

Td CI-2-4: Diagrammes de Bode

CI-2 Modéliser et simuler
les systèmes linéaires continus invariants.

LYCÉE CARNOT - DIJON, 2023 - 2024

Germain Gondor

Sommaire

- 1 Diagrammes de Bode
- 2 Positionnement d'une antenne satellite
- 3 Diagrammes de Bode

Sommaire

- 1 Diagrammes de Bode
 - Correcteur à retard de phase
 - Étude d'une fonction de transfert:
- 2 Positionnement d'une antenne satellite
- 3 Diagrammes de Bode

Correcteur à retard de phase

On souhaite faire une étude fréquentielle du correcteur à retard de phase

$$C(p) = \frac{1 + \tau.p}{1 + \alpha.\tau.p} \quad \text{avec } \alpha = 5 \text{ et } \tau = 2s$$

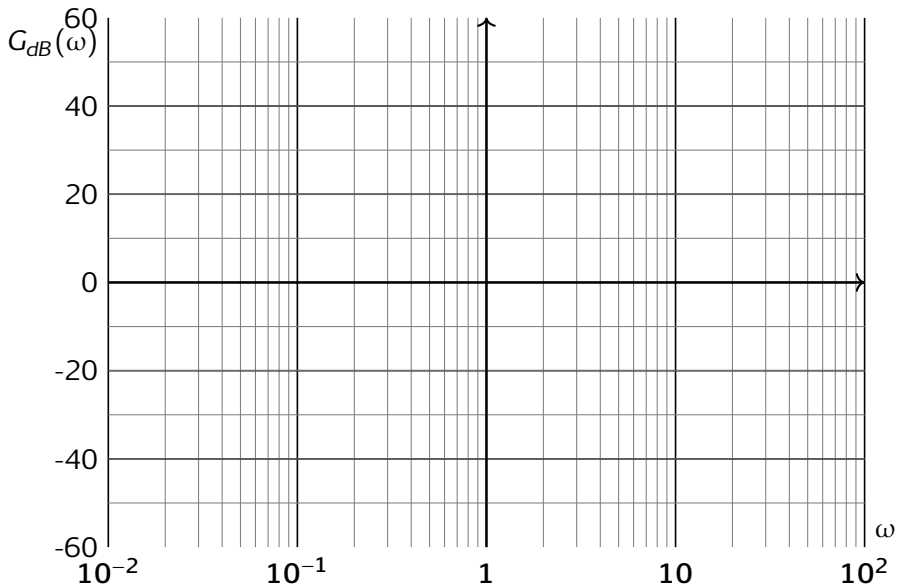
Q - 1 : Déterminer le diagramme de Bode asymptotique du correcteur puis tracer le diagramme de Bode en calculant quelques points.

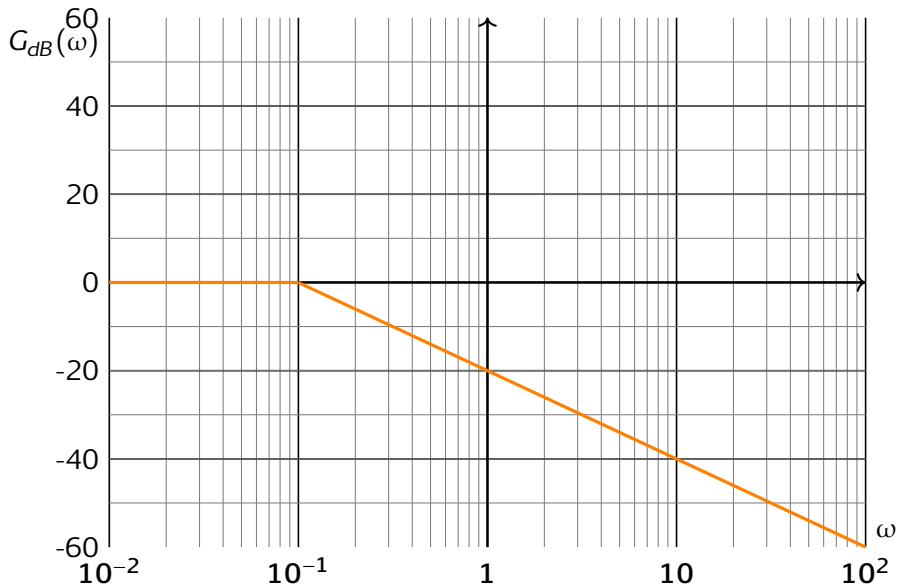
Etude du gain

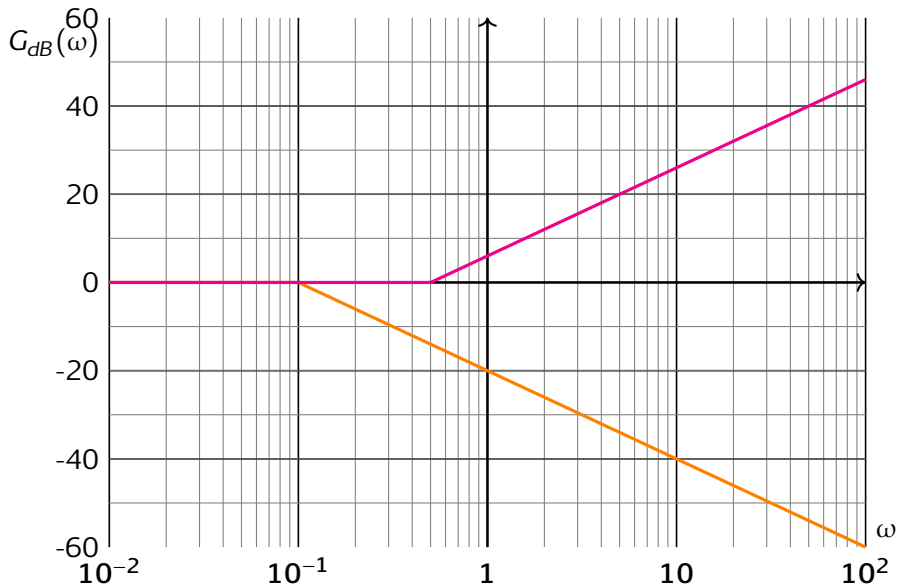
$$\begin{aligned}G_{dB} &= 20. \log(|C(j.\omega)|) = 20. \log\left(\left|\frac{1 + j.\tau.\omega}{1 + j.\alpha.\tau.\omega}\right|\right) \\&= 20. \log(|1 + j.\tau.\omega|) - 20. \log(|1 + j.\alpha.\tau.\omega|) \\&= 20 \log\left(\sqrt{1 + \tau^2.\omega^2}\right) - 20 \log\left(\sqrt{1 + \alpha^2.\tau^2.\omega^2}\right)\end{aligned}$$

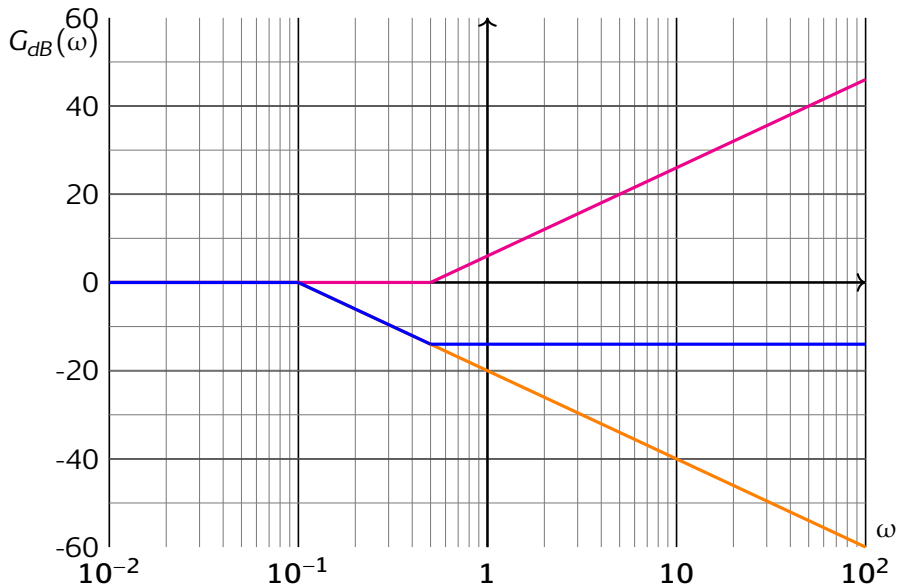
On associe alors deux pulsations ω_n et ω_d , telle que:

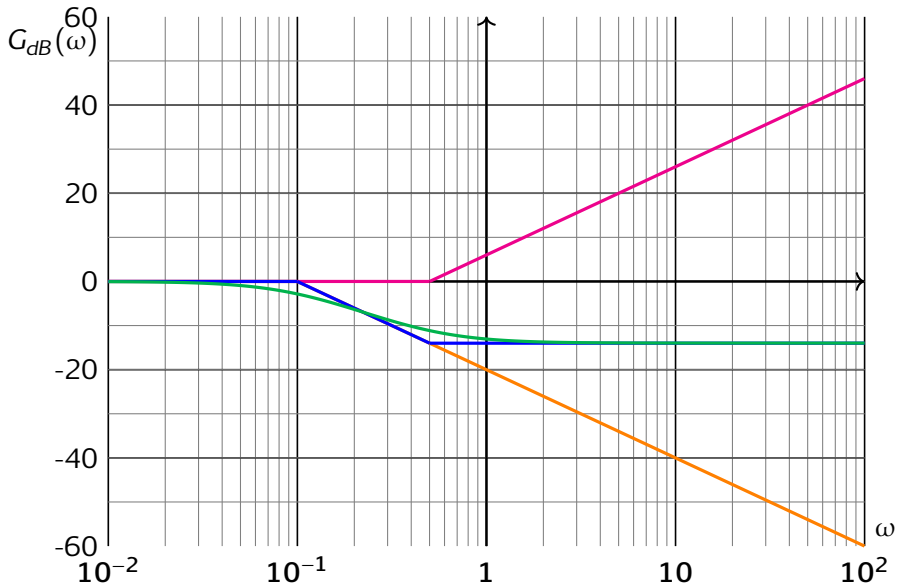
$$\omega_n = \frac{1}{\tau} = 0.5 \text{ rad/s} \quad \text{et} \quad \omega_d = \frac{1}{\alpha\tau} = 0.1 \text{ rad/s}$$





