

Prévoir et vérifier les performances cinématiques des systèmes

Td CI-3-3

LYCÉE CARNOT - DIJON, 2023 - 2024

Germain Gondor

Sommaire

- 1 Torseurs
- 2 Bras télescopique
- 3 Centrifugeuse de laboratoire de Chimie
- 4 Manège de l'extrême !
- 5 Toit escamotable de 206 CC
- 6 Mécanisme à mouvement alternatif

Sommaire

- 1 Torseurs
 - Axe central
- 2 Bras télescopique
- 3 Centrifugeuse de laboratoire de Chimie
- 4 Manège de l'extrême !
- 5 Toit escamotable de 206 CC
- 6 Mécanisme à mouvement alternatif

Axe central

Soit E un espace vectoriel, muni d'un repère $\mathcal{R}(O; \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$. On donne :

- deux points A et B définis par leurs coordonnées respectives $(0, 0, 3)$ et $(6, 0, 0)$.
- un torseur \mathcal{T} défini par ses éléments de réduction en A :

$$\mathcal{T} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R} \\ \vec{M}(A) \end{array} \right\} \quad \text{avec } \vec{R} = \vec{y} \text{ et } \vec{M}(A) = 3.\vec{y} + 3.\vec{z}$$

Q - 1 : Définir les éléments de réduction de \mathcal{T} en O et en B .

Q - 2 : Calculer et comparer $\vec{R}.\vec{M}(O)$, $\vec{R}.\vec{M}(A)$ et $\vec{R}.\vec{M}(B)$.

Q - 3 : Déterminer l'axe central de \mathcal{T} . Préciser son intersection avec le plan (O, \vec{x}, \vec{z}) .

Q - 4 : Représenter le repère en perspective cavalière et tracer les éléments de réduction de \mathcal{T} en A , ainsi que l'axe central. Préciser les propriétés de l'axe central d'un torseur.

Q - 1 : *Définir les éléments de réduction de \mathcal{T} en O et en B .*

Q - 1 : *Définir les éléments de réduction de \mathcal{T} en O et en B .*

Le vecteur Résultante est intrinsèque au champ de moments. Il ne change pas suivant le point de réduction.

Q - 1 : Définir les éléments de réduction de \mathcal{T} en O et en B .

Le vecteur Résultante est intrinsèque au champ de moments. Il ne change pas suivant le point de réduction.

En revanche, le moment en O est lié au moment en A par la relation du champ de moments:

$$\vec{M}(O) = \vec{M}(A) + \vec{OA} \wedge \vec{R} = 3.\vec{y} + 3.\vec{z} + 3.\vec{z} \wedge \vec{y} = 3.(-\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$$

Q - 1 : Définir les éléments de réduction de \mathcal{T} en O et en B .

Le vecteur Résultante est intrinsèque au champ de moments. Il ne change pas suivant le point de réduction.

En revanche, le moment en O est lié au moment en A par la relation du champ de moments:

$$\vec{M}(O) = \vec{M}(A) + \vec{OA} \wedge \vec{R} = 3.\vec{y} + 3.\vec{z} + 3.\vec{z} \wedge \vec{y} = 3.(-\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$$

de même pour B

$$\begin{aligned} \vec{M}(B) &= \vec{M}(A) + \vec{BA} \wedge \vec{R} \\ &= 3.\vec{y} + 3.\vec{z} + (-6.\vec{x} + 3.\vec{z}) \wedge \vec{y} = 3.(-\vec{x} + \vec{y} - \vec{z}) \end{aligned}$$

Q - 2 : Calculer et comparer $\vec{R} \cdot \vec{M}(O)$, $\vec{R} \cdot \vec{M}(A)$ et $\vec{R} \cdot \vec{M}(B)$.

Q - 2 : Calculer et comparer $\vec{R} \cdot \vec{M}(O)$, $\vec{R} \cdot \vec{M}(A)$ et $\vec{R} \cdot \vec{M}(B)$.

$$\vec{R} \cdot \vec{M}(O) = 3 \cdot \vec{y} \cdot (-\vec{x} + \vec{y} + \vec{z}) = 3$$

$$\vec{R} \cdot \vec{M}(A) = 3 \cdot \vec{y} \cdot (\vec{y} + \vec{z}) = 3$$

$$\vec{R} \cdot \vec{M}(B) = 3 \cdot \vec{y} \cdot (-\vec{x} + \vec{y} - \vec{z}) = 3$$

Q - 3 : Déterminer l'axe central de \mathcal{T} . Préciser son intersection avec le plan (O, \vec{x}, \vec{z}) .

Q - 3 : Déterminer l'axe central de \mathcal{T} . Préciser son intersection avec le plan (O, \vec{x}, \vec{z}) .

Nous connaissons la direction de l'axe centrale puisque \vec{R} est un vecteur directeur de cet axe. Reste à trouver un point de cet axe.

Q - 3 : Déterminer l'axe central de \mathcal{T} . Préciser son intersection avec le plan (O, \vec{x}, \vec{z}) .

Nous connaissons la direction de l'axe centrale puisque \vec{R} est un vecteur directeur de cet axe. Reste à trouver un point de cet axe.

Or la projection H d'un point A de l'espace affine sur l'axe central est donnée par la relation:

$$\overrightarrow{HA} = \frac{\vec{M}(A) \wedge \vec{R}}{\|\vec{R}\|^2}$$

Pour obtenir directement les coordonnées qui nous intéressent, prenons le point O

Q - 3 : Déterminer l'axe central de \mathcal{T} . Préciser son intersection avec le plan (O, \vec{x}, \vec{z}) .

Nous connaissons la direction de l'axe centrale puisque \vec{R} est un vecteur directeur de cet axe. Reste à trouver un point de cet axe.

Or la projection H d'un point A de l'espace affine sur l'axe central est donnée par la relation:

$$\overrightarrow{HA} = \frac{\vec{M}(A) \wedge \vec{R}}{\|\vec{R}\|^2}$$

Pour obtenir directement les coordonnées qui nous intéressent, prenons le point O

$$\overrightarrow{OH} = -\frac{\vec{M}(O) \wedge \vec{R}}{\|\vec{R}\|^2} = -\frac{3 \cdot (-\vec{x} + \vec{y} + \vec{z}) \wedge \vec{y}}{1^2} = 3 \cdot \vec{z} + 3 \cdot \vec{x}$$

Autre méthode

Q - 3 : Déterminer l'axe central de \mathcal{T} . Préciser son intersection avec le plan (O, \vec{x}, \vec{z}) .

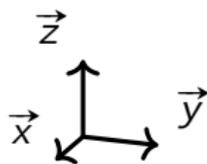
l'axe central = $\{I \in \varepsilon/\vec{R} \wedge \vec{M}(I) = \vec{0}\}$:

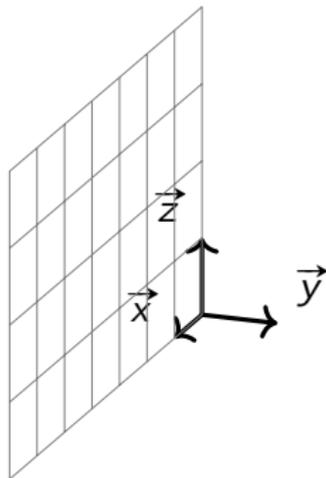
$$\begin{aligned}
 I = \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} &\Rightarrow \vec{M}(I) = \vec{M}(A) + \vec{IA} \wedge \vec{R} \\
 &= 3.\vec{y} + 3.\vec{z} + (-x.\vec{x} + (3-y).\vec{y} + (3-z).\vec{z}) \wedge \vec{y} \\
 &= (z-3).\vec{x} + 3.\vec{y} + (3-x).\vec{z}
 \end{aligned}$$

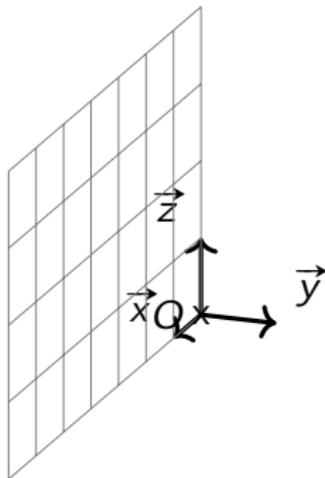
$$\begin{aligned}
 \vec{R} \wedge \vec{M}(I) &= \vec{y} \wedge [(z-3).\vec{x} + 3.\vec{y} + (3-x).\vec{z}] \\
 &= \begin{vmatrix} 3-x \\ 0 \\ 3-z \end{vmatrix} = \vec{0}
 \end{aligned}$$

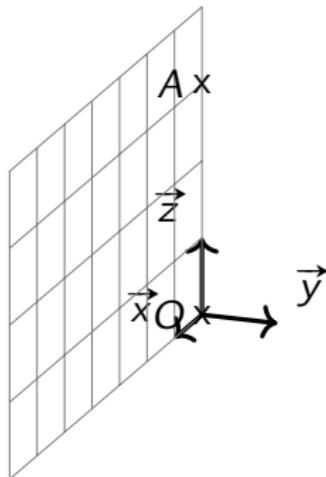
\Rightarrow l'axe central = $\{(3, y, 3)/y \in \mathbb{R}\}$

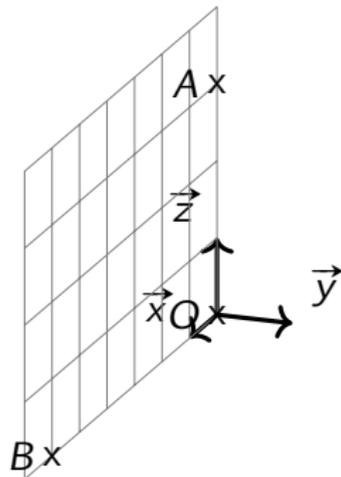
Q - 4 : Représenter le repère en perspective cavalière et tracer les éléments de réduction de \mathcal{T} en A , ainsi que l'axe central. Préciser les propriétés de l'axe central d'un torseur.

