$

Figure 9 :
Ech : 1:2

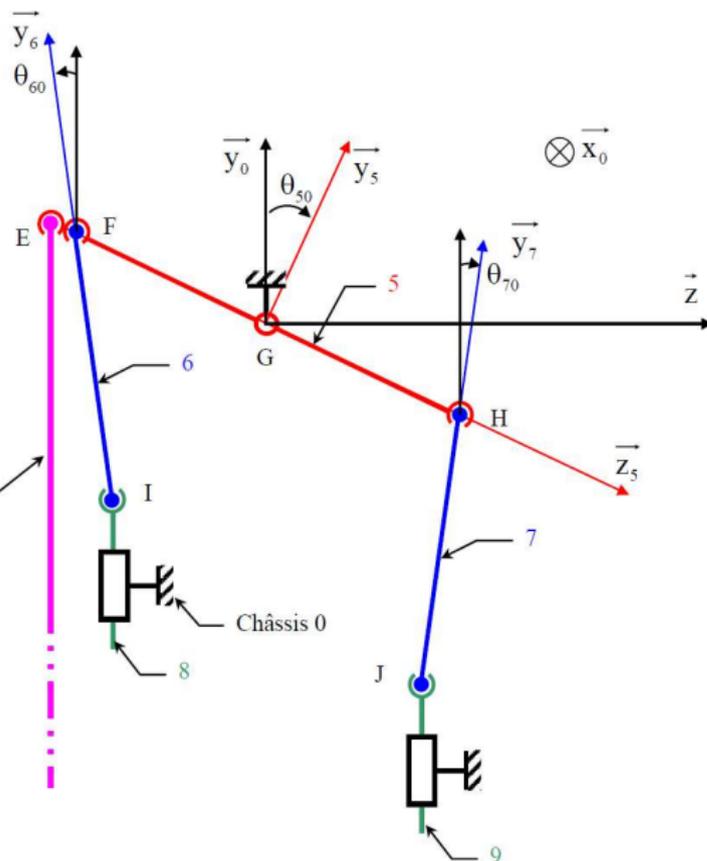


Figure 10 :



Q - 25 : Donner les expressions des torseurs cinématique $\mathcal{V}_{5/0}$, $\mathcal{V}_{6/5}$, $\mathcal{V}_{8/6}$ et $\mathcal{V}_{8/0}$.

Q - 25 : Donner les expressions des torseurs cinématique $\mathcal{V}_{5/0}$, $\mathcal{V}_{6/5}$, $\mathcal{V}_{8/6}$ et $\mathcal{V}_{8/0}$.

$$\mathcal{V}_{5/0} = \underset{G}{\left\{ \begin{array}{c} \omega_{50} \cdot \vec{X}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}} ; \quad \mathcal{V}_{6/5} = \underset{F}{\left\{ \begin{array}{c} (\omega_{60} - \omega_{50}) \cdot \vec{X}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$$

$$\mathcal{V}_{8/6} = \underset{I}{\left\{ \begin{array}{c} -\omega_{60} \cdot \vec{X}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}} ; \quad \mathcal{V}_{8/0} = \underset{I}{\left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ V_{180} \cdot \vec{Y}_0 \end{array} \right\}}$$

Figure 9 :
Ech : 1:2

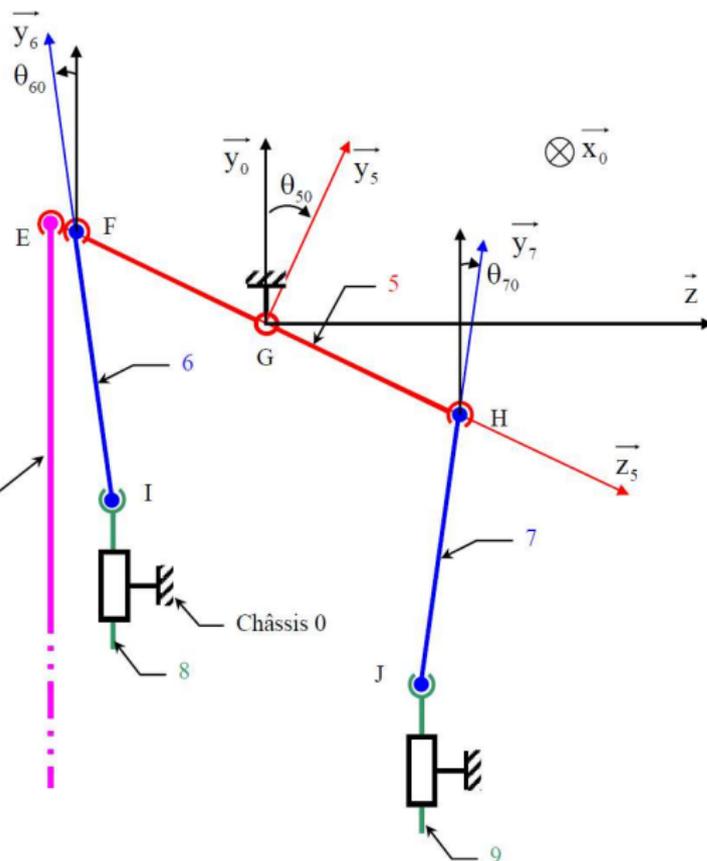


Figure 10 :



4

Châssis 0

Q - 26 : A l'aide d'une fermeture cinématique en F, déterminer une relation entre V_{F50} , V_{I80} et ω_{60} .

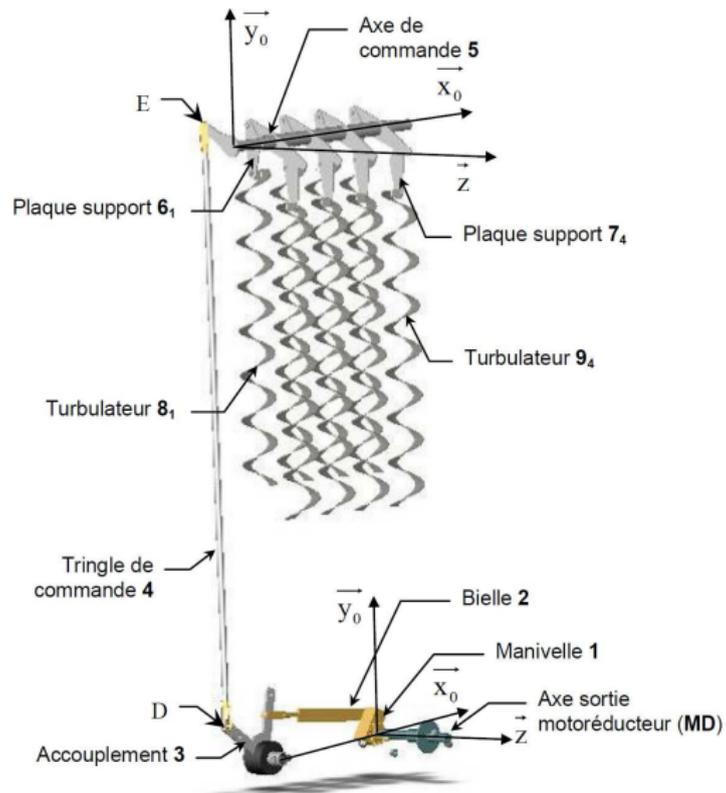
Q - 26 : A l'aide d'une fermeture cinématique en F, déterminer une relation entre V_{F50} , V_{I80} et ω_{60} .

$$\begin{aligned}
 \vec{V}_{(F,8/0)} &= \vec{V}_{(F,8/6)} + \vec{V}_{(F,6/5)} + \vec{V}_{(F,5/0)} \\
 \vec{V}_{(I,8/0)} + \vec{FI} \wedge \vec{\Omega}_{(8/0)} &= \vec{V}_{(I,8/6)} + \vec{FI} \wedge \vec{\Omega}_{(8/6)} + \vec{V}_{(F,6/5)} + \vec{V}_{(C,5/0)} + \vec{FG} \wedge \vec{\Omega}_{(5/0)} \\
 V_{I80} \cdot \vec{y}_0 &= -l_t \cdot \vec{y}_6 \wedge (-\omega_{60} \cdot \vec{x}_6) + f \cdot \vec{z}_5 \wedge \omega_{50} \cdot \vec{x}_5 \\
 &= -l_t \cdot \omega_{60} \cdot \vec{z}_6 + f \cdot \omega_{50} \cdot \vec{y}_5 = -l_t \cdot \omega_{60} \cdot \vec{z}_6 + V_{F50} \cdot \vec{y}_5
 \end{aligned}$$

Q - 26 : A l'aide d'une fermeture cinématique en F, déterminer une relation entre V_{F50} , V_{I80} et ω_{60} .

$$\begin{aligned}
 \vec{V}_{(F,8/0)} &= \vec{V}_{(F,8/6)} + \vec{V}_{(F,6/5)} + \vec{V}_{(F,5/0)} \\
 \vec{V}_{(I,8/0)} + \vec{FI} \wedge \vec{\Omega}_{(8/0)} &= \vec{V}_{(I,8/6)} + \vec{FI} \wedge \vec{\Omega}_{(8/6)} + \vec{V}_{(F,6/5)} + \vec{V}_{(F,5/0)} + \vec{FG} \wedge \vec{\Omega}_{(5/0)} \\
 V_{I80} \cdot \vec{y}_0 &= -l_t \cdot \vec{y}_6 \wedge (-\omega_{60} \cdot \vec{x}_6) + f \cdot \vec{z}_5 \wedge \omega_{50} \cdot \vec{x}_5 \\
 &= -l_t \cdot \omega_{60} \cdot \vec{z}_6 + f \cdot \omega_{50} \cdot \vec{y}_5 = -l_t \cdot \omega_{60} \cdot \vec{z}_6 + V_{F50} \cdot \vec{y}_5
 \end{aligned}$$

Arrivé à ce stade, on peut connaître la vitesse de translation des turbulateurs en fonction de la vitesse de rotation du motoreducteur en déterminant θ_{60} en fonction de θ_{50} , via une fermeture géométrique qu'on vous épargne.