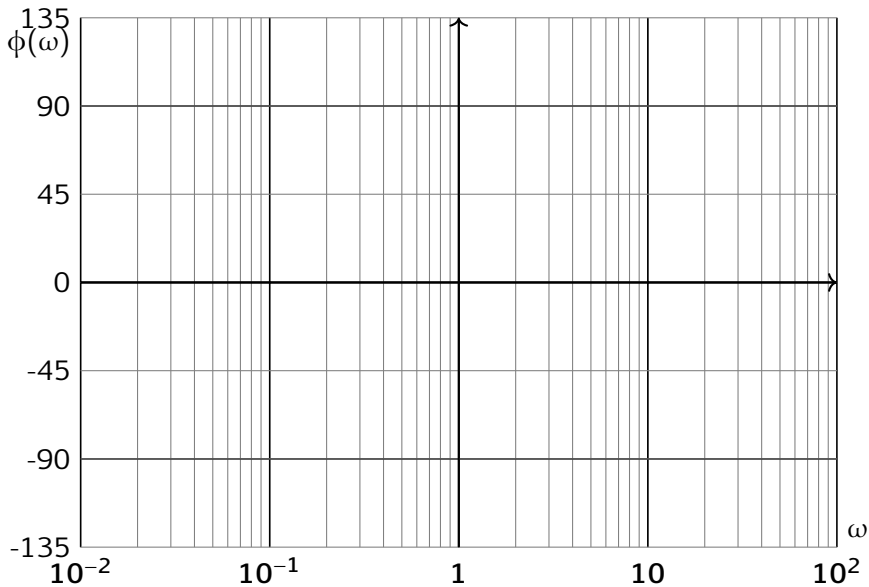


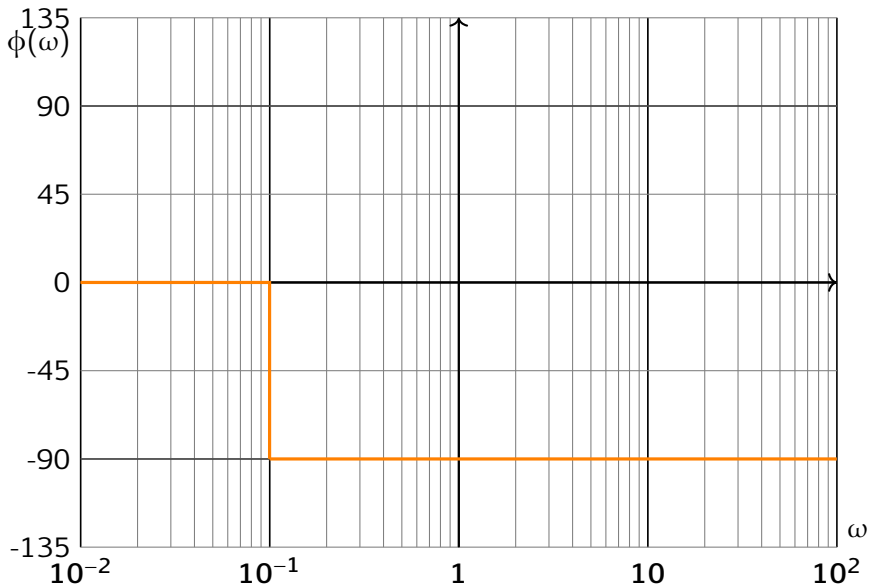


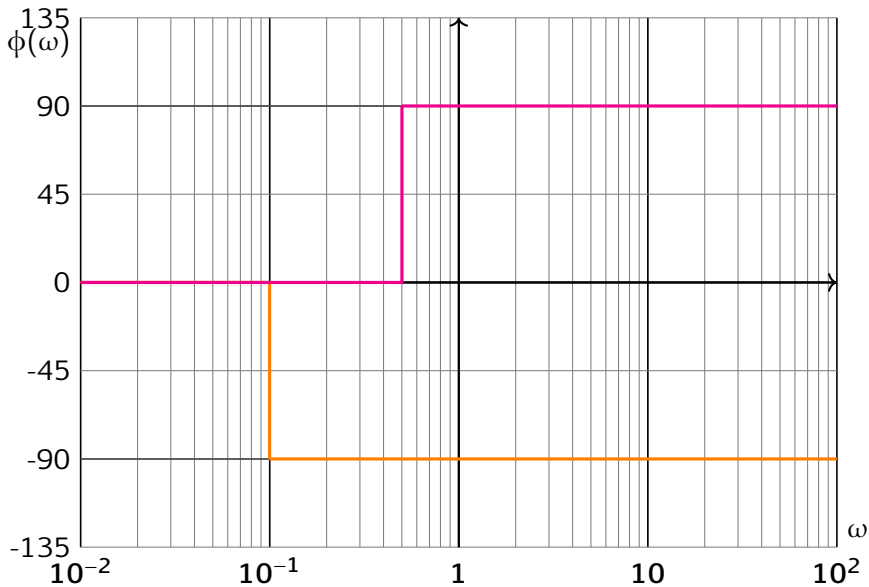


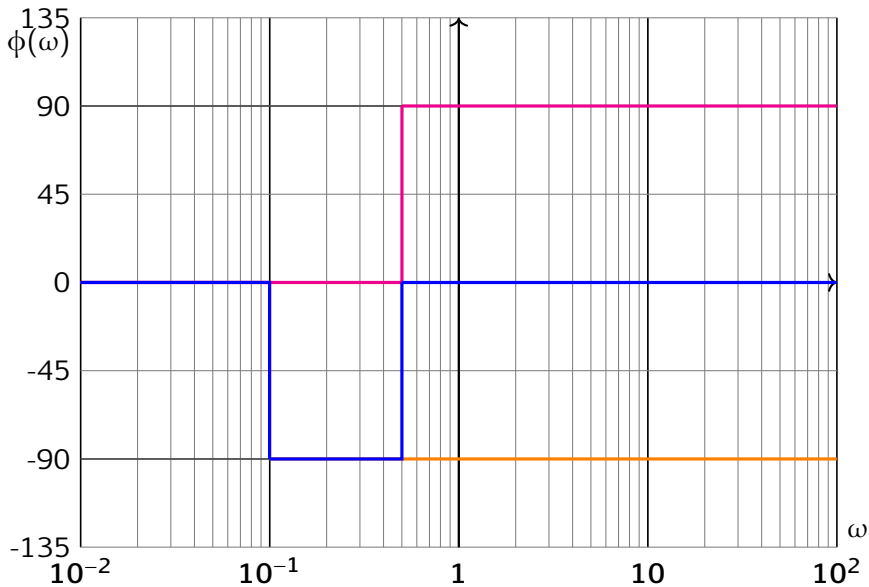
Etude de la phase

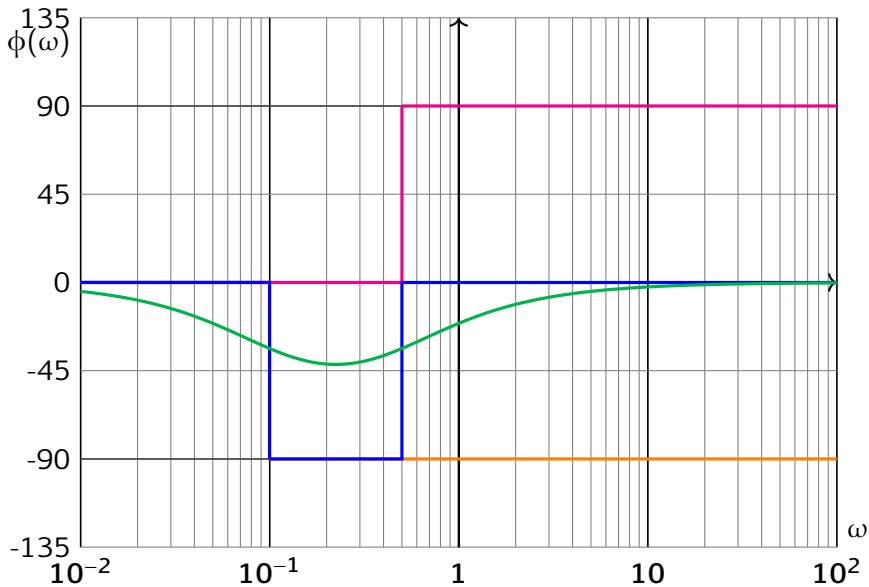
$$\begin{aligned}\Phi(\omega) &= \arg(C(j.\omega)) = \arg\left(\frac{1 + j.\tau.\omega}{1 + j.\alpha.\tau.\omega}\right) \\ &= \arg(1 + j.\tau.\omega) - \arg(1 + j.\alpha.\tau.\omega) \\ &= \arctan(\tau.\omega) - \arctan(\alpha.\tau.\omega)\end{aligned}$$

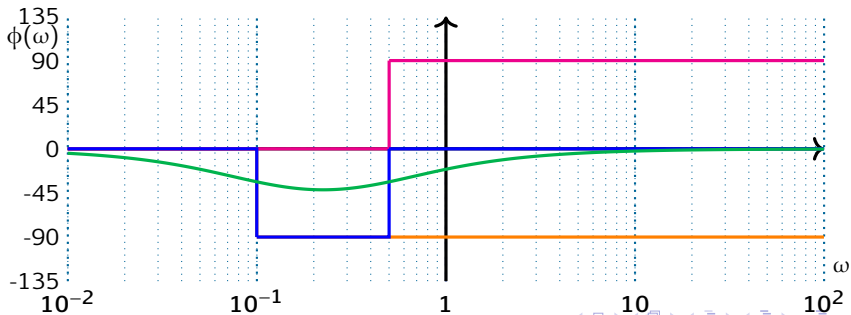
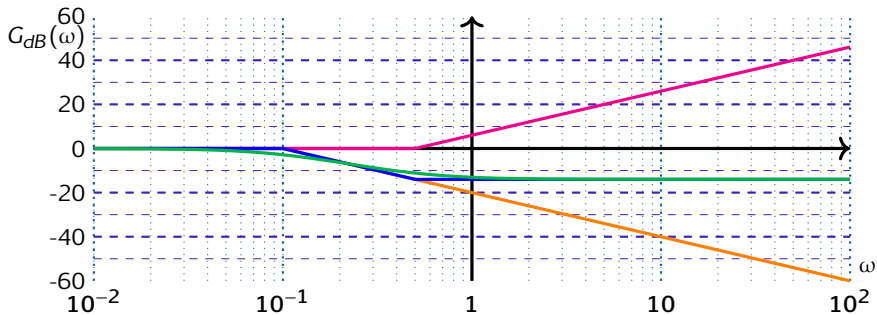






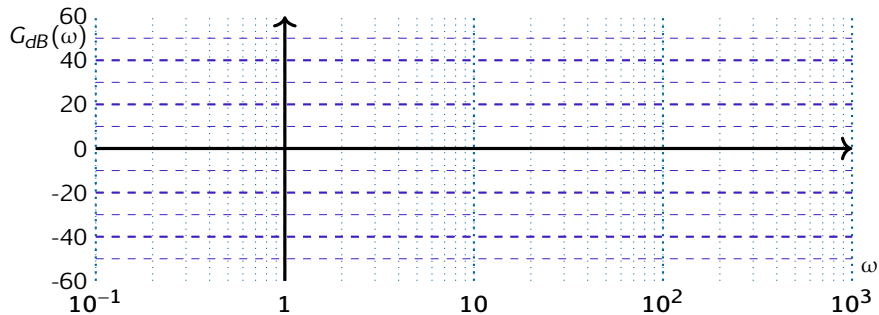


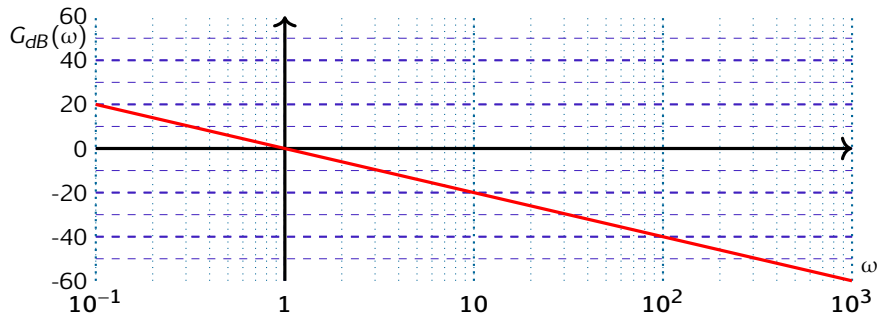


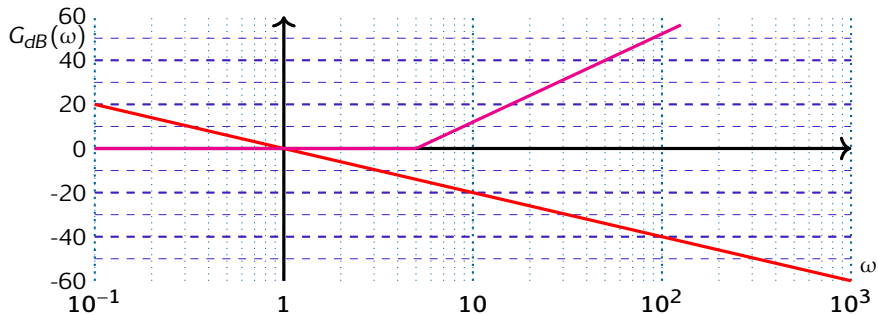


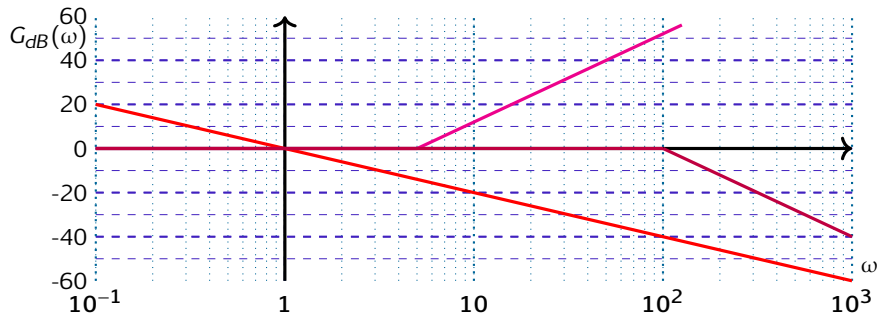
$$F(p) = \frac{(1 + 0,2.p)^2}{p(1 + 0,01.p + 0,0001.p^2)}$$

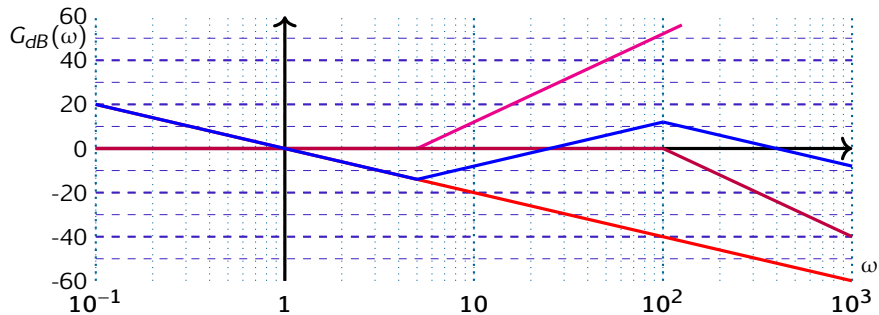
Q - 2 : Tracer le diagramme de Bode asymptotique de $F(p)$ puis tracer le diagramme de Bode en calculant quelques points.