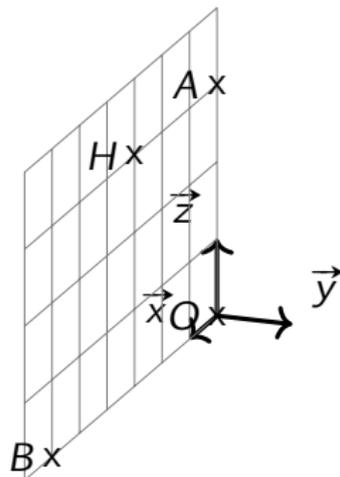


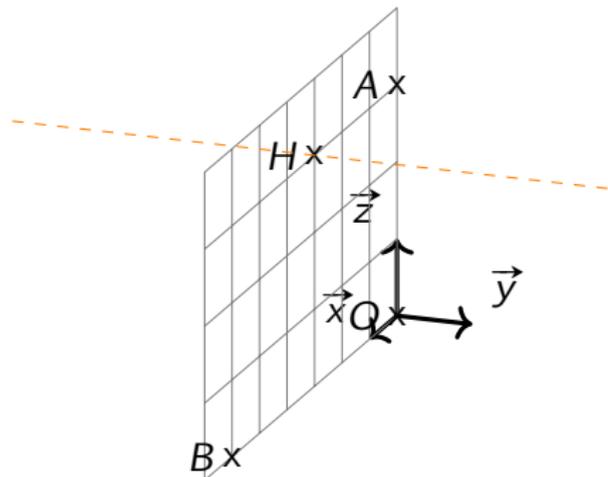


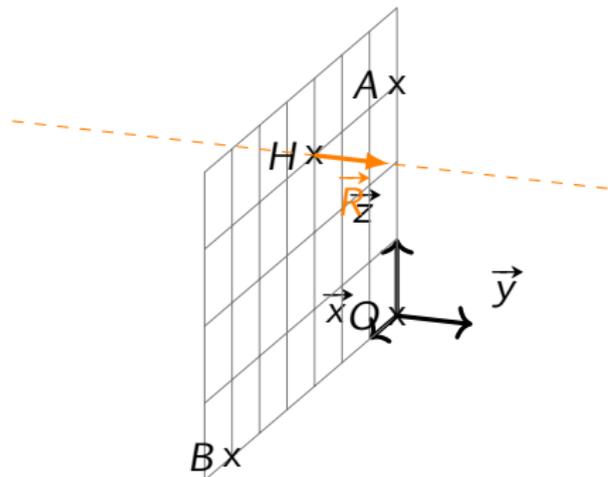


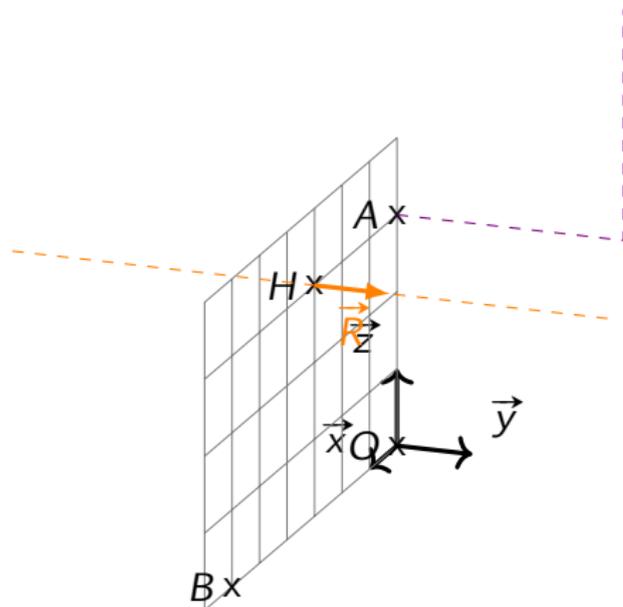


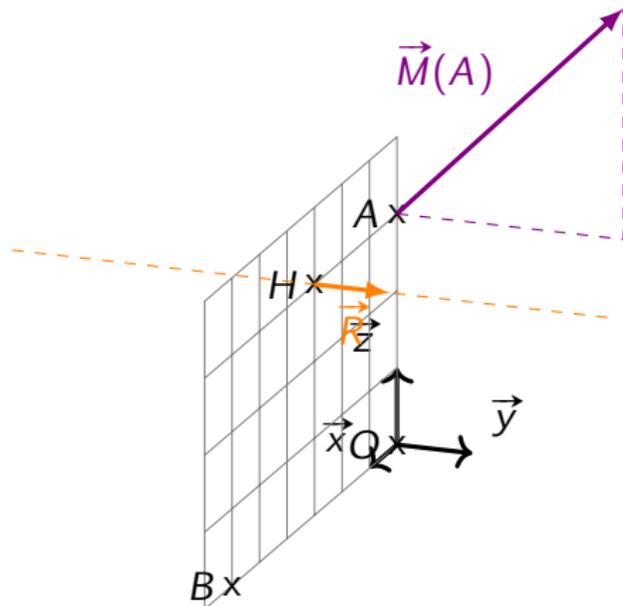


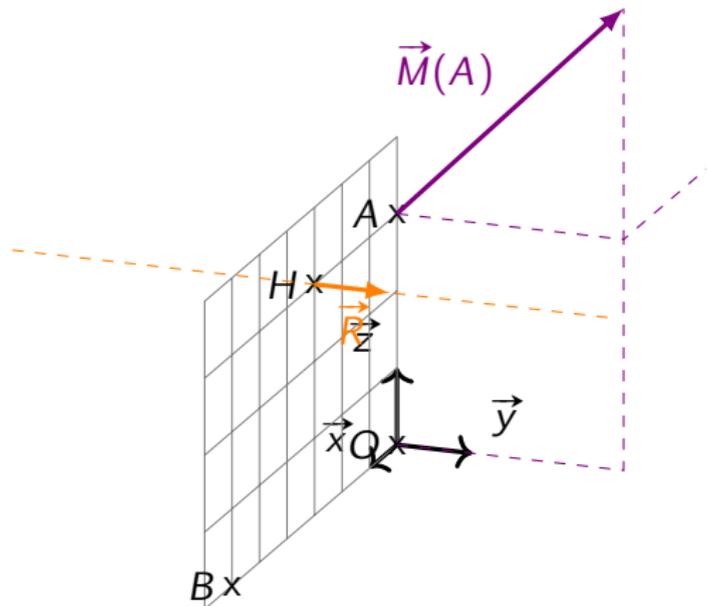


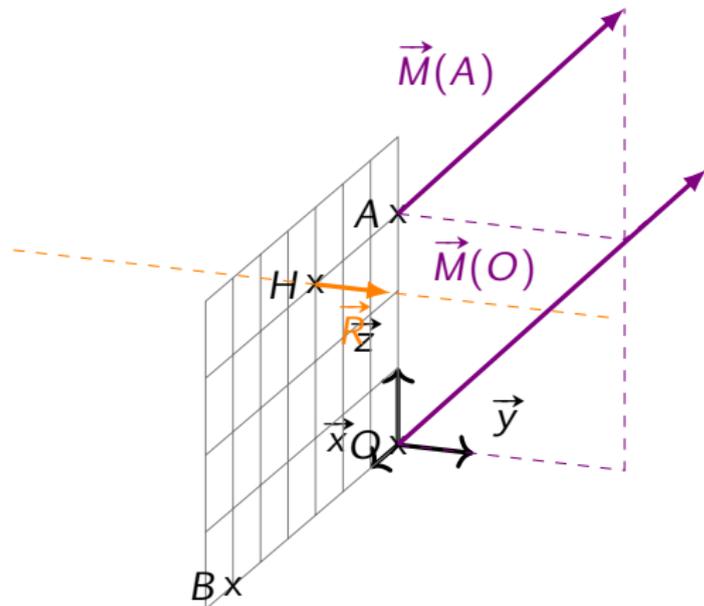


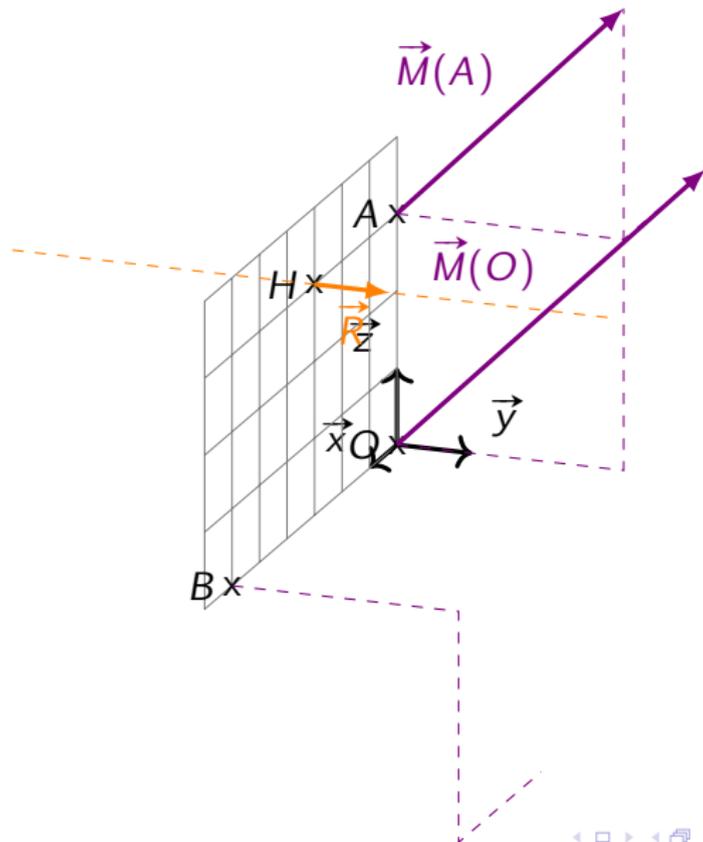


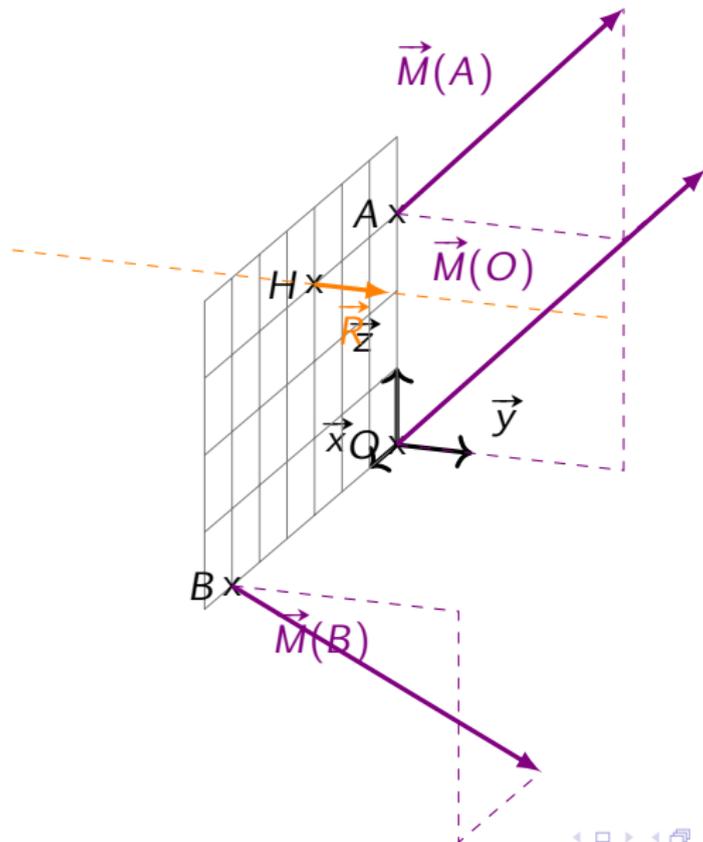


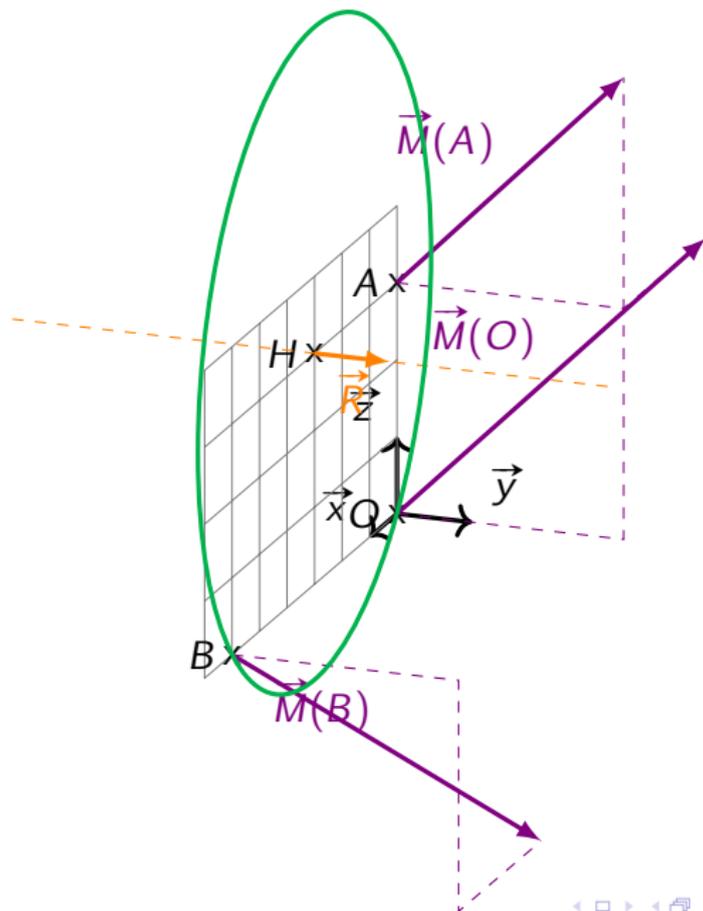


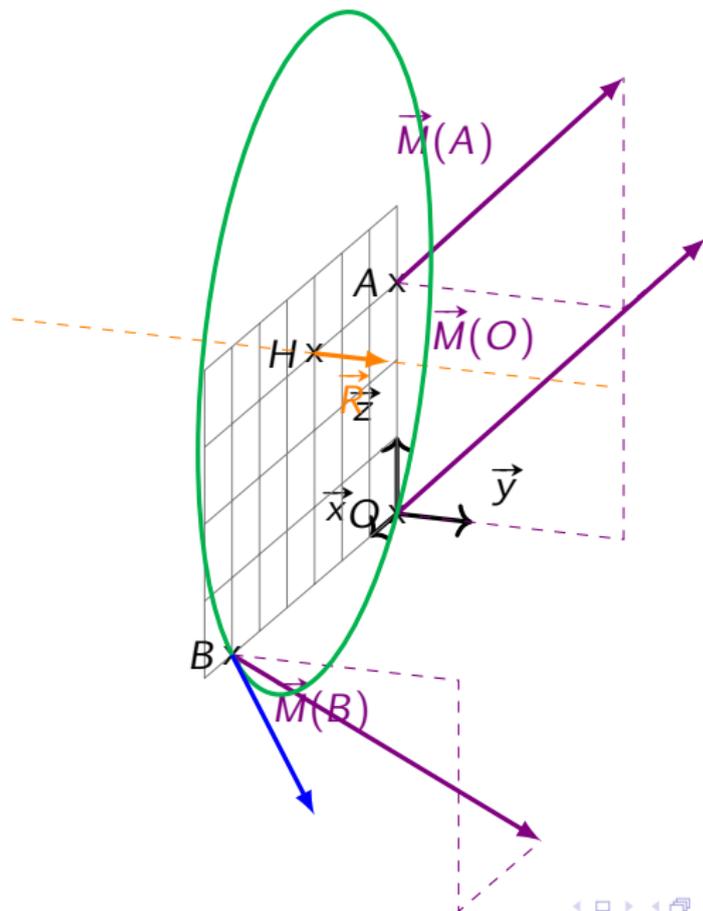


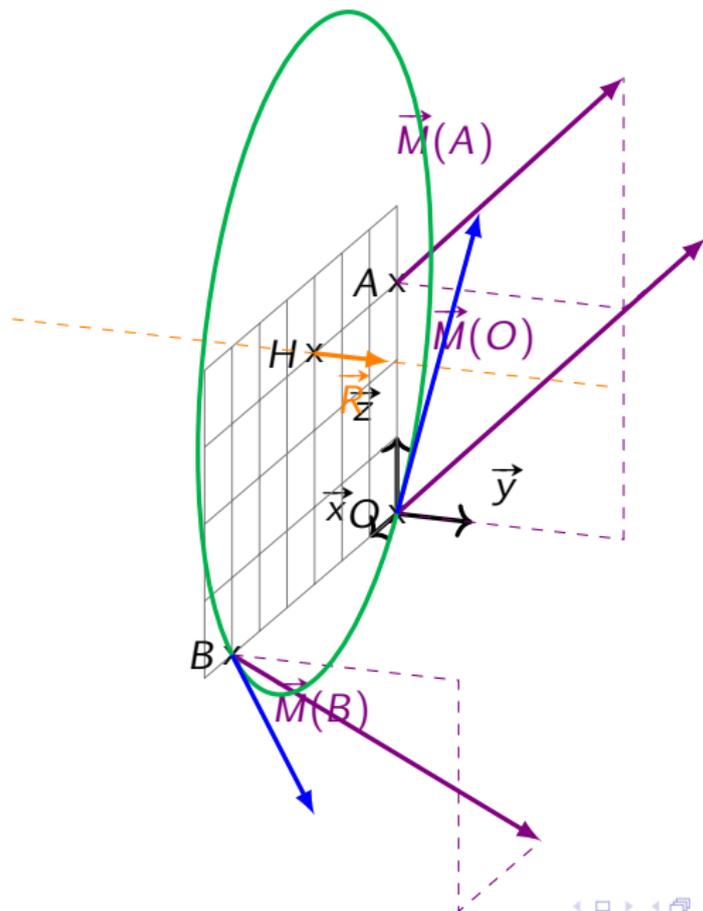


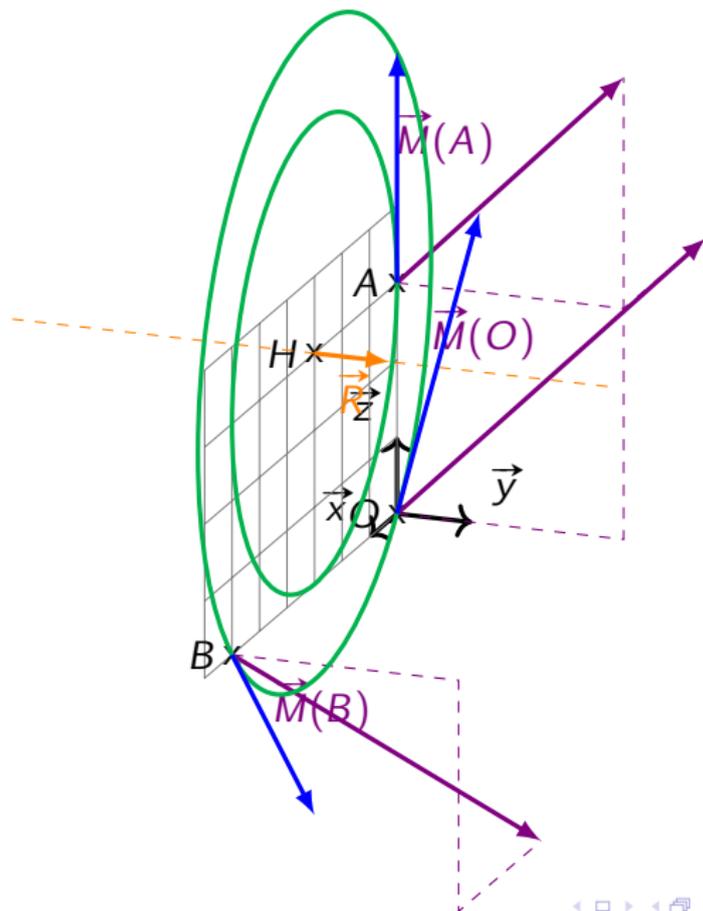






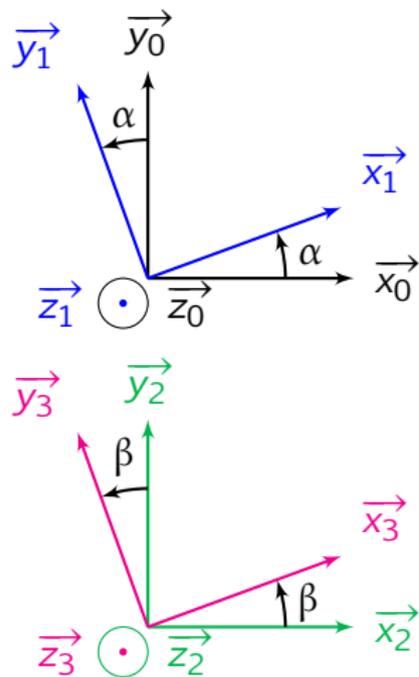