Etude du point de vue des efforts des systèmes de décendrage et de dépoussiérage

Le motoréducteur de décendrage (**MD**) permet à la fois la mise en rotation de la vis de décendrage en prise directe, la mise en rotation de la vis de dépoussiérage à partir d'un système pignons chaîne, la mise en mouvement de la grille de décendrage et enfin la mise en mouvement des turbulateurs.

L'étude porte sur les actions nécessaires à la mise en mouvement des turbulateurs.

$$\text{On note : } \mathcal{F}_{i \rightarrow j} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_{i \rightarrow j} \\ \vec{M}_{(P, i \rightarrow j)} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{cc} X_{i \rightarrow j} & L_{i \rightarrow j} \\ Y_{i \rightarrow j} & M_{i \rightarrow j} \\ Z_{i \rightarrow j} & N_{i \rightarrow j} \end{array} \right\}_{(\vec{x}_n, \vec{y}_n, \vec{z}_n)}$$

le torseur des actions transmissibles du système i sur le système j écrit en P en projection dans la base $(\vec{x}_n, \vec{y}_n, \vec{z}_n)$.

On suppose que :

- les liaisons sont parfaites ;
- le poids des différentes pièces est négligeable, sauf pour les turbulateurs dont le poids est inclus dans les actions définies ci-dessous.

Le nettoyage de l'échangeur se fait à partir de **4 couples de turbulateurs identiques travaillant de façon identique**. Les différents couples de pièces, actions et liaisons seront différenciés par un indice k allant de **1** à **4** :

- Les 4 couples de turbulateurs transmettent au travers des plaques support 6_k et 7_k des actions que l'on considère identiques sur l'axe de commande **5**.
- Les plaques support 6_k et 7_k sont en liaison sphériques avec l'axe de commande **5** d'une part et les turbulateurs 8_k et 9_k d'autre part.

Les actions résistantes exercées sur les turbulateurs dues au nettoyage associé à leur poids sont modélisées par des glisseurs d'axe (I, \vec{y}_0) et (J, \vec{y}_0) . On note $\vec{R}_{8k} = -F_{8k} \vec{y}_0$ et $\vec{R}_{9k} = -F_{9k} \vec{y}_7$, avec $F_{8k} > 0$, $F_{9k} > 0$.

Étude de l'équilibre des plaques support 6 et 7

On considère le problème plan de repère (G, \vec{y}_0, \vec{z}) dans la situation proposée sur le schéma cinématique de la figure 11.

Étude de l'équilibre des plaques support 6 et 7

On considère le problème plan de repère (G, \vec{y}_0, \vec{z}) dans la situation proposée sur le schéma cinématique de la figure 11.

On néglige le poids des plaques support **6** et **7** devant les autres actions.

Étude de l'équilibre des plaques support 6 et 7

On considère le problème plan de repère (G, \vec{y}_0, \vec{z}) dans la situation proposée sur le schéma cinématique de la figure 11.

On néglige le poids des plaques support 6 et 7 devant les autres actions.

Q - 27 : Écrire les équilibres des plaques support 6_k et 7_k pour un couple de turbulateurs 8_k et 9_k .

Equilibre de la plaque σ_k

- On isole σ_k

Equilibre de la plaque σ_k

- On isole σ_k
- On fait le BAME:

Equilibre de la plaque 6_k

- On isole 6_k
- On fait le BAME:
 - Action de 5 sur 6_k en F (rotule) :

Equilibre de la plaque 6_k

- On isole 6_k
- On fait le BAME:

- Action de **5** sur 6_k en F (rotule) : $\mathcal{F}_{5 \rightarrow 6_k} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{F}_{(5 \rightarrow 6)k} \\ \vec{0} \end{array} \right\}$

Equilibre de la plaque 6_k

- On isole 6_k
- On fait le BAME:

- Action de **5** sur 6_k en F (rotule) : $\mathcal{F}_{5 \rightarrow 6_k} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{F}_{(5 \rightarrow 6)k} \\ \vec{0} \end{array} \right\}$

- Action de 8_k sur 6_k en I (rotule):

Equilibre de la plaque 6_k

- On isole 6_k
- On fait le BAME:

- Action de **5** sur 6_k en F (rotule): $\mathcal{F}_{5 \rightarrow 6_k} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{F}_{(5 \rightarrow 6)k} \\ \vec{0} \end{array} \right\}$
- Action de **8_k** sur 6_k en I (rotule): $\mathcal{F}_{8 \rightarrow 6_k} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{F}_{(8 \rightarrow 6)k} \\ \vec{0} \end{array} \right\}$

Equilibre de la plaque \mathcal{G}_k

- On isole \mathcal{G}_k
- On fait le BAME:

- Action de 5 sur \mathcal{G}_k en F (rotule): $\mathcal{F}_{5 \rightarrow \mathcal{G}_k} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{F}_{(5 \rightarrow 6)k} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_F$
- Action de 8_k sur \mathcal{G}_k en I (rotule): $\mathcal{F}_{8 \rightarrow \mathcal{G}_k} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{F}_{(8 \rightarrow 6)k} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_I$

- on applique le principe fondamental de la statique au solide \mathcal{G}_k dans le repère galiléen \mathcal{R}_0 . Comme \mathcal{G}_k est soumis à l'action de 2 glisseurs, alors ces derniers sont opposés (et ont pour support la droite $(IF) \dots$):

Equilibre de la plaque 6_k

- On isole 6_k
- On fait le BAME:

- Action de 5 sur 6_k en F (rotule): $\mathcal{F}_{5 \rightarrow 6_k} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{F}_{(5 \rightarrow 6)k} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_F$
- Action de 8_k sur 6_k en I (rotule): $\mathcal{F}_{8 \rightarrow 6_k} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{F}_{(8 \rightarrow 6)k} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_I$

- on applique le principe fondamental de la statique au solide 6_k dans le repère galiléen \mathcal{R}_0 . Comme 6_k est soumis à l'action de 2 glisseurs, alors ces derniers sont opposés (et ont pour support la droite $(IF) \dots$):

$$\vec{F}_{(5 \rightarrow 6)k} = -\vec{F}_{(8 \rightarrow 6)k}$$

Equilibre de la plaque 7_k

- On isole 7_k

Equilibre de la plaque 7_k

- On isole 7_k
- On fait le BAME:

Equilibre de la plaque 7_k

- On isole 7_k
- On fait le BAME:
 - Action de **5** sur 7_k en H (rotule) :

Equilibre de la plaque 7_k

- On isole 7_k
- On fait le BAME:

- Action de **5** sur 7_k en H (rotule) : $\mathcal{F}_{5 \rightarrow 7_k} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{F}_{(5 \rightarrow 7)_k} \\ \vec{0} \end{array} \right\}$

Equilibre de la plaque 7_k

- On isole 7_k
- On fait le BAME:

- Action de 5 sur 7_k en H (rotule): $\mathcal{F}_{5 \rightarrow 7_k} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{F}_{(5 \rightarrow 7)_k} \\ \vec{0} \end{array} \right\}$

- Action de 9_k sur 7_k en J (rotule):

Equilibre de la plaque 7_k

- On isole 7_k
- On fait le BAME:

- Action de **5** sur 7_k en H (rotule): $\mathcal{F}_{5 \rightarrow 7_k} = \underset{F}{\left\{ \begin{array}{c} \vec{F}_{(5 \rightarrow 7)k} \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$
- Action de **9_k** sur 7_k en J (rotule): $\mathcal{F}_{9 \rightarrow 7_k} = \underset{J}{\left\{ \begin{array}{c} \vec{F}_{(9 \rightarrow 7)k} \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$

Equilibre de la plaque 7_k

- On isole 7_k
- On fait le BAME:

- Action de 5 sur 7_k en H (rotule): $\mathcal{F}_{5 \rightarrow 7_k} = \begin{Bmatrix} \vec{F}_{(5 \rightarrow 7)_k} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_F$
- Action de 9_k sur 7_k en J (rotule): $\mathcal{F}_{9 \rightarrow 7_k} = \begin{Bmatrix} \vec{F}_{(9 \rightarrow 7)_k} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_J$

- on applique le principe fondamental de la statique au solide 7_k dans le repère galiléen \mathcal{R}_0 . Comme 7_k est soumis à l'action de 2 glisseurs, alors ces derniers sont opposés (et ont pour support la droite $(HJ)\dots$):

Equilibre de la plaque 7_k

- On isole 7_k
- On fait le BAME:

- Action de 5 sur 7_k en H (rotule): $\mathcal{F}_{5 \rightarrow 7_k} = \begin{Bmatrix} \vec{F}_{(5 \rightarrow 7)k} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_F$
- Action de 9 sur 7_k en J (rotule): $\mathcal{F}_{9 \rightarrow 7_k} = \begin{Bmatrix} \vec{F}_{(9 \rightarrow 7)k} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_J$

- on applique le principe fondamental de la statique au solide 7_k dans le repère galiléen \mathcal{R}_0 . Comme 7_k est soumis à l'action de 2 glisseurs, alors ces derniers sont opposés (et ont pour support la droite (HJ) ...):

$$\vec{F}_{(5 \rightarrow 7)k} = -\vec{F}_{(9 \rightarrow 7)k}$$

Q - 28 : *Isoler un turbulateur **8k** puis **9k**, et écrire le théorème de la résultante statique de manière à exprimer les actions des plaques support **6k** et **7k** respectivement sur les turbulateurs **8k** et **9k** en fonction de F_{8k} et F_{9k} .*

Q - 29 : En déduire l'action de la plaque support 6_k $\vec{F}_{(6 \rightarrow 5)_k}$ sur l'axe de commande **5** en fonction respectivement de F_{8k} et F_{9k} .

Q - 29 : En déduire l'action de la plaque support 6_k $\vec{F}_{(6 \rightarrow 5)_k}$ sur l'axe de commande **5** en fonction respectivement de F_{8k} et F_{9k} .

Les plaques support 6_k et 7_k sont toujours en traction donc:

Q - 29 : En déduire l'action de la plaque support 6_k $\vec{F}_{(6 \rightarrow 5)_k}$ sur l'axe de commande **5** en fonction respectivement de F_{8k} et F_{9k} .

Les plaques support 6_k et 7_k sont toujours en traction donc:

$$\vec{F}_{(8 \rightarrow 6)_k} = -\|\vec{F}_{(8 \rightarrow 6)_k}\| \cdot \vec{y}_6 \quad \text{et} \quad \vec{F}_{(9 \rightarrow 7)_k} = -\|\vec{F}_{(9 \rightarrow 7)_k}\| \cdot \vec{y}_7$$

Q - 29 : En déduire l'action de la plaque support 6_k $\vec{F}_{(6 \rightarrow 5)k}$ sur l'axe de commande **5** en fonction respectivement de F_{8k} et F_{9k} .

Les plaques support 6_k et 7_k sont toujours en traction donc:

$$\vec{F}_{(8 \rightarrow 6)k} = -\|\vec{F}_{(8 \rightarrow 6)k}\| \cdot \vec{y}_6 \quad \text{et} \quad \vec{F}_{(9 \rightarrow 7)k} = -\|\vec{F}_{(9 \rightarrow 7)k}\| \cdot \vec{y}_7$$

or $\vec{F}_{(6 \rightarrow 5)k} = -\vec{F}_{(5 \rightarrow 6)k} = \vec{F}_{(8 \rightarrow 6)k} = -\frac{F_{8k}}{\cos(\theta_{60})} \cdot \vec{y}_6$

Q - 29 : En déduire l'action de la plaque support 6_k $\vec{F}_{(6 \rightarrow 5)k}$ sur l'axe de commande **5** en fonction respectivement de F_{8k} et F_{9k} .

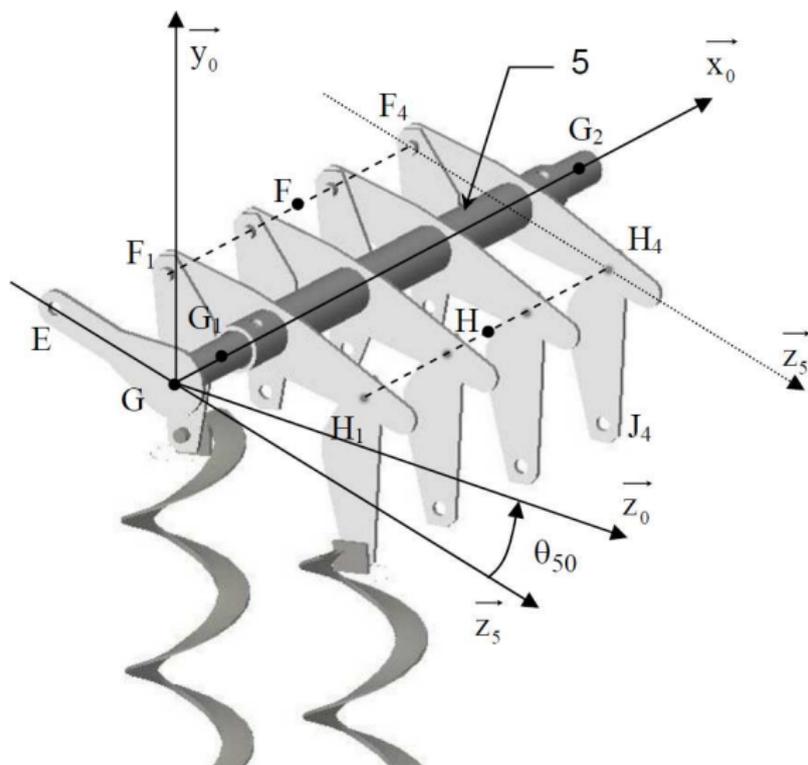
Les plaques support 6_k et 7_k sont toujours en traction donc:

$$\vec{F}_{(8 \rightarrow 6)k} = -\|\vec{F}_{(8 \rightarrow 6)k}\| \cdot \vec{y}_6 \quad \text{et} \quad \vec{F}_{(9 \rightarrow 7)k} = -\|\vec{F}_{(9 \rightarrow 7)k}\| \cdot \vec{y}_7$$

$$\text{or } \vec{F}_{(6 \rightarrow 5)k} = -\vec{F}_{(5 \rightarrow 6)k} = \vec{F}_{(8 \rightarrow 6)k} = -\frac{F_{8k}}{\cos(\theta_{60})} \cdot \vec{y}_6$$

$$\text{et } \vec{F}_{(7 \rightarrow 5)k} = -\vec{F}_{(5 \rightarrow 7)k} = \vec{F}_{(9 \rightarrow 7)k} = -\frac{F_{9k}}{\cos(\theta_{70})} \cdot \vec{y}_7$$

Etude de l'équilibre de l'axe de commande 5



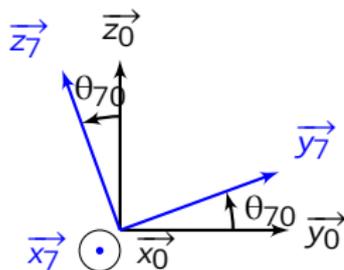
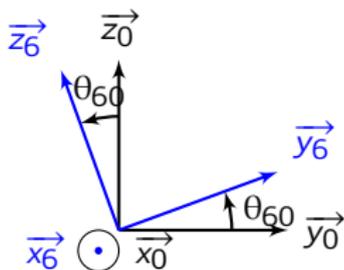
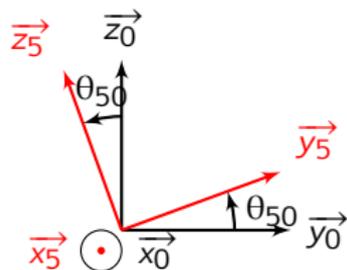
On considère le système spatial précédent.

On suppose donc que l'action de la tringle de commande **4** sur l'axe de commande **5** peut être modélisée par un glisseur d'axe (E, \vec{y}_0) . On note $\vec{R}_{4 \rightarrow 5} = F_{45} \cdot \vec{y}_0$.

L'axe de commande **5** est en liaison pivot d'axe (G, \vec{x}_0) par rapport au bâti **0** à partir d'une liaison sphérique en G_1 telle que $\overrightarrow{GG_1} = \lambda \cdot \vec{x}_0$. et d'une liaison sphère cylindre en G_2 telle que $\overrightarrow{GG_2} = \mu \cdot \vec{x}_0$.