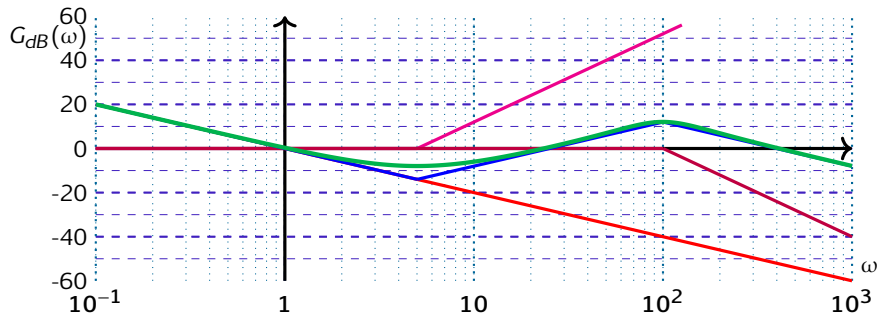


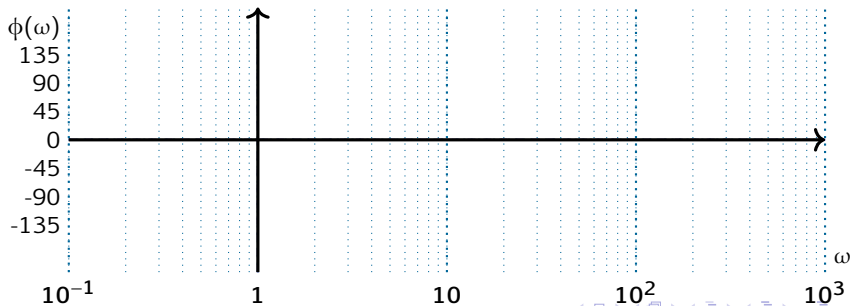
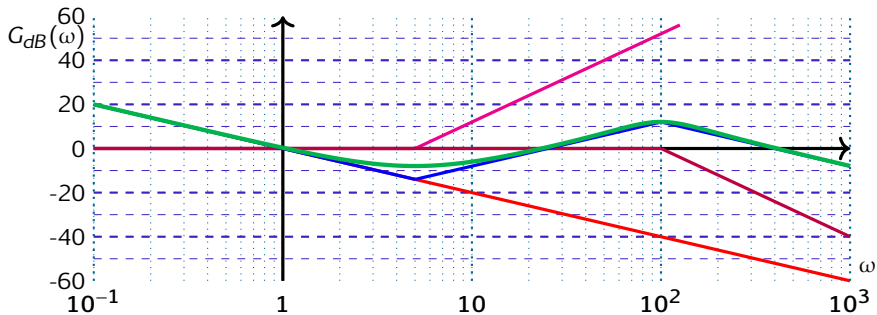


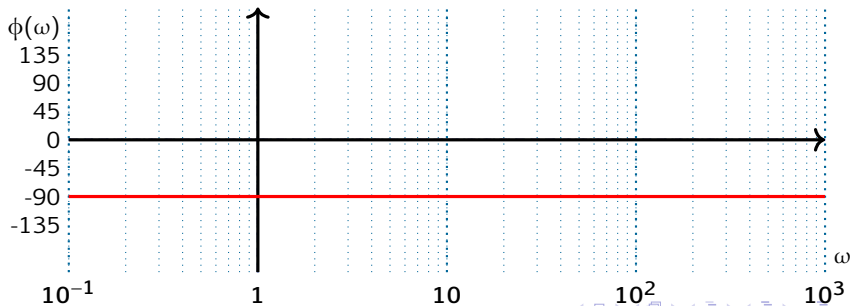
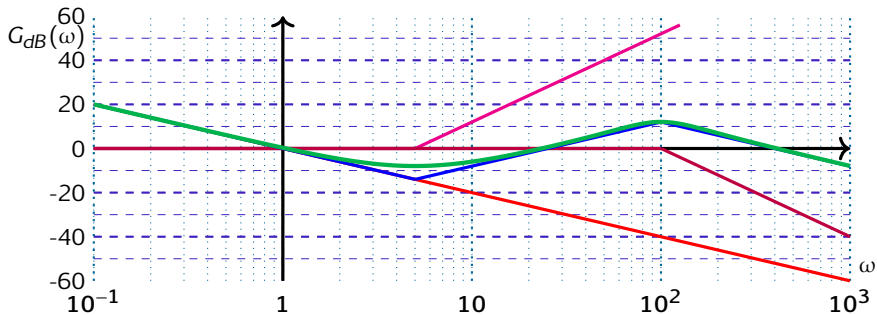


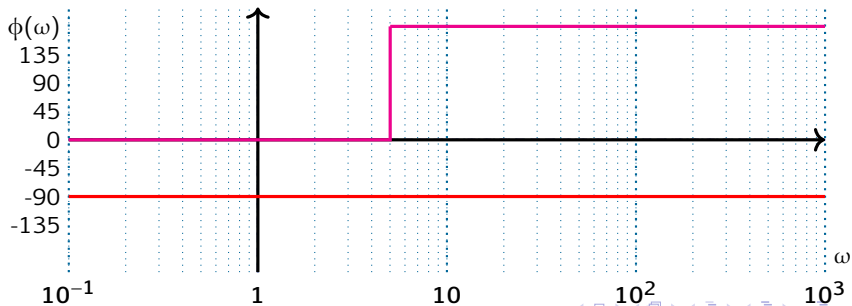
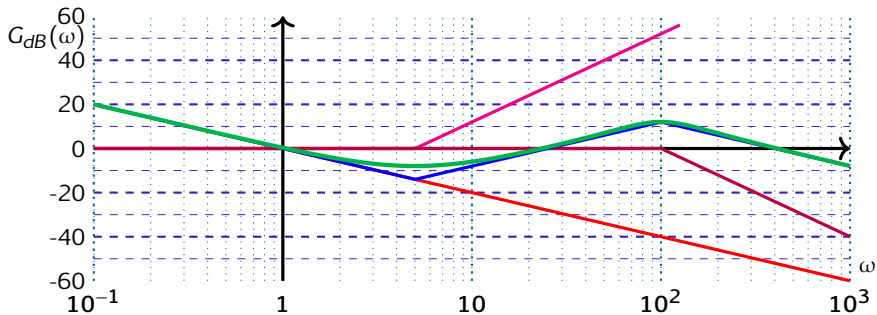


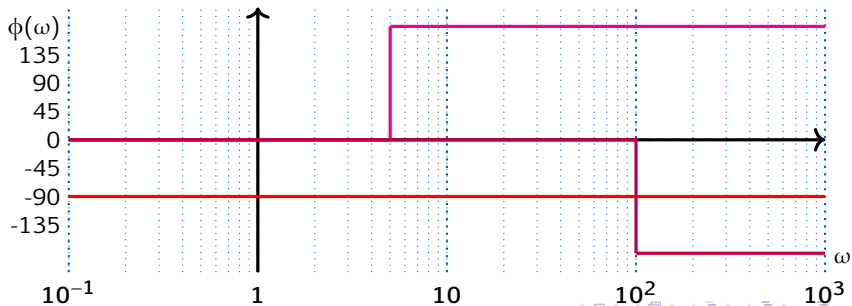
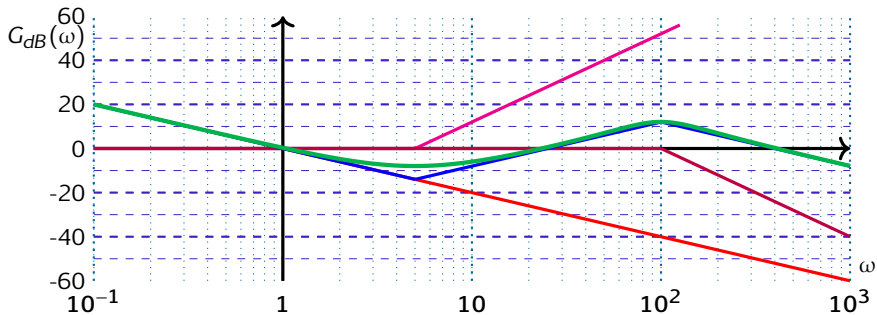


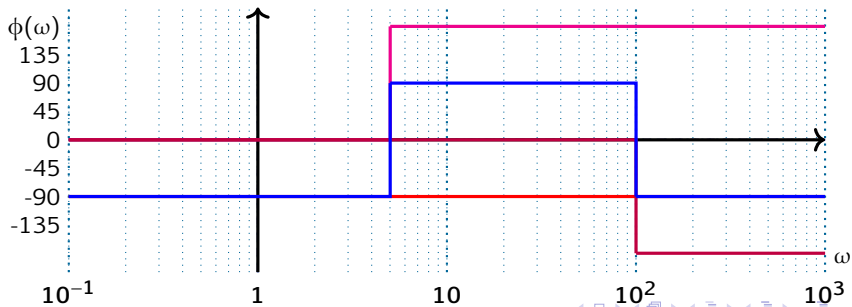
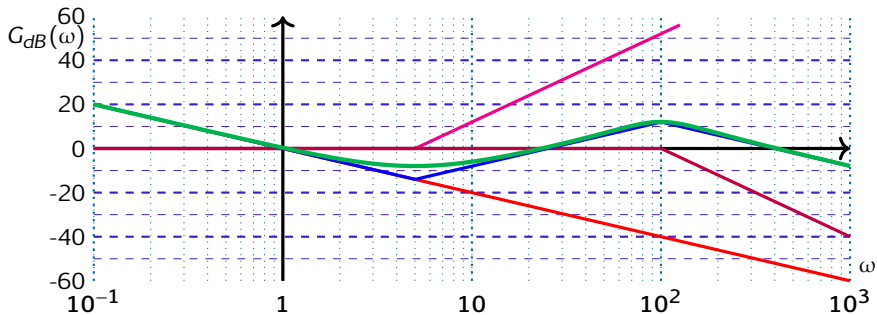


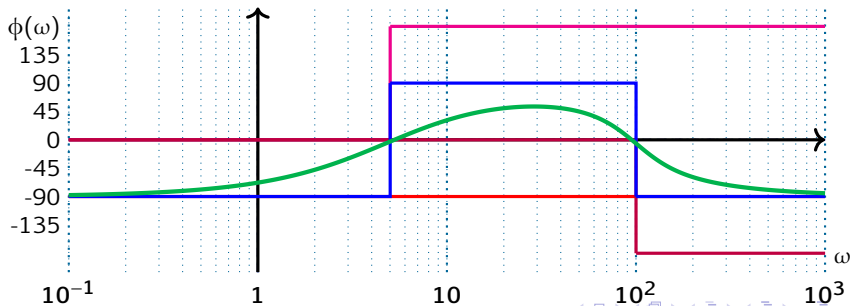
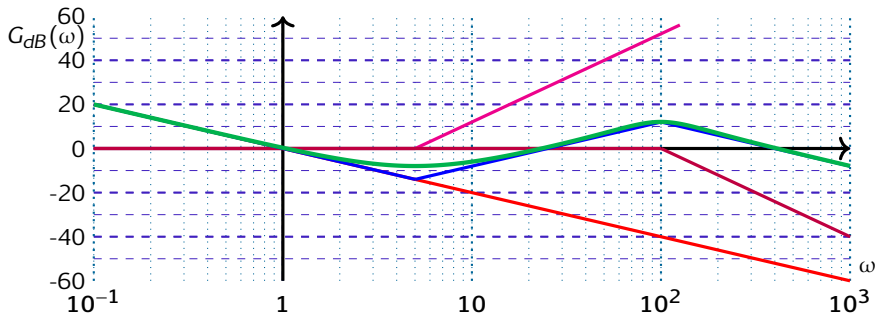












Sommaire

1 Diagrammes de Bode

2 Positionnement d'une antenne satellite

- Énoncé
- Étude du système avec correcteur proportionnel
- Étude du système avec correcteur proportionnel-dérivé

3 Diagrammes de Bode

Positionnement d'une antenne satellite



Positionnement d'une antenne satellite

Une antenne parabolique permet sur un satellite l'échange d'informations avec la terre. Cette antenne doit être précisément orientée vers les antennes sur terre. A cette fin, deux moteurs asservis en position assurent l'orientation angulaire. On se propose d'étudier l'un des asservissements.