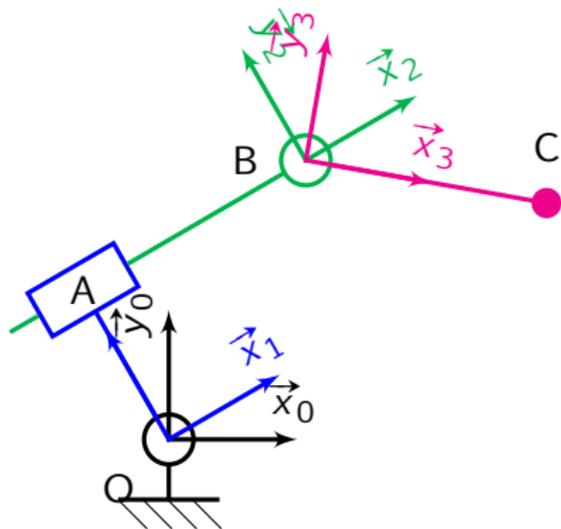






Sommaire

- 1 Torseurs
- 2 Bras télescopique**
- 3 Centrifugeuse de laboratoire de Chimie
- 4 Manège de l'extrême !
- 5 Toit escamotable de 206 CC
- 6 Mécanisme à mouvement alternatif



- Soit $\mathcal{R}(0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ un repère lié à (S_0) (fixe).
- Le solide (S_1) admet une rotation par rapport au solide (S_0) d'axe (O, \vec{z}_0) . $\mathcal{R}_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ un repère lié à (S_1) .
- Le solide (S_2) est en translation par rapport au solide (S_1) de direction (\vec{x}_1) . $\vec{AB} = \lambda(t) \cdot \vec{x}_1$. $\mathcal{R}_2(B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ un repère lié à (S_2) et $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1) = (\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$
- Le solide (S_3) admet une rotation par rapport au solide (S_2) d'axe (B, \vec{z}_0) . $\mathcal{R}_3(B, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ un repère lié à (S_3) .

Posons $\alpha(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$ et $\beta(t) = (\vec{x}_2, \vec{x}_3) = (\vec{y}_2, \vec{y}_3)$.
 $\vec{OA} = L \cdot \vec{y}_1$ et $\vec{BC} = R \cdot \vec{x}_3$.