On donne :

- $\overrightarrow{GE} = -e \vec{z}_5$
- $\overrightarrow{GF_k} \cdot \vec{z}_5 = -f$
- $\overrightarrow{GH_k} \cdot \vec{z}_5 = f$



Q - 30 : *Donner les torseurs des actions transmissibles des liaisons suivantes :*

- Liaison en G_1 entre le bâti **0** et l'axe de commande **5**
- Liaison en G_2 entre le bâti **0** et l'axe de commande **5**
- Liaison en F_k entre la plaque support 6_k et l'axe de commande **5**

Action de $0 \rightarrow 5$ en G_1

Rotule de centre G_1 :

Action de $0 \rightarrow 5$ en G_1

Rotule de centre G_1 :

$$\mathcal{F}_{0 \rightarrow 5} = \left. \begin{array}{l} X_{0 \rightarrow 5} \\ Y_{0 \rightarrow 5} \\ Z_{0 \rightarrow 5} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \Bigg|_{\mathcal{R}_0}$$

Action de 0 \rightarrow 5 en G_2

Linéaire annulaire de centre G_2 et de direction \vec{x}_0

Action de $0 \rightarrow 5$ en G_2

Linéaire annulaire de centre G_2 et de direction \vec{x}_0

$$\mathcal{F}_{0 \rightarrow 5} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ Y'_{0 \rightarrow 5} & 0 \\ Z'_{0 \rightarrow 5} & 0 \end{array} \right\}_{\mathcal{R}_0}$$

Action de $6_k \rightarrow 5$ en F_k

Rotule de centre F_k :

Action de $6_k \rightarrow 5$ en F_k

Rotule de centre F_k :

$$\mathcal{F}_{6_k \rightarrow 5} = \left. \begin{array}{cc} X_{6_k \rightarrow 5} & 0 \\ Y_{6_k \rightarrow 5} & 0 \\ Z_{6_k \rightarrow 5} & 0 \end{array} \right\}_{F_k} \mathcal{R}_0 =$$

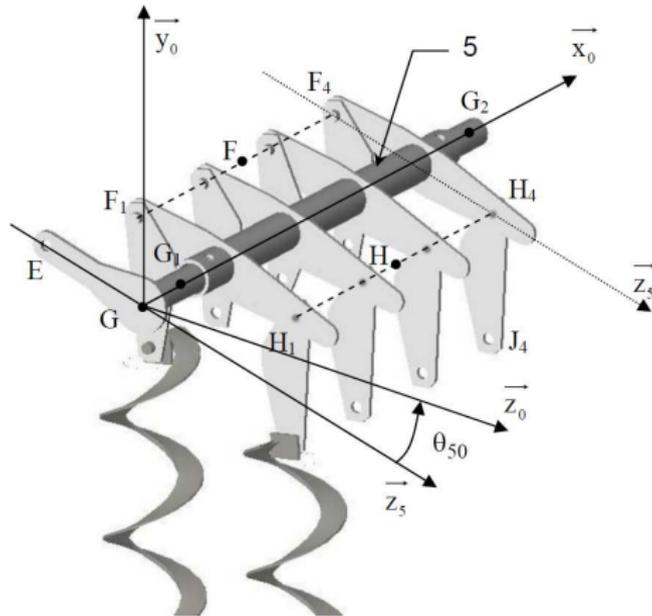
Action de $6_k \rightarrow 5$ en F_k Rotule de centre F_k :

$$\mathcal{F}_{6_k \rightarrow 5} = \left. \begin{pmatrix} X_{6_k \rightarrow 5} & 0 \\ Y_{6_k \rightarrow 5} & 0 \\ Z_{6_k \rightarrow 5} & 0 \end{pmatrix} \right|_{\mathcal{R}_0} = \left. \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{F_{8k}}{\cos(\theta_{60})} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right|_{\mathcal{R}_6}$$

Q - 31 : Compléter le bilan des actions mécaniques extérieures sur l'axe de commande 5.

Q - 31 : Compléter le bilan des actions mécaniques extérieures sur l'axe de commande 5.

On fait le BAME exercées sur 5.



- Action de $0 \rightarrow 5$ en G_1

- Action de $0 \rightarrow 5$ en G_1 (cf question précédente)

- Action de $0 \rightarrow 5$ en G_1 (cf question précédente)
- Action de $0 \rightarrow 5$ en G_2

- Action de $0 \rightarrow 5$ en G_1 (cf question précédente)
- Action de $0 \rightarrow 5$ en G_2 (cf question précédente)

- Action de $0 \rightarrow 5$ en G_1 (cf question précédente)
- Action de $0 \rightarrow 5$ en G_2 (cf question précédente)
- Action de $6_k \rightarrow 5$ en F_k

- Action de $0 \rightarrow 5$ en G_1 (cf question précédente)
- Action de $0 \rightarrow 5$ en G_2 (cf question précédente)
- Action de $6_k \rightarrow 5$ en F_k (cf question précédente)

- Action de $0 \rightarrow 5$ en G_1 (cf question précédente)
- Action de $0 \rightarrow 5$ en G_2 (cf question précédente)
- Action de $6_k \rightarrow 5$ en F_k (cf question précédente)
- Action de $7_k \rightarrow 5$ en H_k

- Action de $0 \rightarrow 5$ en G_1 (cf question précédente)
- Action de $0 \rightarrow 5$ en G_2 (cf question précédente)
- Action de $6_k \rightarrow 5$ en F_k (cf question précédente)
- Action de $7_k \rightarrow 5$ en H_k

$$\mathcal{F}_{7_k \rightarrow 5} = \left. \begin{matrix} X_{7_k \rightarrow 5} & 0 \\ Y_{7_k \rightarrow 5} & 0 \\ Z_{7_k \rightarrow 5} & 0 \end{matrix} \right\}_{\mathcal{R}_0} =$$

- Action de $0 \rightarrow 5$ en G_1 (cf question précédente)
- Action de $0 \rightarrow 5$ en G_2 (cf question précédente)
- Action de $6_k \rightarrow 5$ en F_k (cf question précédente)
- Action de $7_k \rightarrow 5$ en H_k

$$\mathcal{F}_{7_k \rightarrow 5} = \left\{ \begin{array}{cc} X_{7_k \rightarrow 5} & 0 \\ Y_{7_k \rightarrow 5} & 0 \\ Z_{7_k \rightarrow 5} & 0 \end{array} \right\}_{\mathcal{R}_0} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ -\frac{F_{9k}}{\cos(\theta_{70})} & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{\mathcal{R}_7}$$

- Action de $0 \rightarrow 5$ en G_1 (cf question précédente)
- Action de $0 \rightarrow 5$ en G_2 (cf question précédente)
- Action de $6_k \rightarrow 5$ en F_k (cf question précédente)
- Action de $7_k \rightarrow 5$ en H_k

$$\mathcal{F}_{7_k \rightarrow 5} = \left. \begin{pmatrix} X_{7_k \rightarrow 5} & 0 \\ Y_{7_k \rightarrow 5} & 0 \\ Z_{7_k \rightarrow 5} & 0 \end{pmatrix} \right\}_{\mathcal{R}_0} = \left. \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{F_{9k}}{\cos(\theta_{70})} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}_{\mathcal{R}_7}$$

- Action de $4 \rightarrow 5$ en E

- Action de $0 \rightarrow 5$ en G_1 (cf question précédente)
- Action de $0 \rightarrow 5$ en G_2 (cf question précédente)
- Action de $6_k \rightarrow 5$ en F_k (cf question précédente)
- Action de $7_k \rightarrow 5$ en H_k

$$\mathcal{F}_{7_k \rightarrow 5} = \left\{ \begin{array}{cc} X_{7_k \rightarrow 5} & 0 \\ Y_{7_k \rightarrow 5} & 0 \\ Z_{7_k \rightarrow 5} & 0 \end{array} \right\}_{\mathcal{R}_0} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ -\frac{F_{9k}}{\cos(\theta_{70})} & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{\mathcal{R}_7}$$

- Action de $4 \rightarrow 5$ en E

$$\mathcal{F}_{4 \rightarrow 5} = \left\{ \begin{array}{cc} X_{4 \rightarrow 5} & 0 \\ Y_{4 \rightarrow 5} & 0 \\ Z_{4 \rightarrow 5} & 0 \end{array} \right\}_{\mathcal{R}_0} =$$

- Action de $0 \rightarrow 5$ en G_1 (cf question précédente)
- Action de $0 \rightarrow 5$ en G_2 (cf question précédente)
- Action de $6_k \rightarrow 5$ en F_k (cf question précédente)
- Action de $7_k \rightarrow 5$ en H_k

$$\mathcal{F}_{7_k \rightarrow 5} = \left\{ \begin{array}{cc} X_{7_k \rightarrow 5} & 0 \\ Y_{7_k \rightarrow 5} & 0 \\ Z_{7_k \rightarrow 5} & 0 \end{array} \right\}_{\mathcal{R}_0} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ -\frac{F_{9k}}{\cos(\theta_{70})} & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{\mathcal{R}_7}$$