Positionnement d'une antenne satellite

Une antenne parabolique permet sur un satellite l'échange d'informations avec la terre. Cette antenne doit être précisément orientée vers les antennes sur terre. A cette fin, deux moteurs asservis en position assurent l'orientation angulaire. On se propose d'étudier l'un des asservissements.

Le système est piloté par une tension de consigne U_c et assure une position angulaire θ de l'antenne.

Positionnement d'une antenne satellite

Une antenne parabolique permet sur un satellite l'échange d'informations avec la terre. Cette antenne doit être précisément orientée vers les antennes sur terre. A cette fin, deux moteurs asservis en position assurent l'orientation angulaire. On se propose d'étudier l'un des asservissements.

Le système est piloté par une tension de consigne U_c et assure une position angulaire θ de l'antenne.

Le comportement du moteur est modélisé par une fonction de transfert du premier ordre de gain $K_m = 11 \text{ rad/s/V}$ et de constante de temps $\tau_m = 5 \text{ ms}$.

Il est commandé par une tension U_m fournie par un amplificateur et admet en sortie la vitesse de rotation $\dot{\theta}$. L'amplificateur est modélisé par une fonction de transfert du premier ordre de gain $K_A = 50$ et de constante de temps $\tau_A = 0.5$ ms. Il est commandé par une tension V .

Il est commandé par une tension U_m fournie par un amplificateur et admet en sortie la vitesse de rotation $\dot{\theta}$. L'amplificateur est modélisé par une fonction de transfert du premier ordre de gain $K_A = 50$ et de constante de temps $\tau_A = 0.5$ ms. Il est commandé par une tension V .

Un correcteur de fonction de transfert $C(p)$ est placé en amont de l'amplificateur et adapte la tension ε en une tension V pour commander l'amplificateur.

Il est commandé par une tension U_m fournie par un amplificateur et admet en sortie la vitesse de rotation $\dot{\theta}$. L'amplificateur est modélisé par une fonction de transfert du premier ordre de gain $K_A = 50$ et de constante de temps $\tau_A = 0.5$ ms. Il est commandé par une tension V .

Un correcteur de fonction de transfert $C(p)$ est placé en amont de l'amplificateur et adapte la tension ε en une tension V pour commander l'amplificateur.

Un capteur de gain $K_c = 2$ V/rad assure la chaîne de retour en mesurant θ et fournit une tension e . La mesure est comparée à la consigne U_c tel que $\varepsilon = U_c - e$.

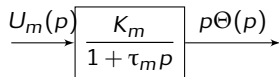
Etude du système avec correcteur proportionnel

Q - 3 : *Tracer le schéma bloc du système.*

Traduction de l'énoncé

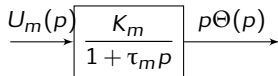
- L'entrée est $U_c(p)$ et la sortie $\Theta(p)$

- L'entrée est $U_c(p)$ et la sortie $\Theta(p)$

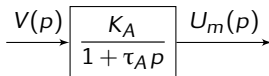


- Comportement du moteur

- L'entrée est $U_c(p)$ et la sortie $\Theta(p)$

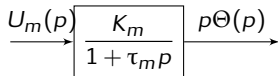


- Comportement du moteur

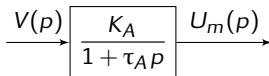


- Amplificateur

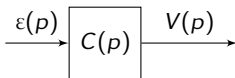
- L'entrée est $U_c(p)$ et la sortie $\Theta(p)$



- Comportement du moteur

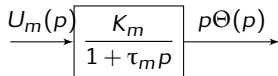


- Amplificateur

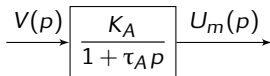


- Correcteur

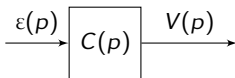
- L'entrée est $U_c(p)$ et la sortie $\Theta(p)$



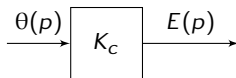
- Comportement du moteur



- Amplificateur

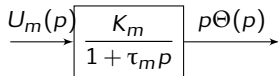


- Correcteur

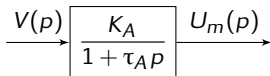


- Capteur de gain

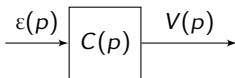
- L'entrée est $U_c(p)$ et la sortie $\Theta(p)$



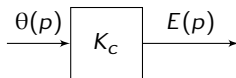
- Comportement du moteur



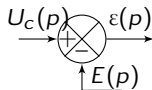
- Amplificateur



- Correcteur



- Capteur de gain



- Comparateur

Schéma bloc



Schéma bloc

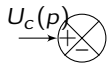


Schéma bloc



Schéma bloc

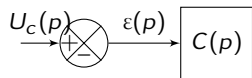


Schéma bloc

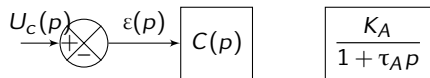


Schéma bloc

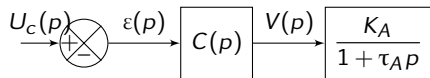


Schéma bloc

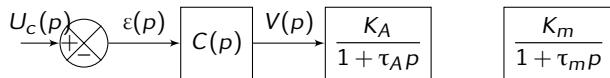


Schéma bloc

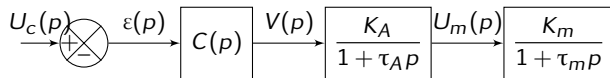


Schéma bloc

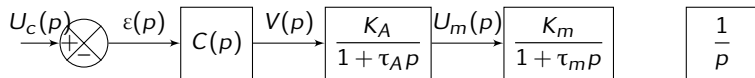


Schéma bloc

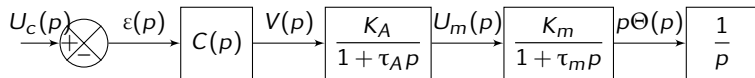


Schéma bloc

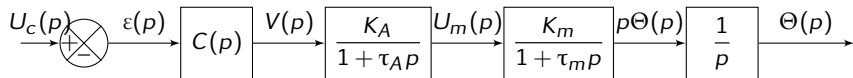


Schéma bloc

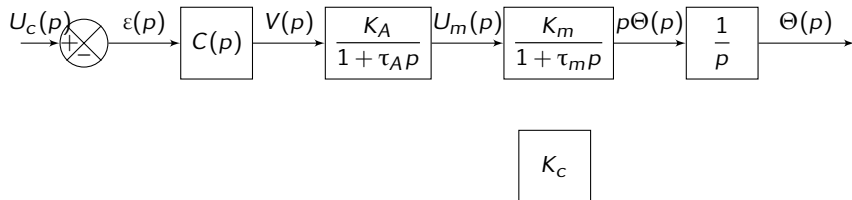


Schéma bloc

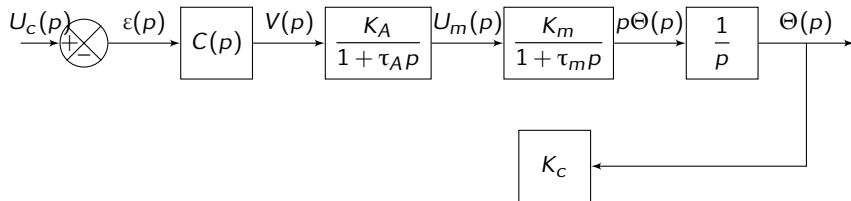
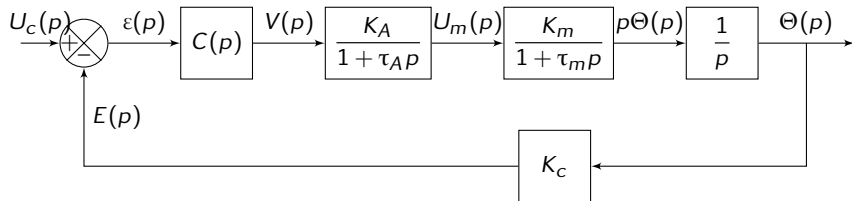


Schéma bloc



Q - 4 : Calculer la fonction de transfert en boucle ouverte puis la fonction de transfert en boucle fermée pour un correcteur proportionnel : $C(p) = K_p$.

Fonction de transfert en boucle ouverte

$$\begin{aligned} FTBO(p) &= K_p \cdot \frac{K_A}{1 + \tau_A p} \cdot \frac{K_m}{1 + \tau_m p} \cdot \frac{1}{p} \cdot K_c \\ &= \frac{K_p K_A K_m K_c}{p(1 + \tau_A p)(1 + \tau_m p)} \end{aligned}$$

Fonction de transfert en boucle fermée

$$\begin{aligned}
 FTBF(p) &= \frac{FTBO(p)/K_c}{1 + FTBO(p)} \\
 &= \frac{K_p K_A K_m}{p(1 + \tau_A p)(1 + \tau_m p)} \\
 &= \frac{1 + K_c \frac{K_p K_A K_m}{p(1 + \tau_A p)(1 + \tau_m p)}}{1 + K_c \frac{K_p K_A K_m}{p(1 + \tau_A p)(1 + \tau_m p)}} \\
 &= \frac{K_p K_A K_m}{p(1 + \tau_A p)(1 + \tau_m p) + K_c K_p K_A K_m}
 \end{aligned}$$

Q - 5 : *Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques de la fonction de transfert en boucle ouverte pour $K_P = 1$, $K_P = 2$ et $K_P = 4$.*

Les diagrammes de Bode sont au nombre de 2. Un pour représenter le gain de la fonction de transfert, l'autre pour la phase.