Sommaire

- 1 Torseurs
- 2 Bras télescopique
- 3 Centrifugeuse de laboratoire de Chimie**
- 4 Manège de l'extrême !
- 5 Toit escamotable de 206 CC
- 6 Mécanisme à mouvement alternatif

Centrifugeuse de laboratoire de Chimie

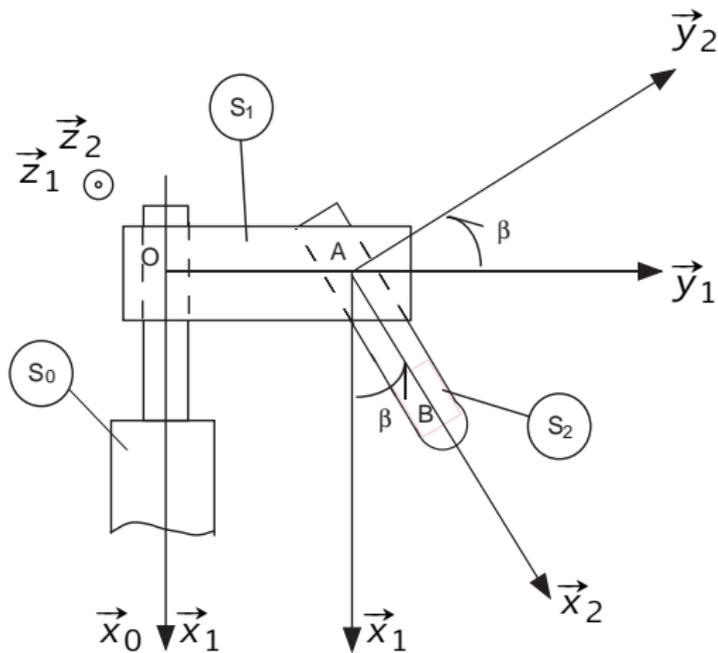
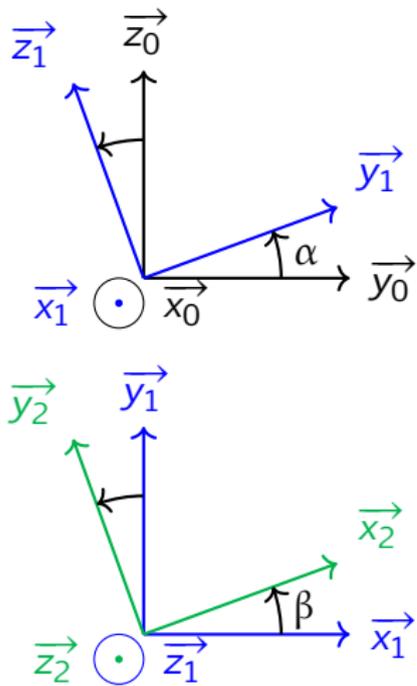
On considère une centrifugeuse composée d'un bâti (S_0), d'un bras (S_1) et d'une éprouvette (S_2) qui peut contenir deux liquides de masses volumiques différentes.

Sous l'effet centrifuge dû à la rotation du bras (S_1), l'éprouvette (S_2) s'incline pour se mettre pratiquement dans l'axe du bras et le liquide dont la masse volumique est la plus élevée va au fond de l'éprouvette. Ainsi la séparation des deux liquides est réalisée.

Soit $\mathcal{R}_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ un repère lié à (S_0) (fixe). Les solide (S_1) admet une rotation par rapport au solide (S_0) d'axe (O, \vec{x}) . $\mathcal{R}_1 = (A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ un repère lié à (S_1) . Posons $\alpha = (\vec{y}, \vec{y}_1)$ avec $\alpha = \omega.t$ et ω étant une constante positive exprimée en radians par seconde. On pose $\vec{OA} = a.\vec{y}_1$.

Le solide (S_2) admet une rotation par rapport à (S_1) d'axe (A, \vec{z}_1) telle que $\mathcal{R}_2 = (A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ soit lié à (S_2) . On pose $\beta = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$, β étant une fonction du temps inconnue. Soit B le centre d'inertie de (S_2) tel que $\vec{AB} = b.\vec{x}_2$ (b constante positive exprimée en mètre).

Soit B le centre d'inertie de (S_2) tel que $\vec{AB} = b.\vec{x}_2$ (b constante positive exprimée en mètre).



Q - 1 : Déterminer les vecteurs taux de rotation $\vec{\Omega}_{(1/0)}$ du solide (S_1) par rapport au solide (S_0), $\vec{\Omega}_{(2/1)}$ de S_2/S_1 et $\vec{\Omega}_{(2/0)}$ de S_2/S_0 .

Q - 2 : Donner la vitesse en O du solide S_1 par rapport au solide S_0 .

Q - 3 : Déterminer $\vec{V}_{(A,1/0)}$, la vitesse en A du solide S_1 par rapport au solide S_0 .

Q - 4 : Donner $\vec{V}_{(A,2/1)}$, la vitesse en A du solide S_2 par rapport au solide S_1 .
En déduire $\vec{V}_{(A,S_2/S_0)}$.

Q - 5 : Déterminer $\vec{V}_{(B,2/1)}$, la vitesse en B du solide S_2 par rapport au solide S_1 .

Q - 6 : Déterminer $\vec{V}_{(B,1/0)}$, la vitesse en B du solide S_1 par rapport au solide S_0 .

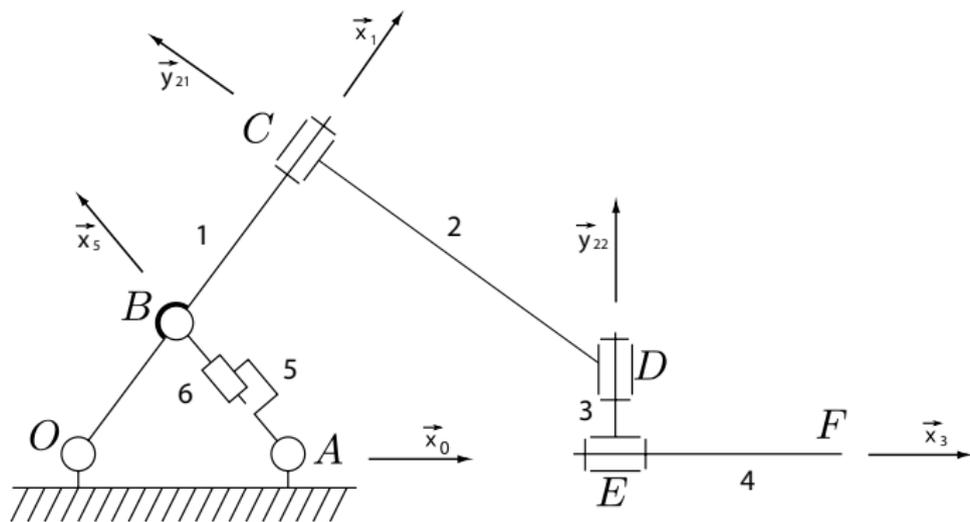
Q - 7 : En déduire $\vec{V}_{(B,2/0)}$, la vitesse en B du solide S_2 par rapport au solide S_0 .

Q - 8 : Déterminer finalement $\vec{A}_{(B,2/0)}$, le vecteur accélération du point B du solide S_2 par rapport à S_0 .

Sommaire

- 1 Torseurs
- 2 Bras télescopique
- 3 Centrifugeuse de laboratoire de Chimie
- 4 Manège de l'extrême !**
- 5 Toit escamotable de 206 CC
- 6 Mécanisme à mouvement alternatif

Manège de l'extrême !



Le bras principal **1**, associé au repère $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ supporte l'ensemble du manège. Il est en liaison pivot d'axe (O, \vec{z}_0) avec le sol **0**. Sa rotation est paramétrée par l'angle $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$. Un vérin de corps **5** et de tige **6** commande la rotation du bras **1**. L'angle α varie entre $\pi/4$ et $\pi/2$.

La rotation du vérin est paramétrée par l'angle $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_5)$ et sa longueur est paramétrée par λ tel que $\vec{AB} = \lambda \cdot \vec{x}_5$.

Le bras secondaire **2**, associé au repère $R_{21}(C, \vec{x}_1, \vec{y}_{21}, \vec{z}_{21})$ est en liaison pivot d'axe (C, \vec{x}_1) . La rotation est paramétrée par l'angle $\gamma = (\vec{y}_1, \vec{y}_{21})$. Un second repère $R_{22}(D, \vec{x}_{22}, \vec{y}_{22}, \vec{z}_{21})$ est associé au solide **2**, tourné d'un angle $\beta = (\vec{x}_1, \vec{x}_{22}) = -45^\circ$ constant, autour de l'axe \vec{z}_{21} (attention cet angle est négatif). Ce repère permet de définir la rotation de la tourelle **3**.

La tourelle **3**, associé au repère $R_3(E, \vec{x}_3, \vec{y}_{22}, \vec{z}_3)$ est en liaison pivot d'axe (D, \vec{y}_{22}) . La rotation est paramétrée par l'angle $\delta = (\vec{x}_{22}, \vec{x}_3)$.