- Action de $4 \rightarrow 5$ en E

$$\mathcal{F}_{4 \rightarrow 5} = \left\{ \begin{array}{cc} X_{4 \rightarrow 5} & 0 \\ Y_{4 \rightarrow 5} & 0 \\ Z_{4 \rightarrow 5} & 0 \end{array} \right\}_{\mathcal{R}_0} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ F_{45} & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{\mathcal{R}_0}$$

On note : au point F milieu de F_1F_4 la résultante

$$\vec{F}_{(6 \rightarrow 5)} = \sum_{k=1}^4 \vec{F}_{(6 \rightarrow 5)k} = 4 \cdot \vec{F}_{(6 \rightarrow 5)k} = F_{65} \cdot \vec{y}_6;$$

On note : au point F milieu de F_1F_4 la résultante

$$\vec{F}_{(6 \rightarrow 5)} = \sum_{k=1}^4 4\vec{F}_{(6 \rightarrow 5)k} = 4 \cdot \vec{F}_{(6 \rightarrow 5)k} = F_{65} \cdot \vec{y}_6;$$

de même : au point H milieu de H_1H_4 la résultante

$$\vec{F}_{(7 \rightarrow 5)} = \sum_{k=1}^4 4\vec{F}_{(7 \rightarrow 5)k} = 4 \cdot \vec{F}_{(7 \rightarrow 5)k} = F_{75} \cdot \vec{y}_7;$$

Q - 32 : Écrire le théorème du moment statique relatif à l'équilibre de l'axe de commande **5** de manière à donner la relation entre F_{45} et F_{65}, F_{75} .

Q - 32 : Écrire le théorème du moment statique relatif à l'équilibre de l'axe de commande **5** de manière à donner la relation entre F_{45} et F_{65}, F_{75} .

Les liaisons rotules G_1 et G_2 ont pour liaison équivalente une liaison pivot d'axe (G, \vec{x}_0) .

Q - 32 : Écrire le théorème du moment statique relatif à l'équilibre de l'axe de commande **5** de manière à donner la relation entre F_{45} et F_{65}, F_{75} .

Les liaisons rotules G_1 et G_2 ont pour liaison équivalente une liaison pivot d'axe (G, \vec{x}_0) . Ainsi

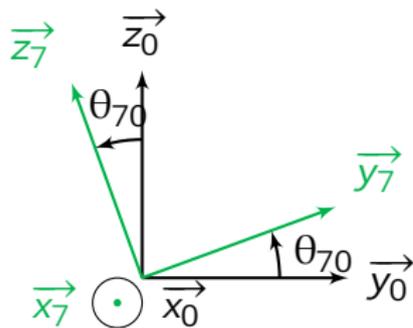
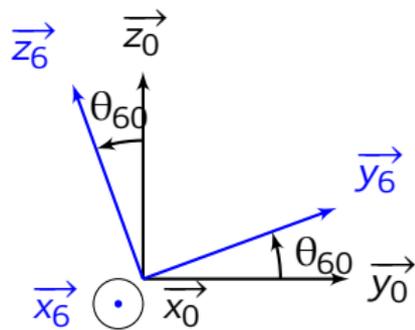
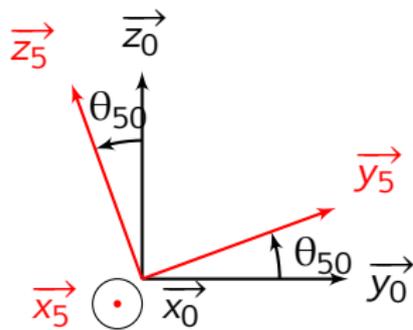
$$\vec{M}_{(G,0 \rightarrow 5)} \cdot \vec{x}_0 = 0$$

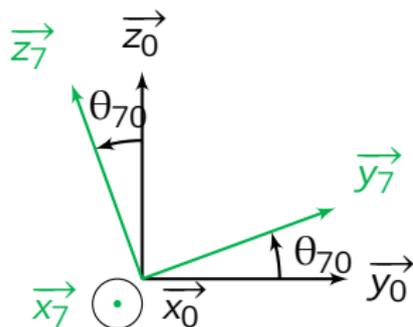
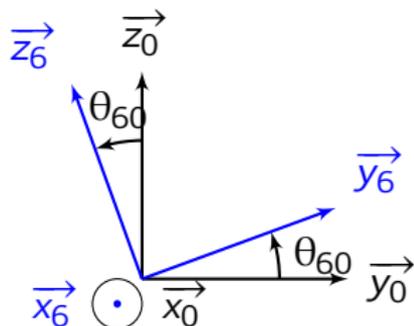
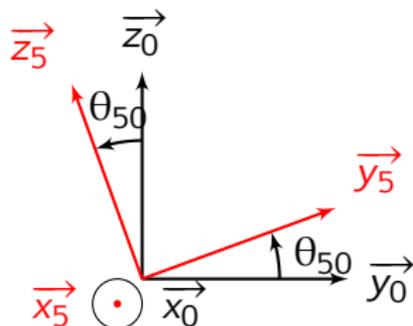
Q - 32 : Écrire le théorème du moment statique relatif à l'équilibre de l'axe de commande **5** de manière à donner la relation entre F_{45} et F_{65}, F_{75} .

Les liaisons rotules G_1 et G_2 ont pour liaison équivalente une liaison pivot d'axe (G, \vec{x}_0) . Ainsi

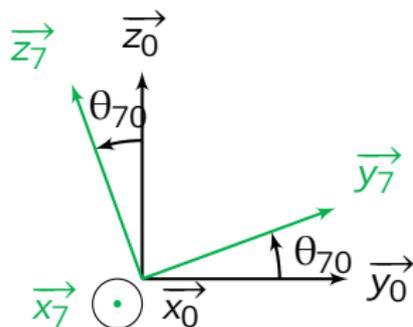
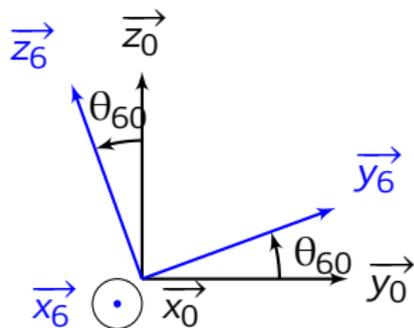
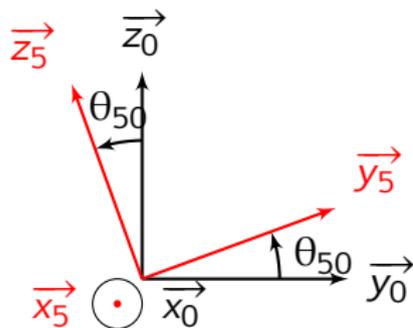
$$\vec{M}_{(G,0 \rightarrow 5)} \cdot \vec{x}_0 = 0$$

On choisit donc d'écrire le théorème du moment statique au point G en projection sur \vec{x}_0 pour ne pas faire apparaître les inconnues de la liaison $0 \rightarrow 5$:



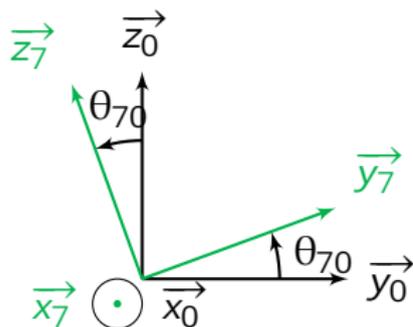
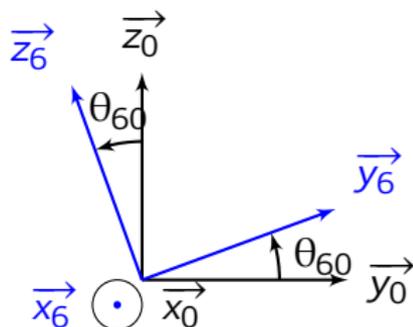
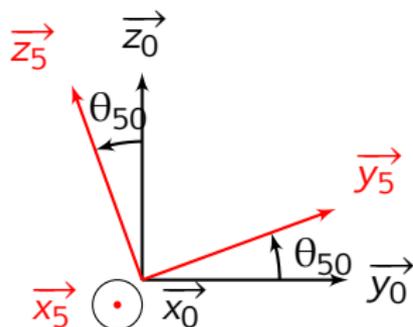


$$(\vec{GE} \wedge F_{45} \cdot \vec{y}_0 + \vec{GF} \wedge F_{65} \cdot \vec{y}_6 + \vec{GH} \wedge F_{75} \cdot \vec{y}_7) \cdot \vec{x}_0 = 0$$