Diagramme de gain

$$\begin{aligned}G_{dB}(\omega) &= 20 \log(|FTBO(j\omega)|) \\&= 20 \log\left(\left|\frac{K_p K_A K_m K_c}{j\omega(1 + \tau_A j\omega)(1 + \tau_m j\omega)}\right|\right) \\&= 20 \log(K_p K_A K_m K_c) - 20 \log(\omega) \dots \\&\quad \dots - 20 \log\left(\sqrt{1 + \tau_A^2 \omega^2}\right) - 20 \log\left(\sqrt{1 + \tau_m^2 \omega^2}\right)\end{aligned}$$

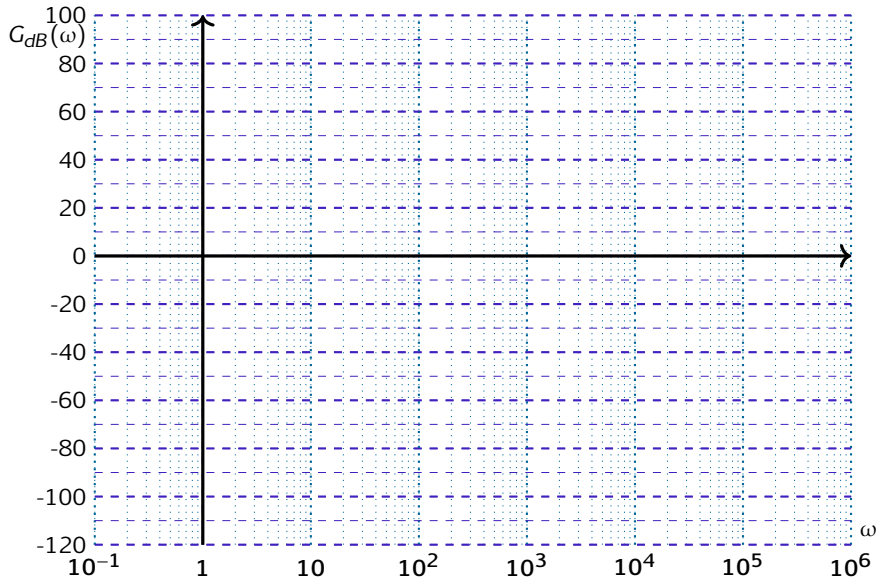
Diagramme de phase

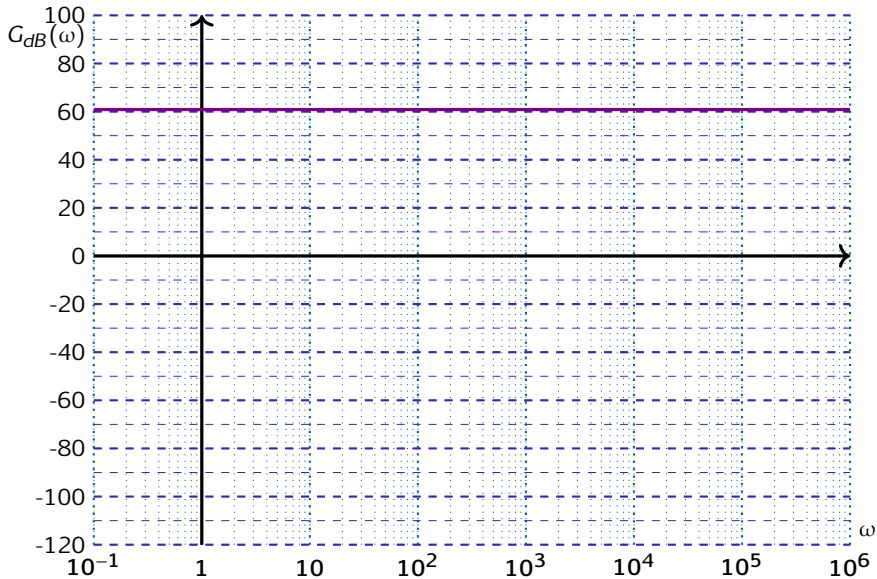
$$\begin{aligned}\varphi(\omega) &= \arg(H(j\omega)) \\ &= \arg\left(\frac{K_p K_A K_m K_c}{j\omega(1 + \tau_A j\omega)(1 + \tau_m j\omega)}\right) \\ &= -\frac{\pi}{2} - \arctan(\tau_A \omega) - \arctan(\tau_m \omega)\end{aligned}$$

Les constantes de temps associées à ce schéma bloc sont τ_A et τ_m qui nous procurent les pulsations

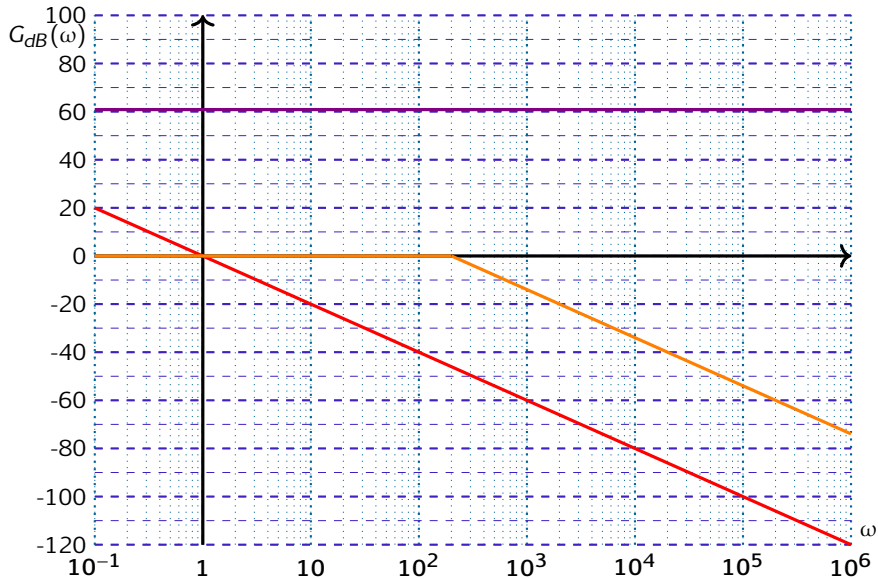
$$\omega_A = \frac{1}{\tau_A} = \frac{1}{0.0005} = 2000 \text{ rad/s}$$

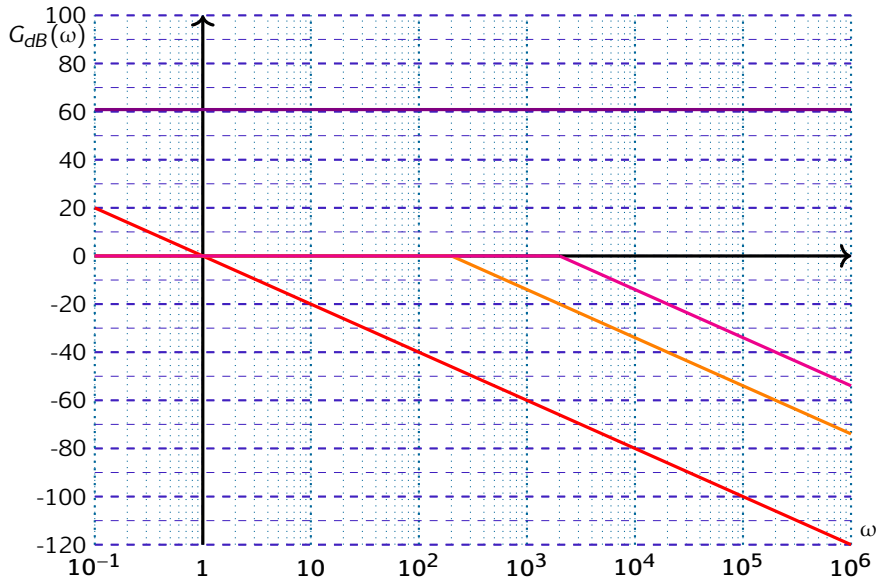
$$\omega_m = \frac{1}{\tau_m} = \frac{1}{0.005} = 200 \text{ rad/s}$$