Le banc **4**, associé au repère $R_4(E, \vec{x}_3, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$ est en liaison pivot d'axe (E, \vec{x}_3) . La rotation est paramétrée par l'angle $\varphi = (\vec{y}_{22}, \vec{y}_4)$.

$$\overrightarrow{OA} = a.\vec{x}_0 \text{ avec } a = 1.5 \text{ m.}$$

$$\overrightarrow{OB} = b.\vec{x}_1 \text{ avec } b = 1.5 \text{ m.}$$

$$\overrightarrow{OC} = c.\vec{x}_1 \text{ avec } c = 4 \text{ m.}$$

$$\overrightarrow{CD} = -d.\vec{y}_{21} \text{ avec } d = 4 \text{ m.}$$

$$\overrightarrow{DE} = -e.\vec{y}_{22} \text{ avec } e = 1 \text{ m.}$$

$$\overrightarrow{EF} = f.\vec{x}_3 \text{ avec } f = 3 \text{ m.}$$

$$\overrightarrow{FM} = h.\vec{y}_4 \text{ avec } h = 0.5 \text{ m.}$$

$$\overrightarrow{AB} = \lambda.\vec{x}_5.$$

$$\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$$

$$\beta = (\vec{x}_{21}, \vec{x}_{22}) = (\vec{y}_{21}, \vec{y}_{22})$$

$$\gamma = (\vec{y}_1, \vec{y}_{21}) = (\vec{z}_1, \vec{z}_{21})$$

$$\delta = (\vec{x}_{22}, \vec{x}_3) = (\vec{z}_{22}, \vec{z}_{23})$$

$$\phi = (\vec{y}_3, \vec{y}_4) = (\vec{z}_3, \vec{z}_4)$$

$$\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_5) = (\vec{y}_0, \vec{y}_5)$$

Sol **0** associé au repère $\mathcal{R}_0 (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$

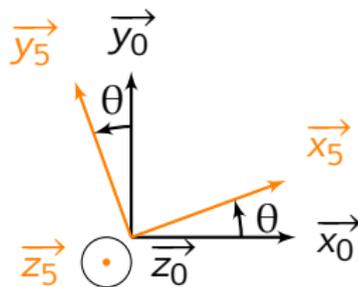
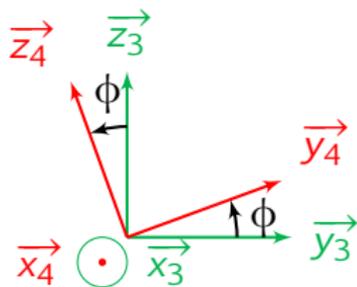
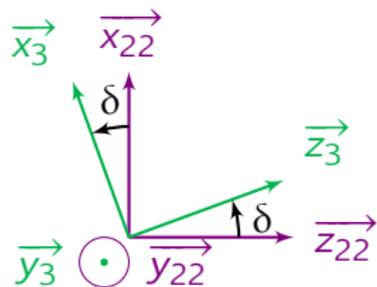
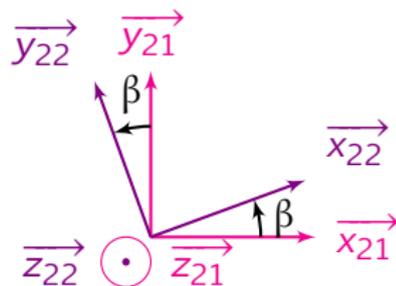
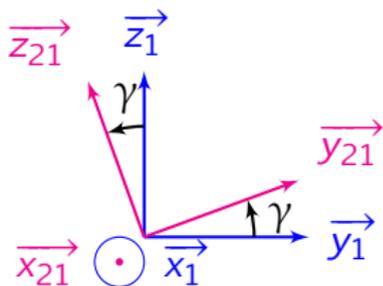
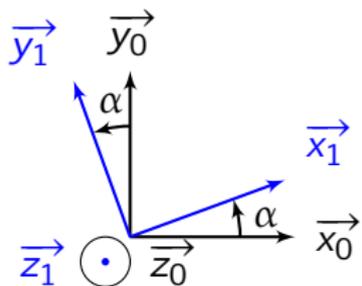
Bras principal **1** associé au repère $\mathcal{R}_1 (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$

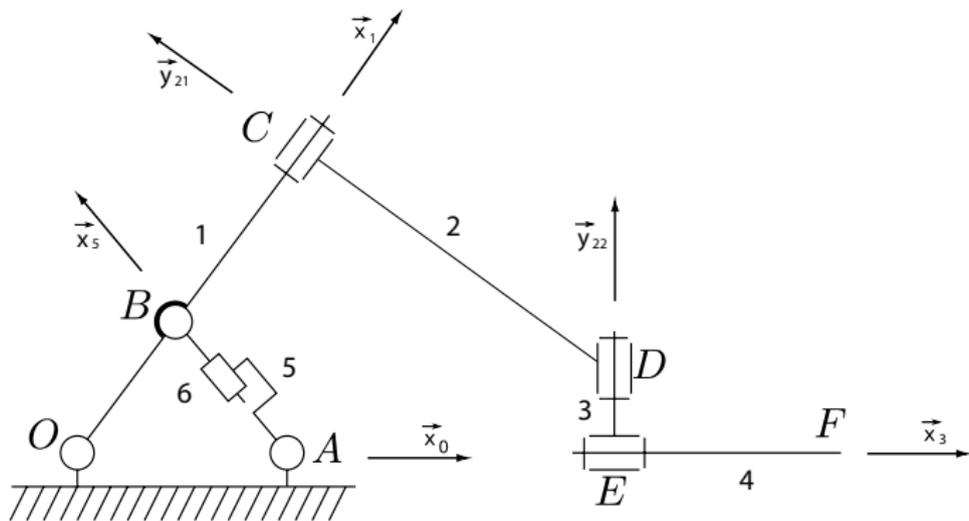
Bras secondaire **2** associé au repère $\mathcal{R}_{21} (C, \vec{x}_{21}, \vec{y}_{21}, \vec{z}_{21})$

- associé au repère $\mathcal{R}_{22} (D, \vec{x}_{22}, \vec{y}_{22}, \vec{z}_{22})$

Tourelle **3** associé au repère $\mathcal{R}_3 (E, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$

Banc **4** associé au repère $\mathcal{R}_4 (E, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$





Sommaire

- 1 Torseurs
- 2 Bras télescopique
- 3 Centrifugeuse de laboratoire de Chimie
- 4 Manège de l'extrême !
- 5 Toit escamotable de 206 CC**
- 6 Mécanisme à mouvement alternatif

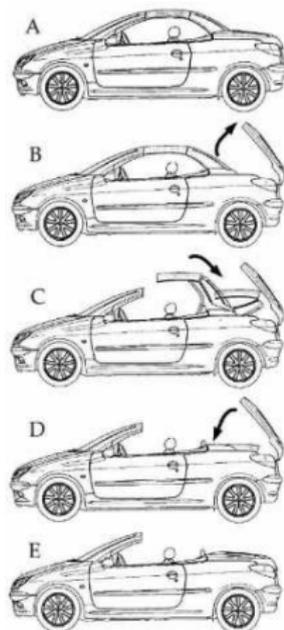
Toit escamotable de 206 CC

Présentation

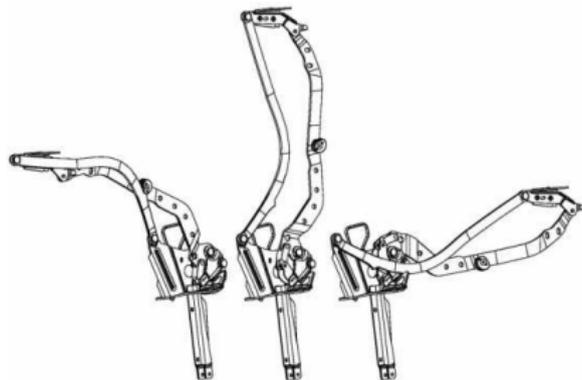
En 2001, Peugeot commercialise une version coupé-cabriolet d'un de ses modèles . Grâce à son toit rigide escamotable à commande électrohydraulique, la 206 CC permet d'apprécier le confort d'un coupé tant au point de vue acoustique que de l'étanchéité tout en offrant la possibilité de se découvrir rapidement en cabriolet. Ce système permet d'offrir, de plus, une lunette arrière chauffante en verre.

Le mécanisme de toit escamotable met en jeu cinq éléments : les vitres, le pavillon, la lunette arrière, le coffre et une tablette. Le cycle d'ouverture du toit est piloté par le calculateur :

- **A** : les vitres de porte et de custode descendent en position basse,
- **B** : la malle se déverrouille et s'ouvre,
- **C** : le toit se soulève et vient se replier dans le coffre,
- **D** : la tablette sort et la malle se ferme et se verrouille.



Les vitres ne remontent pas mais leur commande est de nouveau possible. Le mouvement du toit escamotable est imposé par un mécanisme articulé, actionné par deux vérins hydrauliques. La partie inférieure du mécanisme est fixée au châssis du véhicule et la partie supérieure porte le pavillon.