$$(\overrightarrow{GE} \wedge F_{45} \cdot \vec{y}_0 + \overrightarrow{GF} \wedge F_{65} \cdot \vec{y}_6 + \overrightarrow{GH} \wedge F_{75} \cdot \vec{y}_7) \cdot \vec{x}_0 = 0$$

$$(-e \cdot \vec{z}_5 \wedge F_{45} \cdot \vec{y}_0 + (d \cdot \vec{x}_0 - f \cdot \vec{z}_5) \wedge F_{65} \cdot \vec{y}_6 + (d \cdot \vec{x}_0 + f \cdot \vec{z}_5) \wedge F_{75} \cdot \vec{y}_7) \cdot \vec{x}_0 = 0$$



$$(\overrightarrow{GE} \wedge F_{45} \cdot \vec{y}_0 + \overrightarrow{GF} \wedge F_{65} \cdot \vec{y}_6 + \overrightarrow{GH} \wedge F_{75} \cdot \vec{y}_7) \cdot \vec{x}_0 = 0$$

$$(-e \cdot \vec{z}_5 \wedge F_{45} \cdot \vec{y}_0 + (d \cdot \vec{x}_0 - f \cdot \vec{z}_5) \wedge F_{65} \cdot \vec{y}_6 + (d \cdot \vec{x}_0 + f \cdot \vec{z}_5) \wedge F_{75} \cdot \vec{y}_7) \cdot \vec{x}_0 = 0$$

$$\text{d'où } F_{45} \cdot e \cdot \cos(\theta_{50}) + F_{65} \cdot f \cdot \cos(\theta_{50} - \theta_{60}) - F_{75} \cdot f \cdot \cos(\theta_{50} - \theta_{70}) = 0$$

Q - 33 : En déduire l'expression de F_{45} en fonction de F_{8k} et F_{9k} .

Q - 33 : En déduire l'expression de F_{45} en fonction de F_{8k} et F_{9k} .

On a $\vec{F}_{(6 \rightarrow 5)} = F_{65} \cdot \vec{y}_6 = 4 \cdot \vec{F}_{(6 \rightarrow 5)k}$ et d'après la question D6-2

$$\vec{F}_{(6 \rightarrow 5)k} = -\frac{F_{8k}}{\cos(\theta_{60})} \cdot \vec{y}_6.$$

Q - 33 : En déduire l'expression de F_{45} en fonction de F_{8k} et F_{9k} .

On a $\vec{F}_{(6 \rightarrow 5)} = F_{65} \cdot \vec{y}_6 = 4 \cdot \vec{F}_{(6 \rightarrow 5)k}$ et d'après la question D6-2

$$\vec{F}_{(6 \rightarrow 5)k} = -\frac{F_{8k}}{\cos(\theta_{60})} \cdot \vec{y}_6.$$

De même $\vec{F}_{(7 \rightarrow 5)} = F_{75} \cdot \vec{y}_7 = 4 \cdot \vec{F}_{(7 \rightarrow 5)k} = -4 \cdot \frac{F_{9k}}{\cos(\theta_{70})} \cdot \vec{y}_7.$

Q - 33 : En déduire l'expression de F_{45} en fonction de F_{8k} et F_{9k} .

On a $\vec{F}_{(6 \rightarrow 5)} = F_{65} \cdot \vec{y}_6 = 4 \cdot \vec{F}_{(6 \rightarrow 5)k}$ et d'après la question D6-2

$$\vec{F}_{(6 \rightarrow 5)k} = -\frac{F_{8k}}{\cos(\theta_{60})} \cdot \vec{y}_6.$$

De même $\vec{F}_{(7 \rightarrow 5)} = F_{75} \cdot \vec{y}_7 = 4 \cdot \vec{F}_{(7 \rightarrow 5)k} = -4 \cdot \frac{F_{9k}}{\cos(\theta_{70})} \cdot \vec{y}_7$. Avec:

$$F_{45} \cdot e \cdot \cos(\theta_{50}) + F_{65} \cdot f \cdot \cos(\theta_{50} - \theta_{60}) - F_{75} \cdot f \cdot \cos(\theta_{50} - \theta_{70}) = 0$$

on obtient:

Q - 33 : En déduire l'expression de F_{45} en fonction de F_{8k} et F_{9k} .

On a $\vec{F}_{(6 \rightarrow 5)} = F_{65} \cdot \vec{y}_6 = 4 \cdot \vec{F}_{(6 \rightarrow 5)k}$ et d'après la question D6-2

$$\vec{F}_{(6 \rightarrow 5)k} = -\frac{F_{8k}}{\cos(\theta_{60})} \cdot \vec{y}_6.$$

De même $\vec{F}_{(7 \rightarrow 5)} = F_{75} \cdot \vec{y}_7 = 4 \cdot \vec{F}_{(7 \rightarrow 5)k} = -4 \cdot \frac{F_{9k}}{\cos(\theta_{70})} \cdot \vec{y}_7$. Avec:

$$F_{45} \cdot e \cdot \cos(\theta_{50}) + F_{65} \cdot f \cdot \cos(\theta_{50} - \theta_{60}) - F_{75} \cdot f \cdot \cos(\theta_{50} - \theta_{70}) = 0$$

on obtient:

$$F_{45} = \frac{f}{e \cdot \cos(\theta_{50})} \cdot \left[F_{9k} \cdot \frac{\cos(\theta_{50} - \theta_{70})}{\cos(\theta_{70})} - F_{8k} \cdot \frac{\cos(\theta_{50} - \theta_{60})}{\cos(\theta_{60})} \right]$$

Étude de la transmission entre le motoréducteur de décentrage (MD) et l'axe de commande 5

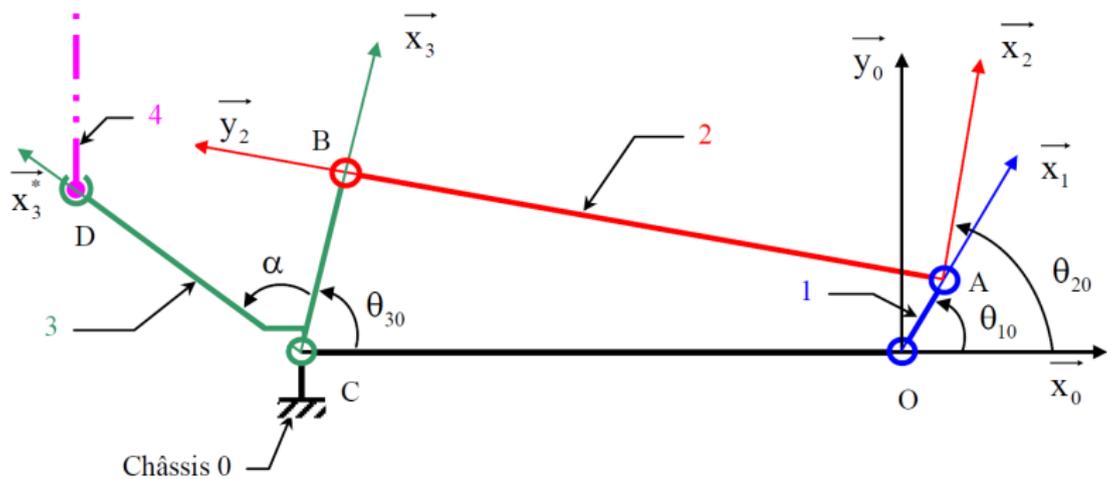
On considère le problème plan de repère $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$, dans la situation proposée sur le schéma cinématique de la **figure 8**.

Une autre étude a permis de montrer que le couple maximum transmissible par le moteur est atteint dans la position définie par $\theta_{10} = 94^\circ$, $\theta_{20} = 80,6^\circ$ et $\theta_{30} = 86,7^\circ$.

On rappelle : $\overrightarrow{OA} = r \cdot \vec{x}_1$ $\overrightarrow{AB} = l \cdot \vec{y}_2$ $\overrightarrow{CB} = R \cdot \vec{x}_3$ $\overrightarrow{CD} = d \cdot \vec{x}_3^*$

avec $r = 37$ mm ; $l = 263$ mm ; $R = 80$ mm ; $d = 120$ mm.

On considère que l'action exercée par la tringle 4 sur l'accouplement 3 est modélisée par un glisseur d'axe (D, \vec{y}_0) telle que $\vec{R}_{4 \rightarrow 3} = F_{43} \cdot \vec{y}_0$ avec $F_{43} = 200$ N.



Q - 34 : Traduire l'équilibre de la bielle 2.

Q - 34 : Traduire l'équilibre de la bielle 2.

- On isole la pièce 2
- On fait le BAME appliquées à 2
 - action de 3 sur 2
 - action de 1 sur 2
- Le système étant à l'équilibre dans le repère galiléen lié au bâti 0, on lui applique le PFS :

$$\mathcal{F}_{3 \rightarrow 2} + \mathcal{F}_{1 \rightarrow 2} = \mathbb{0}$$

Q - 35 : Démontrer, en isolant le système approprié, que l'action exercée par la bielle 2 sur l'accouplement 3 peut être modélisée par un glisseur d'axe (B, \vec{y}_2) .