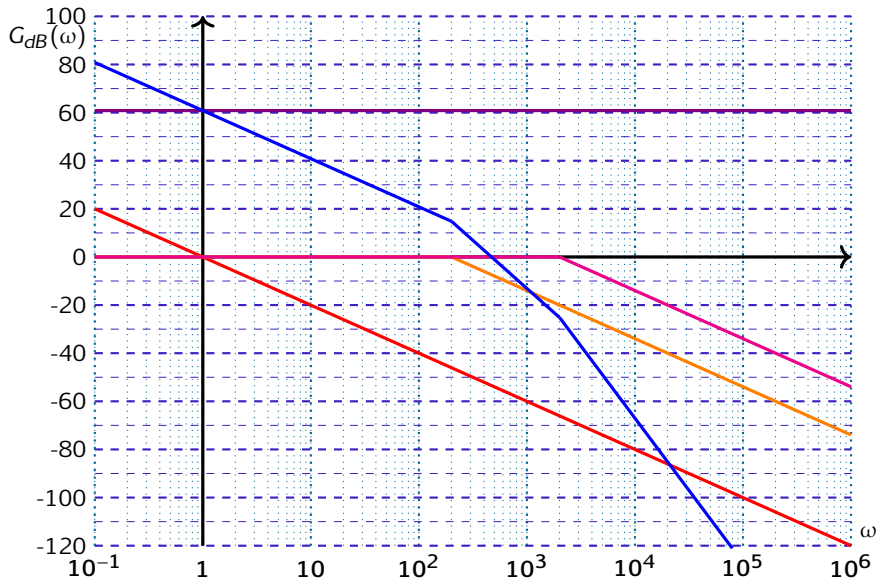


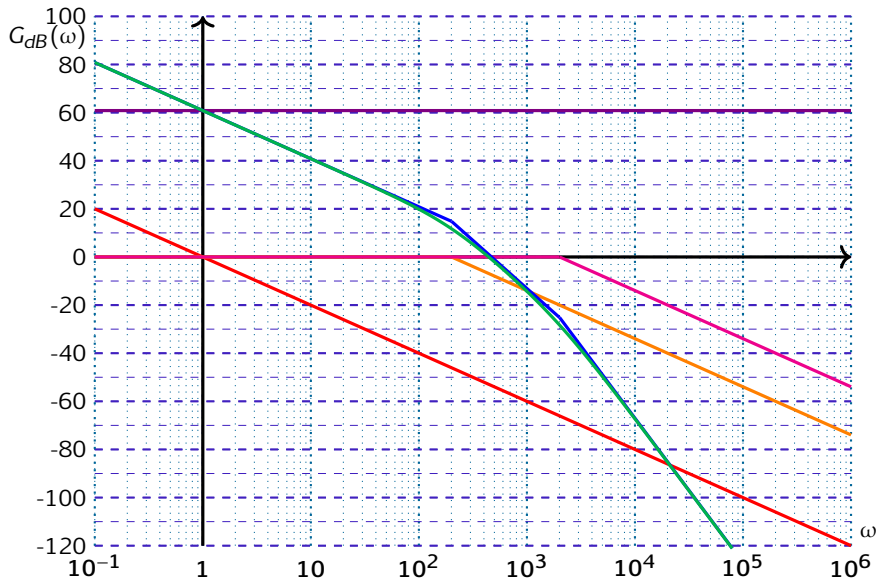


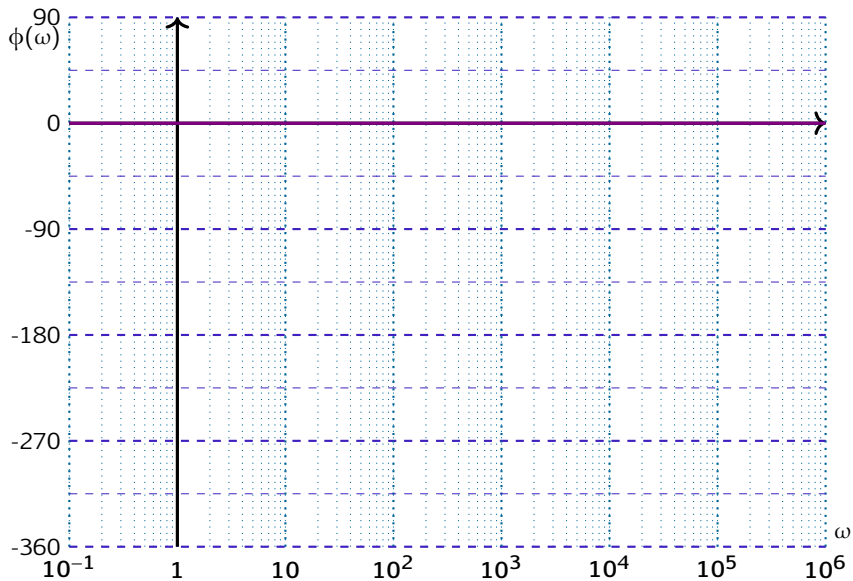


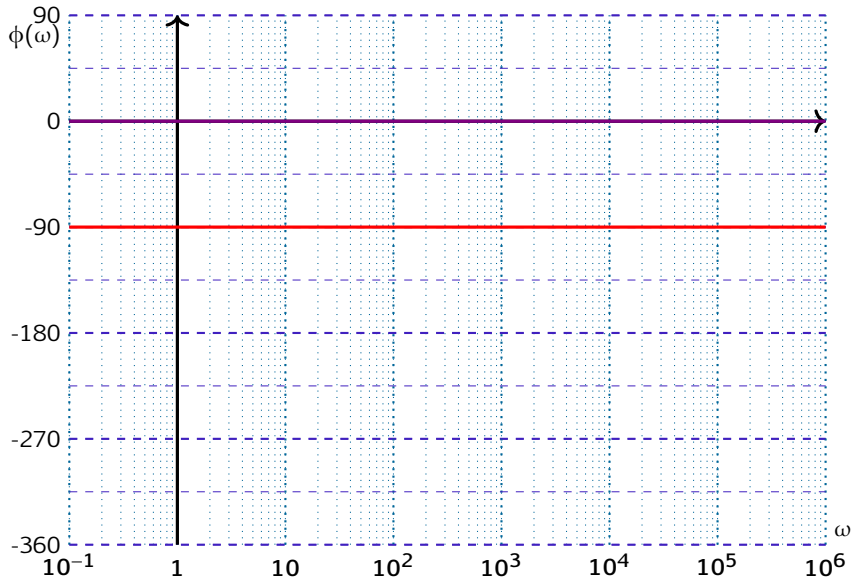


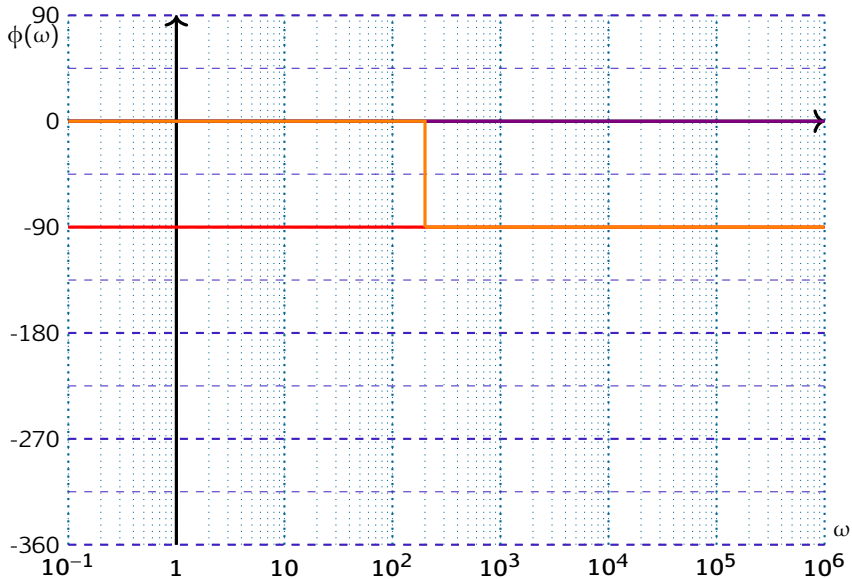


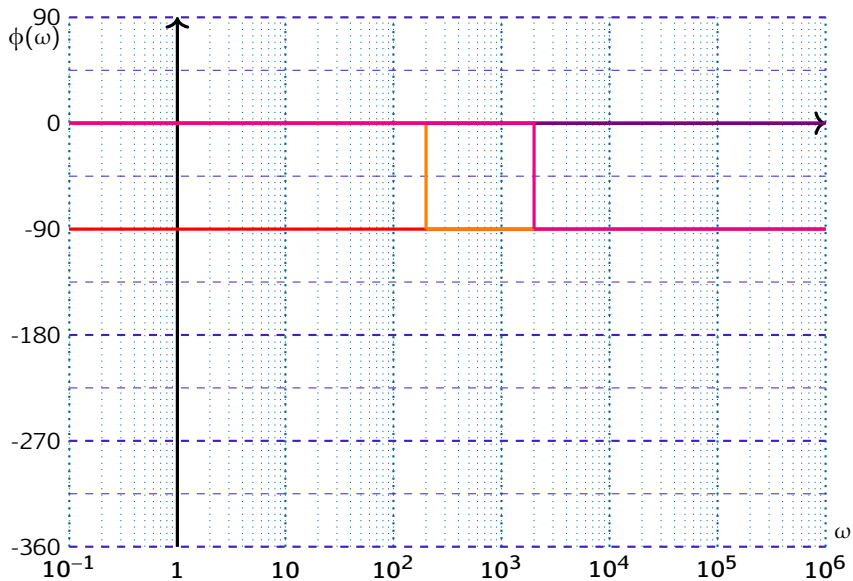


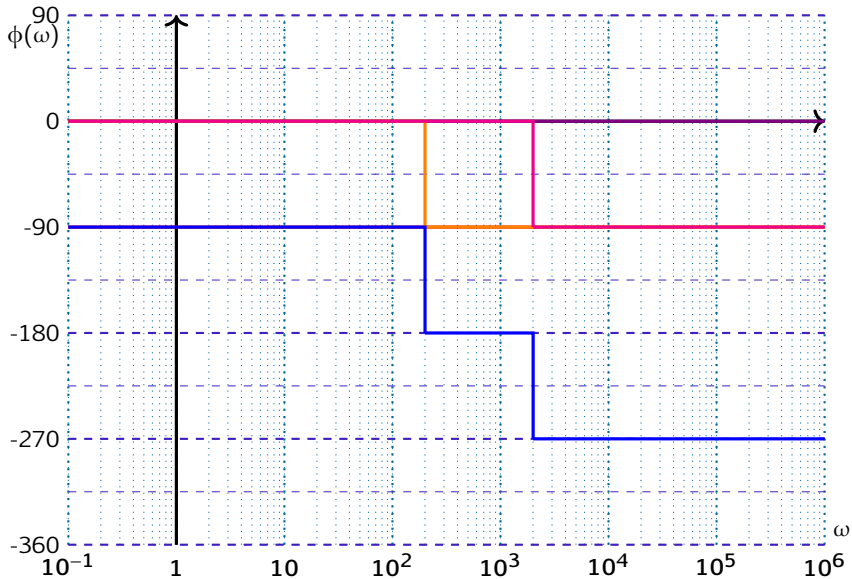


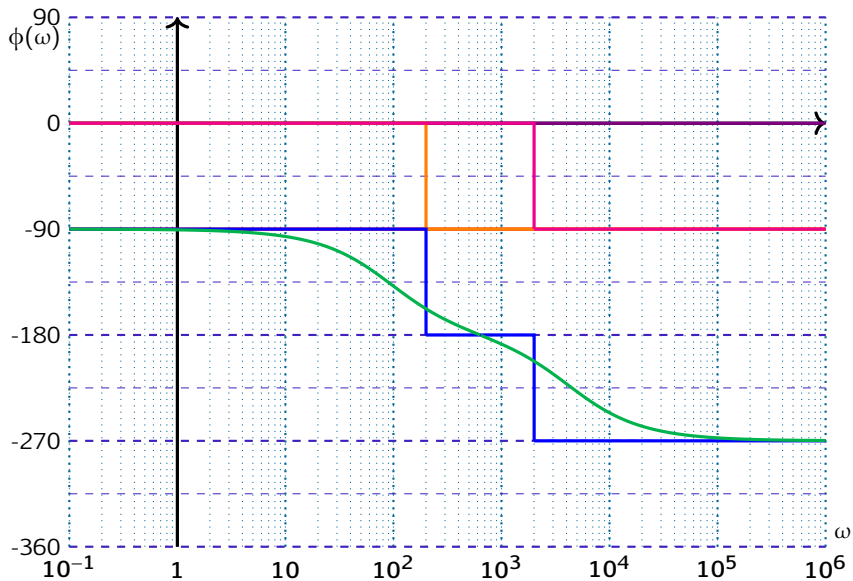


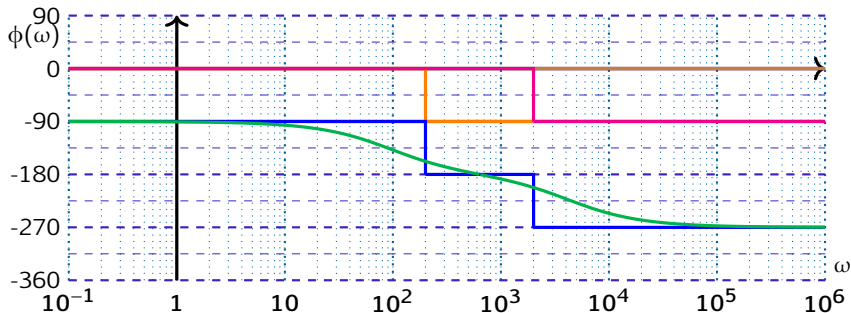
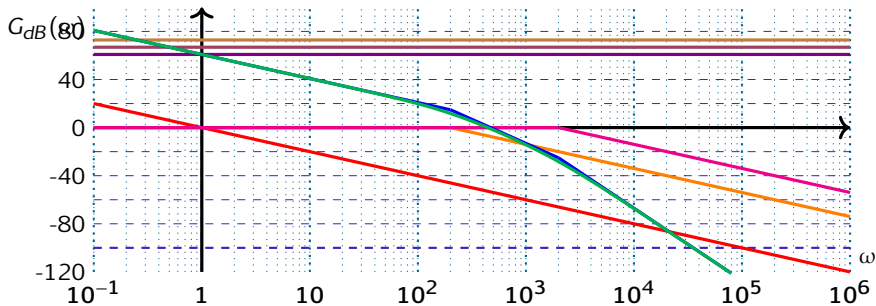








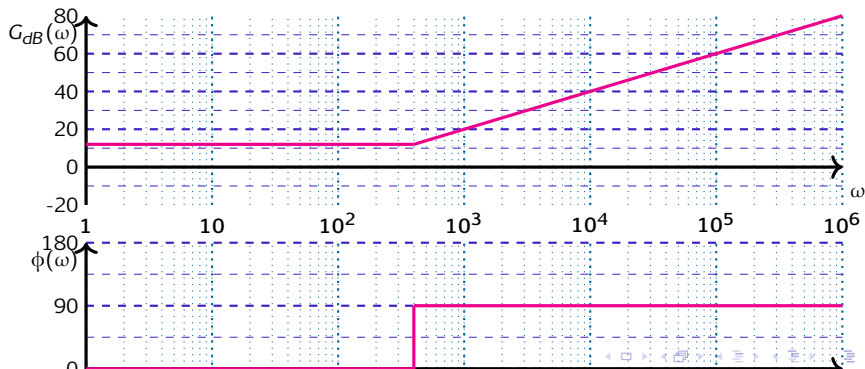




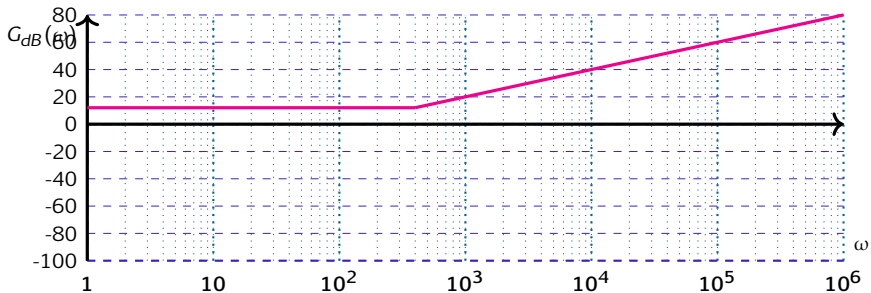
Étude du système avec correcteur proportionnel-dérivé

On choisit d'utiliser un correcteur proportionnel-dérivé :
 $C(p) = K_P + K_D \cdot p$ où $K_P = 4$ et $K_D = 0.01$.

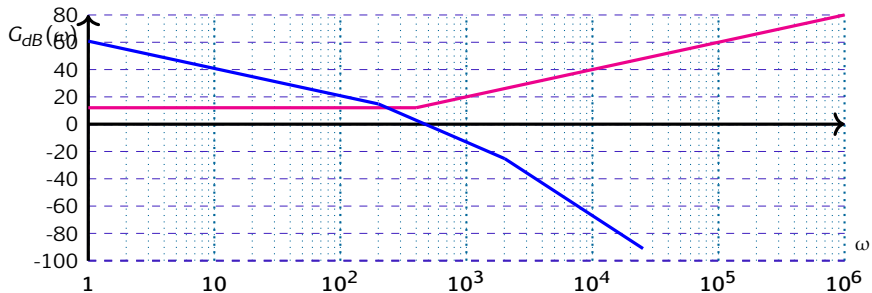
Q - 4 : Tracer le diagramme de Bode asymptotique du correcteur.