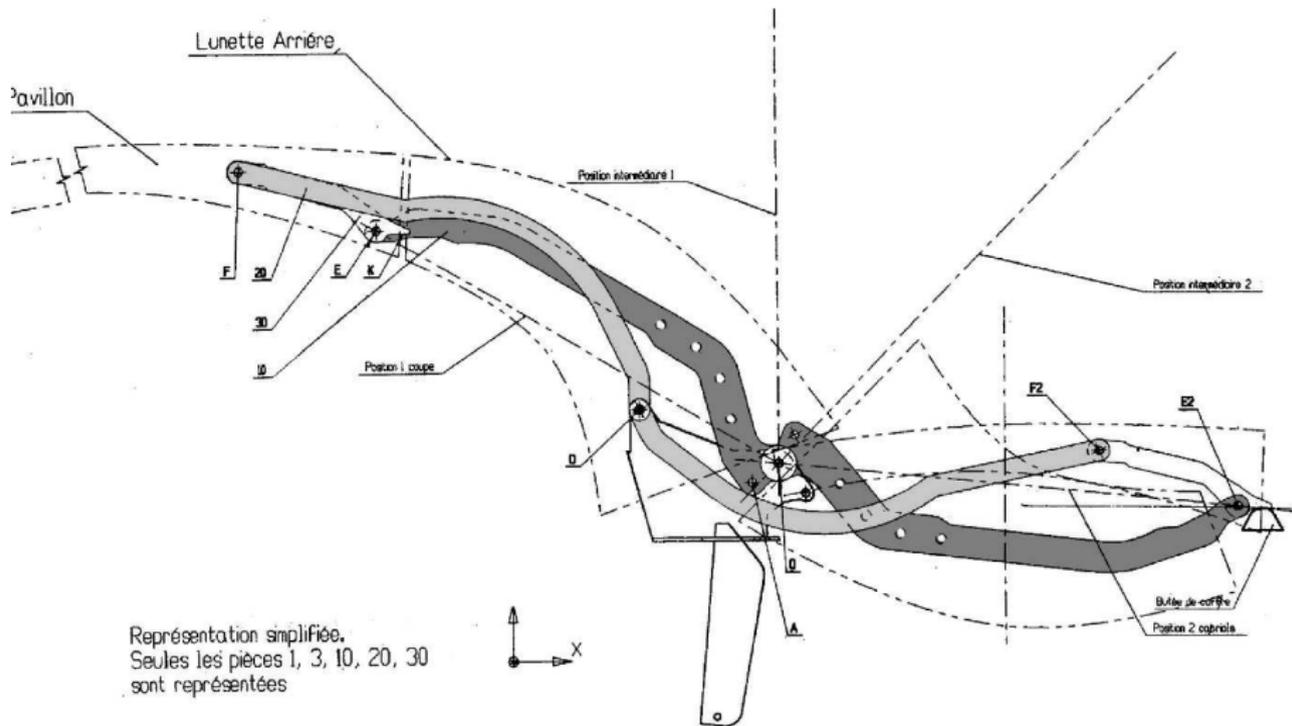


Toit escamotable de 206 CC

Analyse du mouvement

Q - 1 : A partir de l'étude de la nature des mouvements des pièces (10) et (20), dessinez la position de la pièce (30) en traçant le segment (EF) dans les positions intermédiaires du mécanisme repérées (1) et (2) sur le document.

Q - 2 : Précisez alors la nature du mouvement entre la pièce (30) et l'ensemble S.



Document réponse DR1

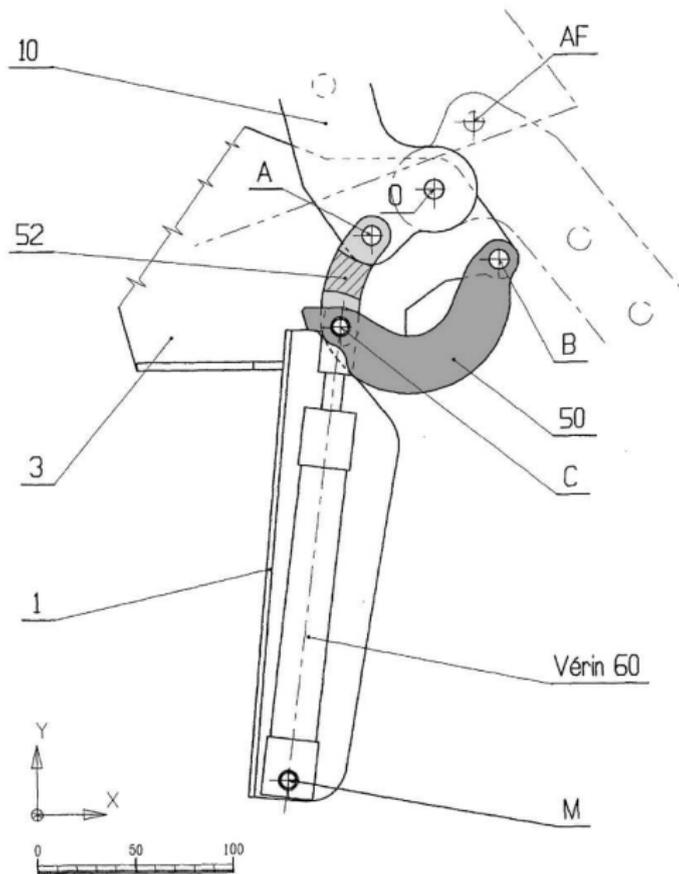
Toit escamotable de 206 CC

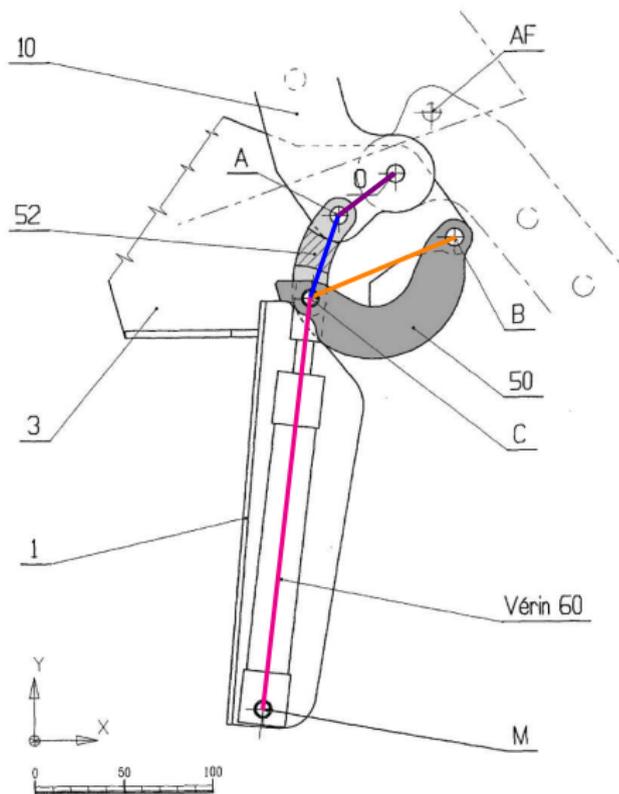
Détermination de la vitesse de sortie du vérin

On cherche ici à déterminer la valeur de la vitesse de sortie de la tige du vérin, par une étude graphique sur la . Les deux configurations extrêmes du mécanisme, la position " coupé " et la position " cabriolet " sont données sur la . Le point (A) passe de la position (A) (" coupé ") à la position (AF) (" cabriolet ").

Q - 3 : Déterminez alors la course du vérin (la course est la distance dont s'est déplacée la tige du vérin).

Q - 4 : Sachant que les vérins se déplacent à vitesse constante, la durée de la phase d'ouverture est de 10 secondes et que le diamètre du vérin vaut 20 mm, calculez le débit que doit fournir la pompe pour alimenter les deux vérins (coté droit et coté gauche du toit).

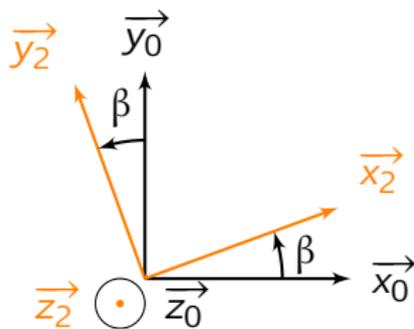
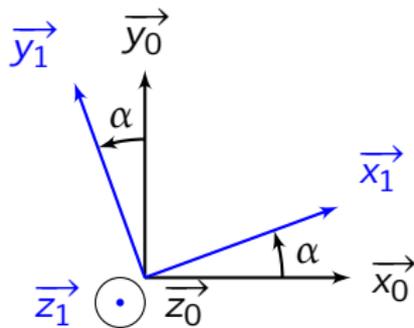
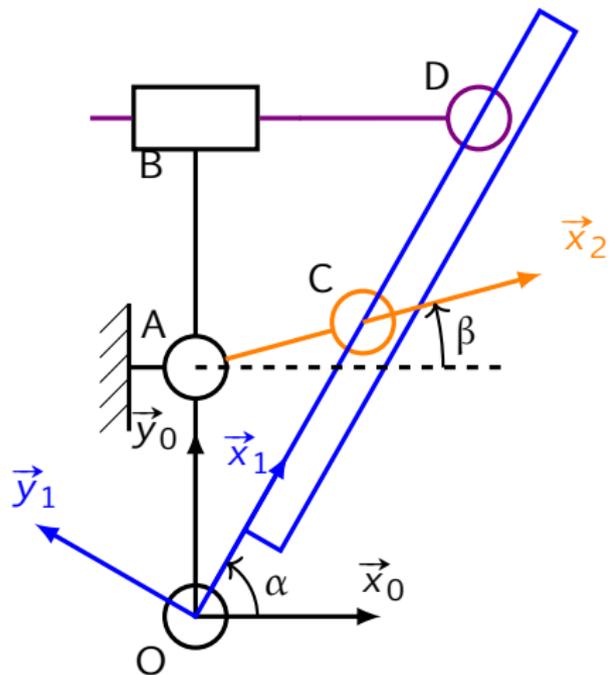