Q - 35 : *Démontrer, en isolant le système approprié, que l'action exercée par la bielle 2 sur l'accouplement 3 peut être modélisée par un glisseur d'axe (B, \vec{y}_2) .*

D'après la question précédente **2** est soumis à l'action de **3** et l'action de **1**. Or les torseurs $\mathcal{F}_{3 \rightarrow 2}$ et $\mathcal{F}_{1 \rightarrow 2}$ sont des glisseurs appliqués en C et en B . L'équilibre impose donc aux torseurs de prendre la direction (CB) dont \vec{y}_2 est vecteur directeur. Ainsi les actions mécaniques de **3** sur **2** et de **1** sur **2** sont portées par la direction \vec{y}_2 .

Q - 36 : Traduire l'équilibre de l'accouplement **3** de manière à exprimer F_{23} en fonction de F_{43}

Q - 36 : Traduire l'équilibre de l'accouplement 3 de manière à exprimer F_{23} en fonction de F_{43}

- On isole la pièce 3
- On fait le BAME appliquées à 3
 - action de 4 sur 3
 - action de 0 sur 3
 - action de 2 sur 3
- Le système étant à l'équilibre dans le repère galiléen lié au bâti 0, on applique à 3 le PFS :

$$\begin{aligned} \textcircled{1} &= \mathcal{F}_{4 \rightarrow 3} + \mathcal{F}_{0 \rightarrow 3} + \mathcal{F}_{2 \rightarrow 3} \\ &= \underset{D}{\left\{ \begin{array}{c} F_{43} \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}} + \underset{C}{\left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_{0 \rightarrow 3} \\ \vec{M}_{(C, 0 \rightarrow 3)} \end{array} \right\}} + \underset{B}{\left\{ \begin{array}{c} F_{23} \cdot \vec{y}_2 \\ \vec{0} \end{array} \right\}} \text{ avec } \vec{M}_{(C, 0 \rightarrow 3)} \end{aligned}$$

L'équation de moment calculée au point C, en projection sur \vec{z}_0 donne :

$$\begin{aligned}
 0 &= \vec{M}_{(C,4\rightarrow 3)} \cdot \vec{z}_0 + \cancel{\vec{M}_{(C,\theta\rightarrow 3)}} \cdot \vec{z}_0 + \vec{M}_{(C,2\rightarrow 3)} \cdot \vec{z}_0 \\
 &= \cancel{\vec{M}_{(D,4\rightarrow 3)}} \cdot \vec{z}_0 + (\vec{CD} \wedge \vec{R}_{4\rightarrow 3}) \cdot \vec{z}_0 + \cancel{\vec{M}_{(B,2\rightarrow 3)}} \cdot \vec{z}_0 + (\vec{CB} \wedge \vec{R}_{2\rightarrow 3}) \cdot \vec{z}_0 \\
 &= (d \cdot \vec{x}_3^* \wedge F_{43} \vec{y}_0) \cdot \vec{z}_0 + (R \cdot \vec{x}_3 \wedge F_{23} \vec{y}_2) \cdot \vec{z}_0 \\
 &= d \cdot F_{43} \cdot \cos(\theta_{30} + \alpha) + R \cdot F_{23} \cdot \cos(\theta_{20} - \theta_{30})
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \vec{R}_{2\rightarrow 3} = F_{23} \cdot \vec{y}_2 = -\frac{d \cdot \cos(\theta_{30} + \alpha)}{R \cdot \cos(\theta_{30} - \theta_{20})} \cdot F_{43} \cdot \vec{y}_2$$

Q - 37 : En déduire l'action de la bielle 2 sur la manivelle 11.

$$\begin{aligned} \textcircled{1} &= \mathcal{F}_{3 \rightarrow 2} + \mathcal{F}_{1 \rightarrow 2} \\ \Rightarrow \vec{R}_{2 \rightarrow 1} &= -\vec{R}_{2 \rightarrow 3} = \frac{d \cdot \cos(\theta_{30} + \alpha)}{R \cdot \cos(\theta_{30} - \theta_{20})} \cdot F_{43} \cdot \vec{y}_2 \end{aligned}$$

Pour mettre en mouvement les turbulateurs, le motoréducteur (MD) pour l'action de décendrage fournit un couple moteur $C_m \cdot \vec{z}_0$ sur la pièce 1.

Q - 38 : Traduire l'équilibre de la manivelle 1 de manière à déterminer le couple exercé par le motoréducteur (**MD**) pour l'action de décrochage.

Q - 38 : Traduire l'équilibre de la manivelle 1 de manière à déterminer le couple exercé par le motoréducteur (MD) pour l'action de décrochage.

- On isole la pièce 1
- On fait le BAME appliquées à 1
 - action de 2 sur 1
 - action de 0 sur 1
 - action du couple moteur sur 1
- Le système étant à l'équilibre dans le repère galiléen lié au bâti 0, on applique à 1 le PFS :

$$\begin{aligned} \textcircled{0} &= \mathcal{F}_{2 \rightarrow 1} + \mathcal{F}_{0 \rightarrow 1} + \mathcal{F}_{C_m \rightarrow 1} \\ &= \underset{A}{\left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_{2 \rightarrow 1} \\ \vec{0} \end{array} \right\}} + \underset{O}{\left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_{0 \rightarrow 1} \\ \vec{M}_{(O,0 \rightarrow 1)} \end{array} \right\}} + \underset{VM}{\left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_m \cdot \vec{z}_0 \end{array} \right\}} \end{aligned}$$

avec $\vec{M}_{(O,0 \rightarrow 1)} \cdot \vec{z}_0 = 0$

L'équation de moment calculée au point O , en projection sur \vec{z}_0 donne :

$$\begin{aligned}
 0 &= \vec{M}_{(O,2 \rightarrow 1)} \cdot \vec{z}_0 + \cancel{\vec{M}_{(O,\theta \rightarrow 1)} \cdot \vec{z}_0} + \vec{M}_{(O,C_m \rightarrow 1)} \cdot \vec{z}_0 \\
 &= \cancel{\vec{M}_{(A,2 \rightarrow 1)} \cdot \vec{z}_0} + (\vec{OA} \wedge \vec{R}_{2 \rightarrow 1}) \cdot \vec{z}_0 + C_m = (r \cdot \vec{x}_1 \wedge \frac{d \cdot \cos(\theta_{30} + \alpha)}{R \cdot \cos(\theta_{30} - \theta_{20})} \cdot F_{43} \cdot \vec{y}_2) \cdot \vec{z}_0 + C_m \\
 C_m &= -\frac{d \cdot \cos(\theta_{30} + \alpha)}{R \cdot \cos(\theta_{30} - \theta_{20})} \cdot F_{43} \cdot r \cdot (\vec{y}_2 \wedge \vec{z}_2) \cdot \vec{x}_1 = -\frac{d \cdot \cos(\theta_{30} + \alpha)}{R \cdot \cos(\theta_{30} - \theta_{20})} \cdot \cos(\theta_{20} - \theta_{10}) \cdot F_{43} \cdot r
 \end{aligned}$$

Simulation de l'évolution du couple au cours d'un cycle

Pour calculer C_m , il faut l'expression de θ_{20} .

Simulation de l'évolution du couple au cours d'un cycle

Pour calculer C_m , il faut l'expression de θ_{20} . En reprenant, une des équations de la fermeture géométrique, on obtient :

```
Theta20 = []  
for i in range(len(Theta10)):  
    Theta20.append(m.acos((R*m.sin(Theta30[i]) - r*m.sin(Theta10[i]))/lb))
```

Simulation de l'évolution du couple au cours d'un cycle

Pour calculer C_m , il faut l'expression de θ_{20} . En reprenant, une des équations de la fermeture géométrique, on obtient :

```
Theta20 = []  
for i in range(len(Theta10)):  
    Theta20.append(m.acos((R*m.sin(Theta30[i]) - r*m.sin(Theta10[i]))/lb))
```

On peut alors calculer C_m :