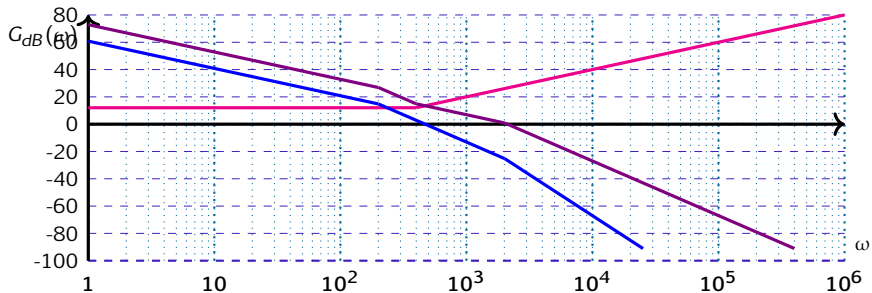
Q - 5 : Tracer le diagramme de Bode asymptotique du système en boucle ouverte avec le correcteur proportionnelle-dérivée.



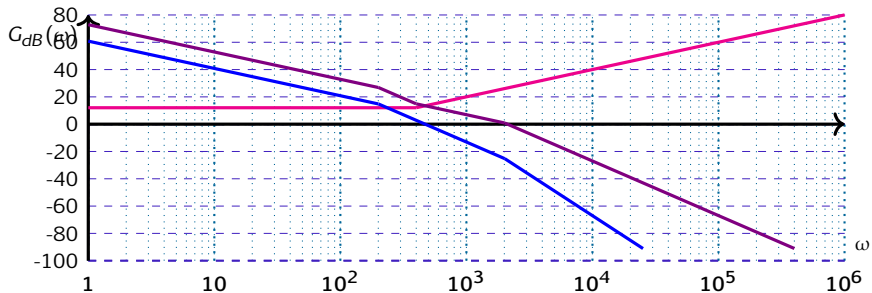
Q - 5 : Tracer le diagramme de Bode asymptotique du système en boucle ouverte avec le correcteur proportionnelle-dérivée.



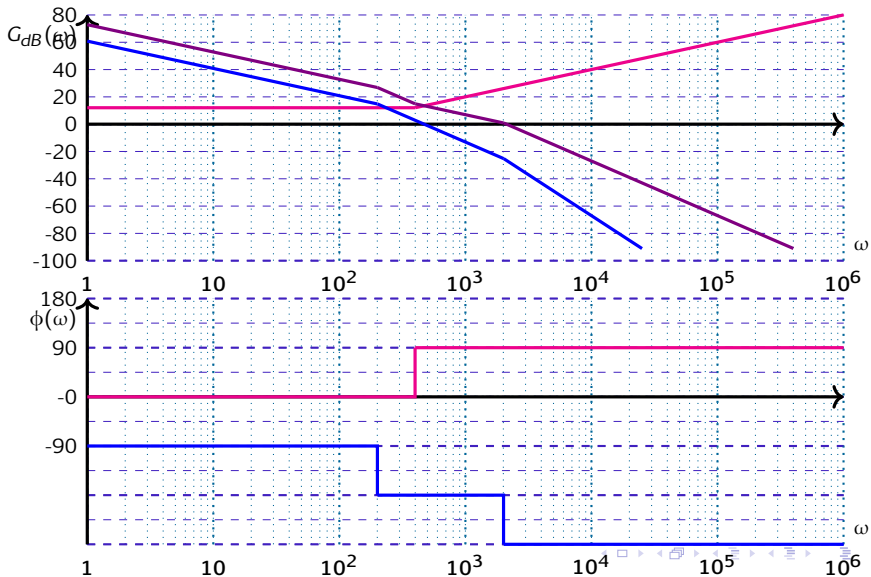
Q - 5 : Tracer le diagramme de Bode asymptotique du système en boucle ouverte avec le correcteur proportionnelle-dérivée.



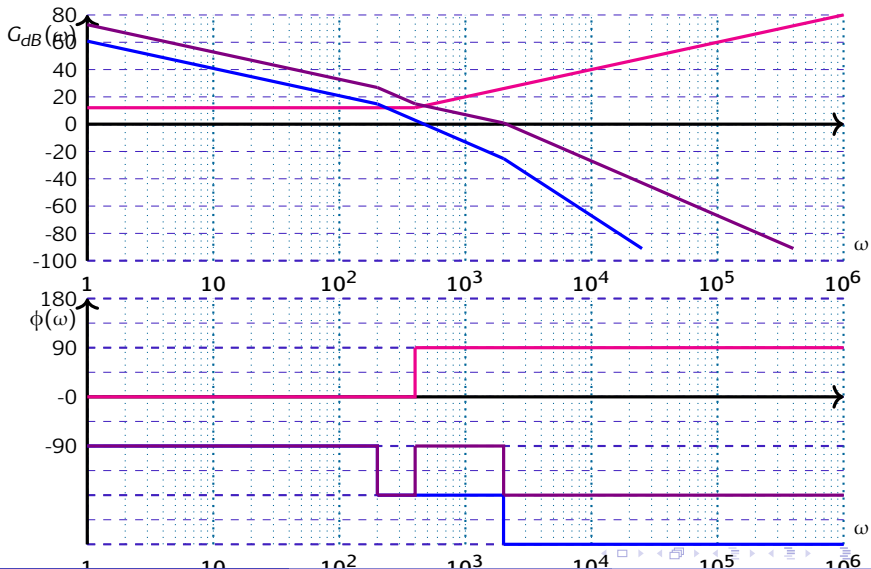
Q - 5 : Tracer le diagramme de Bode asymptotique du système en boucle ouverte avec le correcteur proportionnelle-dérivée.



Q - 5 : Tracer le diagramme de Bode asymptotique du système en boucle ouverte avec le correcteur proportionnelle-dérivée.



Q - 5 : Tracer le diagramme de Bode asymptotique du système en boucle ouverte avec le correcteur proportionnelle-dérivée.



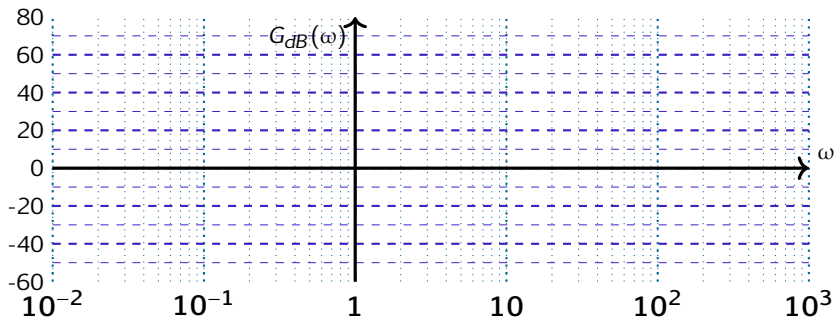
Sommaire

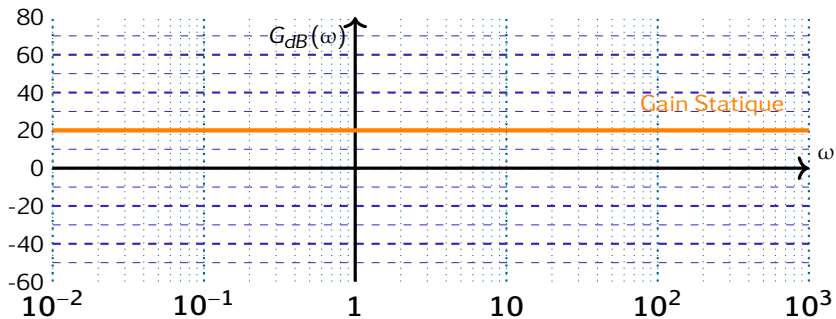
- 1 Diagrammes de Bode
- 2 Positionnement d'une antenne satellite
- 3 Diagrammes de Bode**
 - Cas $\xi = 0.5$
 - Cas $\xi = 0.001$

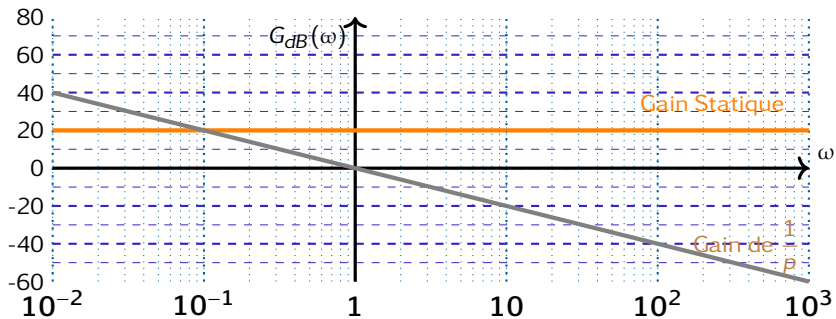
Q - 1 : *Tracer les diagrammes de Bode de la fonction de transfert suivante:*

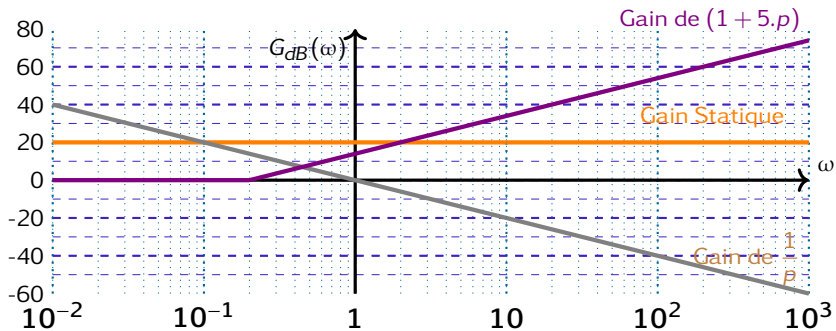
Q - 1 : Tracer les diagrammes de Bode de la fonction de transfert suivante:

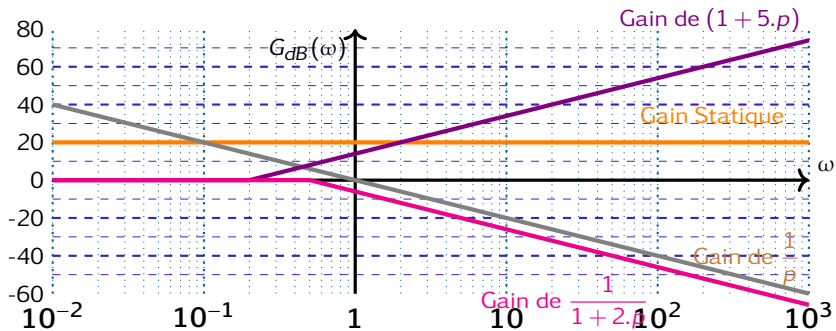
$$H(p) = \frac{10.(1 + 5.p)}{p.(1 + 2.p)}$$

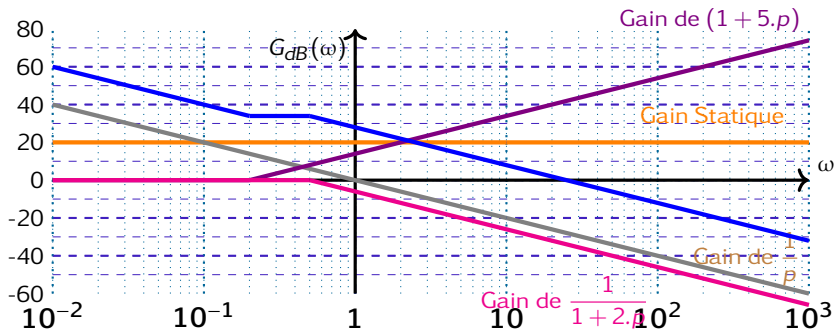


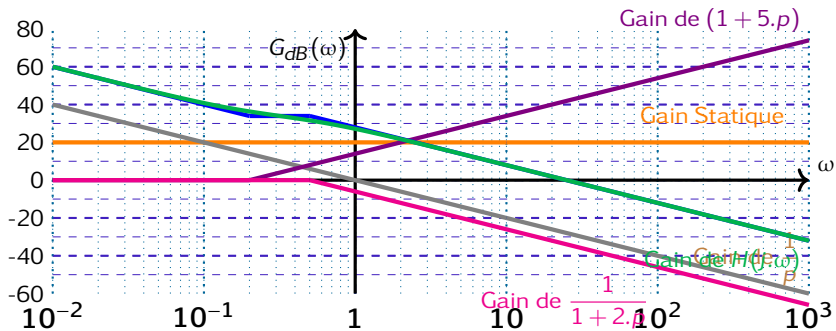


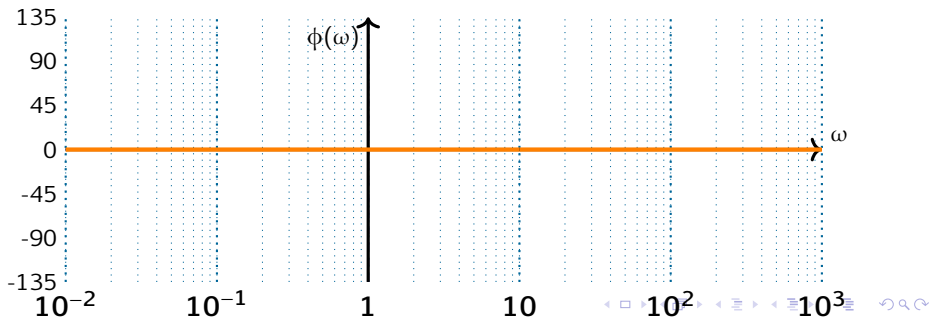
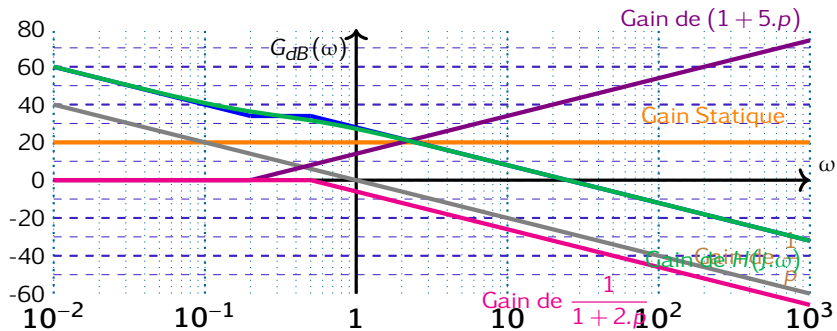


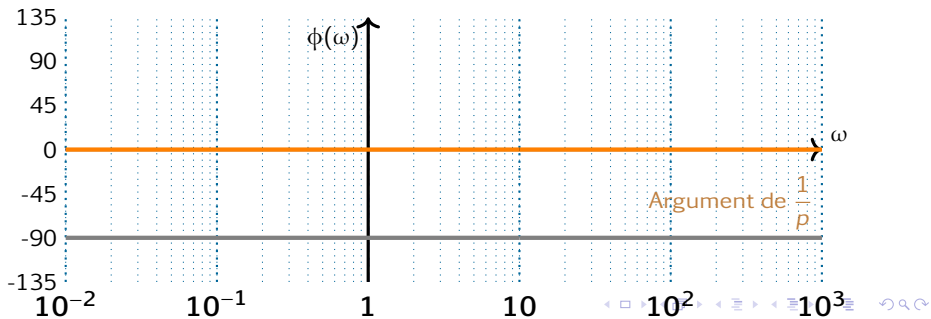
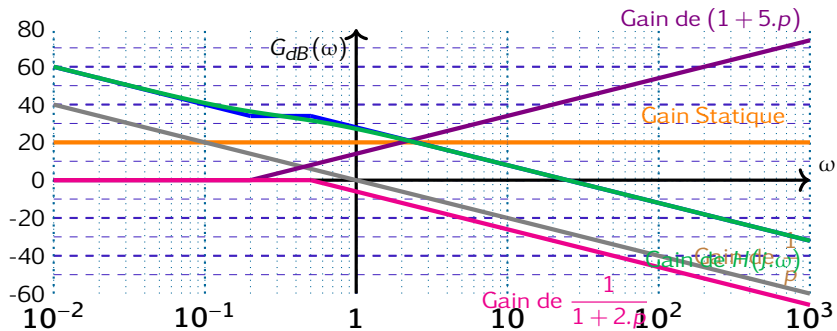


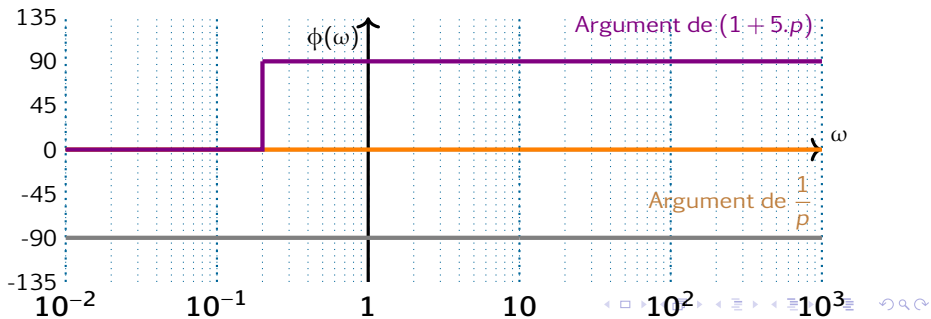
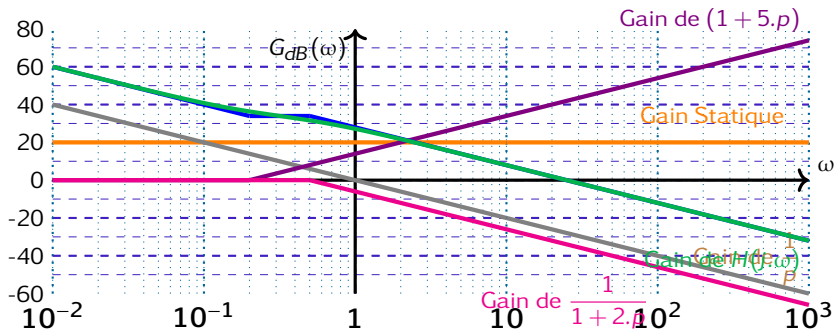


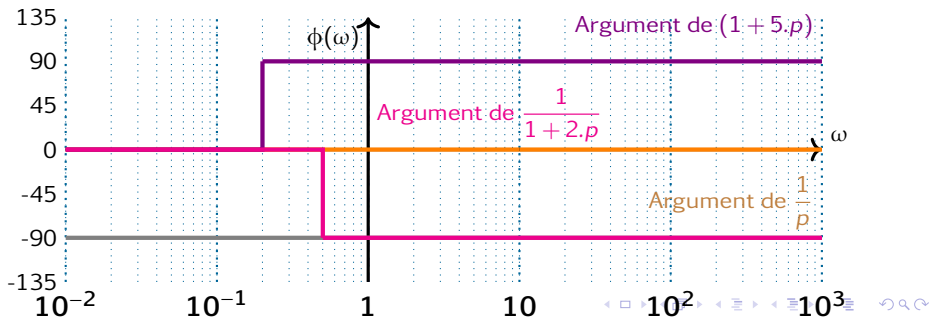
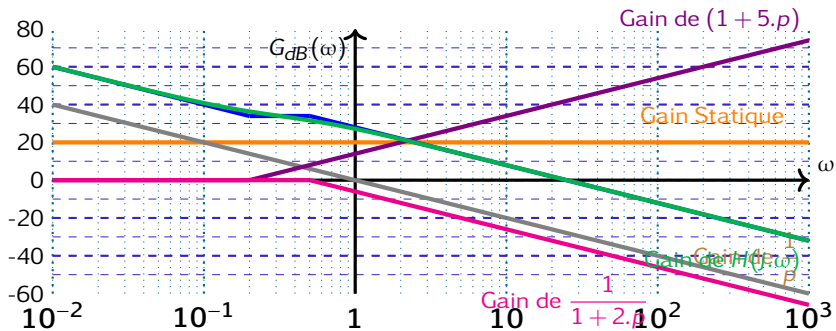


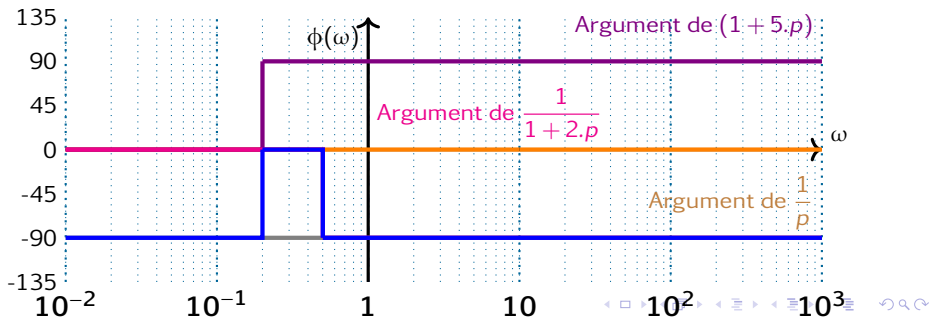
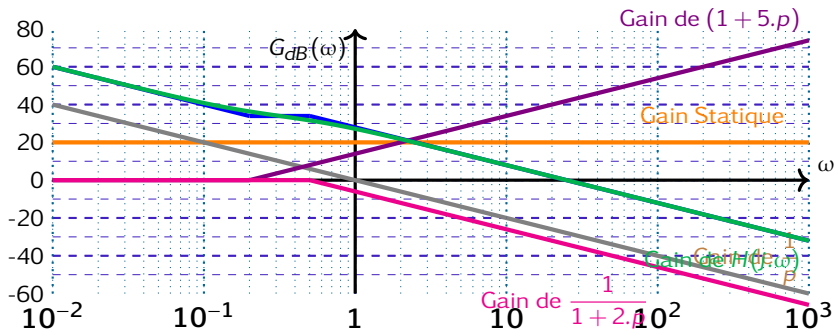


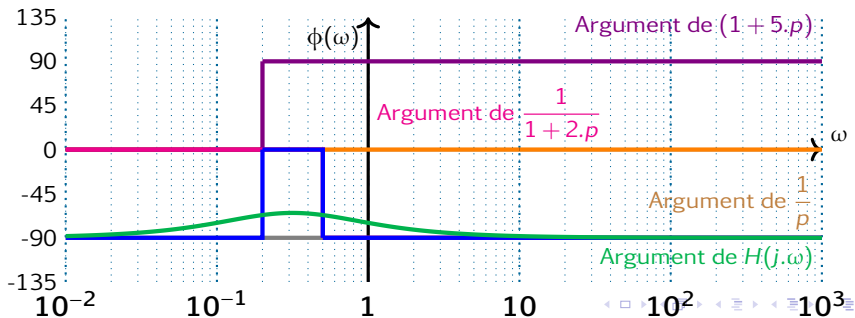
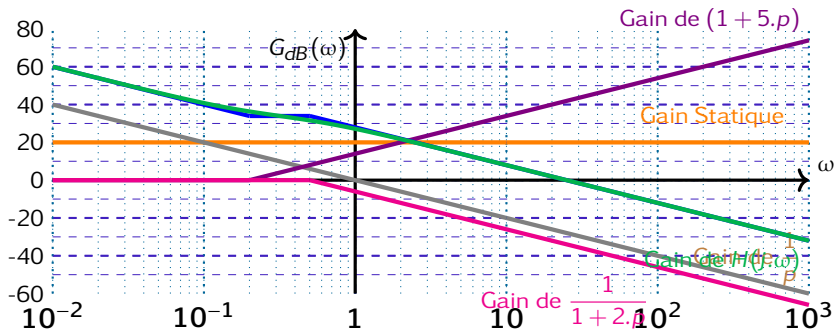












Q - 2 : Tracer les diagrammes de Bode de la fonction de transfert suivante:

$$H(p) = \frac{20.(1 + 0,5.p + 0,25.p^2)}{p^2.(1 + 0,01.p)}$$