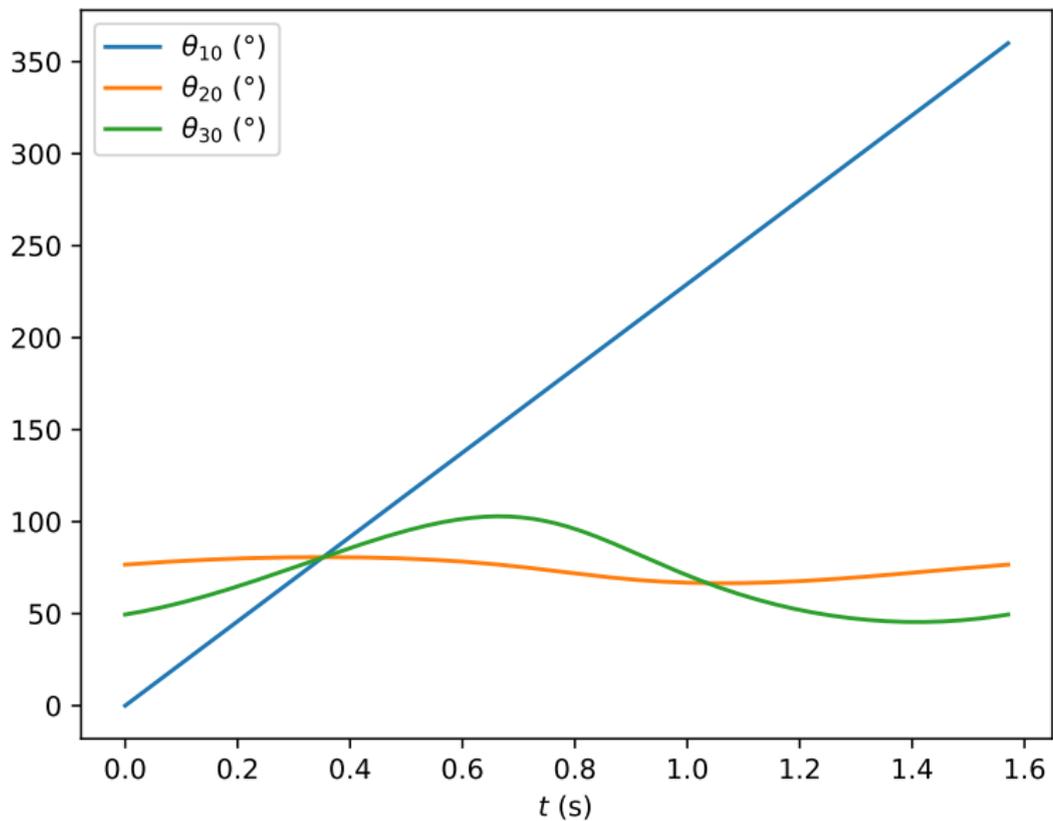
Simulation de l'évolution du couple au cours d'un cycle

Pour calculer C_m , il faut l'expression de θ_{20} . En reprenant, une des équations de la fermeture géométrique, on obtient :

```
Theta20 = []
for i in range(len(Theta10)):
    Theta20.append(m.acos((R*m.sin(Theta30[i]) - r*m.sin(Theta10[i]))/lb))
```

On peut alors calculer C_m :

```
Cm = []
for i in range(len(Theta10)):
    Cm.append(-F43*r*d*m.cos(Theta30[i]+alpha)*\
        m.cos(Theta20[i]-Theta10[i])/(R*m.cos(Theta30[i]-Theta20[i])))
```



Recherche des extremums

```
def MinMax(L):  
    imin, imax = 0, 0 # indice des min et max au début  
    vmin, vmax = L[0], L[0] # valeurs des min et max au début  
    for i in range(1, len(L)):  
        if L[i] > L[imax]:  
            imax = i  
            vmax = L[i]  
        if L[i] < L[imin]:  
            imin = i  
            vmin = L[i]  
    return imin, imax
```

```
imin, imax = MinMax (Cm)
Cmin, Cmax = Cm[imin], Cm[imax]
print ('Couples min et max', Cmin, Cmax)
print (r'A ce moment là, $\theta_{10}=$', \
      Theta10[imax]*180/m.pi, \
      'r$\theta_{20}=$', Theta20[imax]*180/m.pi, \
      'r$\theta_{30}=$', Theta30[imax]*180/m.pi)
```

```
imin, imax = MinMax (Cm)
Cmin, Cmax = Cm[imin], Cm[imax]
print('Couples min et max', Cmin, Cmax)
print(r'A ce moment là, $\theta_{10}=$', \
      Theta10[imax]*180/m.pi, \
      'r$\theta_{20}=$', Theta20[imax]*180/m.pi, \
      'r$\theta_{30}=$', Theta30[imax]*180/m.pi)
```

Couples **min** et **max** -8.232210346693767 9.933932862245253

Q - 39 : Sachant que le couple nominal en sortie du motoréducteur est de 40 N.m quelle est la raison qui nous amène à utiliser un tel moteur ?

Q - 39 : *Sachant que le couple nominal en sortie du motoréducteur est de 40 N.m quelle est la raison qui nous amène à utiliser un tel moteur ?*

L'application donne un couple maximum d'environ 10 N.m, ce qui est 4 fois inférieur au couple nominal en sortie du motoréducteur.

Q - 39 : *Sachant que le couple nominal en sortie du motoréducteur est de 40 N.m quelle est la raison qui nous amène à utiliser un tel moteur ?*

L'application donne un couple maximum d'environ 10 N.m, ce qui est 4 fois inférieur au couple nominal en sortie du motoréducteur.

Le motoréducteur sert à créer le mouvement des turbulettes, mais sert également à actionner la vis de dépoussiérage et la vis de décendrage.

Q - 39 : *Sachant que le couple nominal en sortie du motoréducteur est de 40 N.m quelle est la raison qui nous amène à utiliser un tel moteur ?*

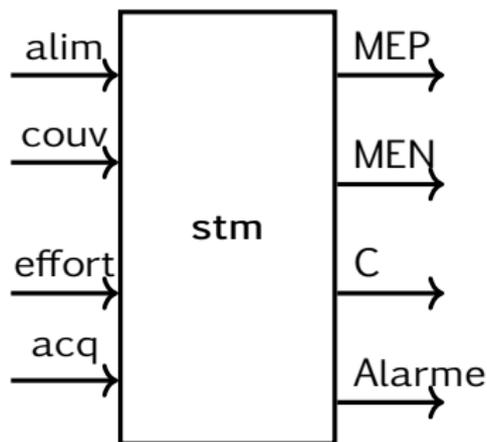
L'application donne un couple maximum d'environ 10 N.m, ce qui est 4 fois inférieur au couple nominal en sortie du motoréducteur.

Le motoréducteur sert à créer le mouvement des turbulettes, mais sert également à actionner la vis de dépoussiérage et la vis de décendrage.

De plus nous n'avons pas tenu compte des actions de frottement.

On cherche à décrire le comportement du système de sécurité à l'aide d'un diagramme d'état.

La mise en rotation dans le sens positif du moteur de la vis d'extraction (**MEP**) est commandée par la demande d'alimentation (**alim**). Cette rotation n'est possible que si le capteur du " couvercle de sécurité " (**couv**) est à l'état 1 et que le capteur d'effort (**effort**) sur le moteur n'a pas atteint le seuil programmé, il est donc à l'état 0.



La suite du fonctionnement est conditionnée par :

- Une extraction trop importante de bois provoque l'ouverture du " couvercle de sécurité ", commandant uniquement l'arrêt du moteur d'extraction jusqu'à la fermeture du couvercle.
- OU : lorsque le seuil d'effort programmé est atteint sur le moteur d'extraction, celui ci tourne en sens inverse (sens négatif **MEN**) pendant 5 secondes puis se remet à tourner dans le sens positif si les conditions de fonctionnement sont vérifiées.
- OU : de plus, sans demande d'alimentation, le moteur de vis d'extraction (**MEP**) se met à l'arrêt.

Le cahier des charges stipule que pour des raisons de sécurité, il est nécessaire que l'actionneur du clapet coupe feu (C) ait le mode de fonctionnement suivant :

- Il doit être ouvert durant une alimentation normale : clapet ouvert.
- Il reste ouvert lors d'une extraction trop importante : clapet ouvert.
- Il doit être fermé lors de la rotation en sens inverse de la vis d'extraction : clapet fermé

REMARQUE : les préactionneurs sont monostables.

Le cahier des charges stipule que lorsque le seuil d'effort programmé est atteint 2 fois consécutives sur un intervalle de temps d'une minute, la chaudière est MISE EN DEFAULT (arrêt de la chaudière, la variable d'entrée alim passe à 0) et actionne une alarme (Alarme).

Le cahier des charges stipule que pour des raisons de sécurité, il est nécessaire que l'actionneur du clapet coupe feu (C) ait le mode de fonctionnement suivant :

- Il doit être ouvert durant une alimentation normale : clapet ouvert.
- Il reste ouvert lors d'une extraction trop importante : clapet ouvert.
- Il doit être fermé lors de la rotation en sens inverse de la vis d'extraction : clapet fermé

REMARQUE : les préactionneurs sont monostables.

Le cahier des charges stipule que lorsque le seuil d'effort programmé est atteint 2 fois consécutives sur un intervalle de temps d'une minute, la chaudière est MISE EN DEFAULT (arrêt de la chaudière, la variable d'entrée alim passe à 0) et actionne une alarme (Alarme).

Q - 40 : Compléter le diagramme d'états (*stm*) " fonctionnement " du clapet de sécurité.