Sommaire

- 1 Torseurs
- 2 Bras télescopique
- 3 Centrifugeuse de laboratoire de Chimie
- 4 Manège de l'extrême !
- 5 Toit escamotable de 206 CC
- 6 Mécanisme à mouvement alternatif**

Mécanisme à mouvement alternatif



Au bâti **0** est associé le repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$. on pose:

$$\vec{OA} = a \cdot \vec{y}_0 \quad \vec{OB} = b \cdot \vec{y}_0$$

La pièce **1** est liée au bâti **0** par une liaison pivot d'axe O, \vec{z}_0 . On lui attache le repère $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ et on pose: $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$

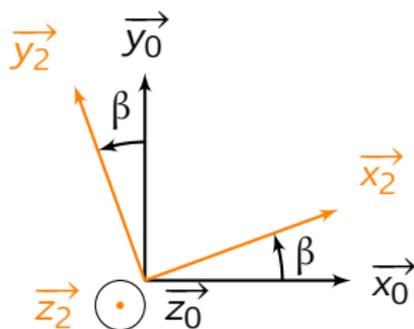
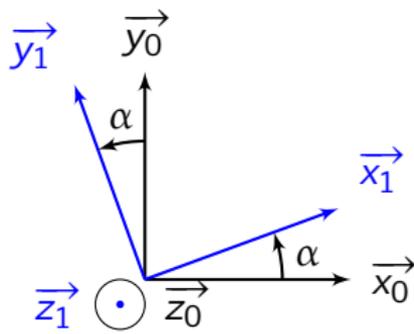
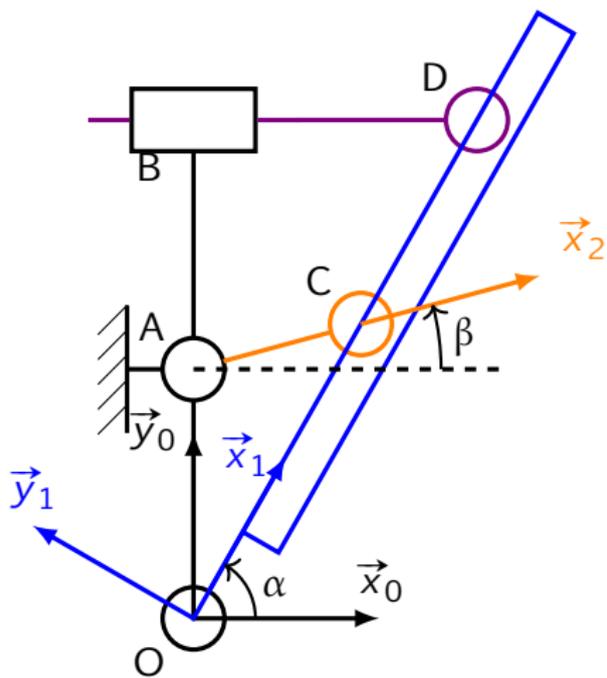
La bielle **2** est liée au bâti **0** par une liaison pivot d'axe (A, \vec{z}_0) . On lui attache le repère $R_2(O, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ et on pose: $\vec{AC} = c \cdot \vec{x}_2 \quad \beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_2)$

Elle est également liée à la pièce **1** en C, par une liaison linéaire annulaire d'axe (O, \vec{x}_1) .

Le coulisseau **3** est lié au bâti par une liaison glissière d'axe (B, \vec{x}_0) . On pose:

$$\vec{BD} = \lambda \cdot \vec{x}_0$$

Il est également liée à la pièce **1** en D par une liaison linéaire annulaire d'axe (O, \vec{x}_1) .



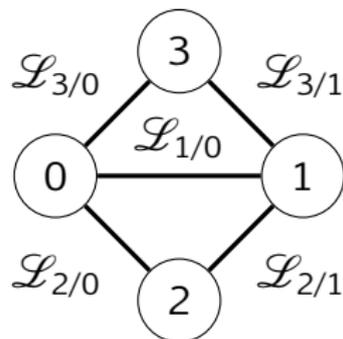
Le problème est supposé plan. L'objectif est de déterminer les relations entre les différents paramètres dans un système en chaîne fermée. Le système considéré est un mécanisme à mouvement alternatif.

Le problème est supposé plan. L'objectif est de déterminer les relations entre les différents paramètres dans un système en chaîne fermée. Le système considéré est un mécanisme à mouvement alternatif.

Q - 1 : *Tracer le graphe de structure (ou graphe des liaisons);*

Le problème est supposé plan. L'objectif est de déterminer les relations entre les différents paramètres dans un système en chaîne fermée. Le système considéré est un mécanisme à mouvement alternatif.

Q - 1 : Tracer le graphe de structure (ou graphe des liaisons);



$\mathcal{L}_{1/0}$ Pivot (O, \vec{z}_0)

$\mathcal{L}_{2/0}$ Pivot (A, \vec{z}_0)

$\mathcal{L}_{3/0}$ Glissière (\vec{x}_0)

$\mathcal{L}_{2/1}$ Linéaire annulaire (C, \vec{x}_1)

$\mathcal{L}_{3/1}$ Linéaire annulaire (D, \vec{x}_1)

Q - 2 : Déterminer une relation entre α et β à l'aide d'une fermeture géométrique.

Q - 2 : Déterminer une relation entre α et β à l'aide d'une fermeture géométrique.

L'angle α est lié aux vecteurs \overrightarrow{OC} et \overrightarrow{OD} . L'angle β est lié au vecteur \overrightarrow{AC} . Ainsi une fermeture géométrique intéressant est OAC:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CO} &= \vec{0} \\ a.\vec{y}_0 + c.\vec{x}_2 - \mu.\vec{x}_1 &= \vec{0}\end{aligned}$$

Deux possibilités pour obtenir une relation entre α et β :

Deux possibilités pour obtenir une relation entre α et β :

- Projection de la fermeture géométrique dans la base \mathcal{B}_0

$$\begin{cases} 0 + c \cdot \cos(\beta) - \mu \cdot \cos(\alpha) & = & 0 \\ a + c \cdot \sin(\beta) - \mu \cdot \sin(\alpha) & = & 0 \\ & & 0 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \tan(\alpha) = \frac{\mu \cdot \sin(\alpha)}{\mu \cdot \cos(\alpha)} = \frac{a + c \cdot \sin(\beta)}{c \cdot \cos(\beta)}$$

Deux possibilités pour obtenir une relation entre α et β :

- Projection de la fermeture géométrique dans la base \mathcal{B}_0

$$\begin{cases} 0 + c \cdot \cos(\beta) - \mu \cdot \cos(\alpha) & = & 0 \\ a + c \cdot \sin(\beta) - \mu \cdot \sin(\alpha) & = & 0 \\ & & 0 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \tan(\alpha) = \frac{\mu \cdot \sin(\alpha)}{\mu \cdot \cos(\alpha)} = \frac{a + c \cdot \sin(\beta)}{c \cdot \cos(\beta)}$$

- Projection directement sur \vec{y}_1 pour éliminer μ :

$$(a \cdot \vec{y}_0 + c \cdot \vec{x}_2 - \mu \cdot \vec{x}_1) \cdot \vec{y}_1 = 0$$

$$\Rightarrow a \cdot \cos(\alpha) + c \cdot \sin(\beta - \alpha) = 0$$

Q - 3 : *Caractériser les torseurs cinématiques associés à chaque liaison.*

Q - 3 : Caractériser les torseurs cinématiques associés à chaque liaison.

$$\mathcal{V}_{1/0} = {}_O \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ r_{10} & 0 \end{array} \right\}_{B_0} = {}_O \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \dot{\alpha} & 0 \end{array} \right\}_{B_0} = {}_O \left\{ \begin{array}{c} \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

$$\mathcal{V}_{2/0} = {}_A \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ r_{20} & 0 \end{array} \right\}_{B_0} = {}_A \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \dot{\beta} & 0 \end{array} \right\}_{B_0} = {}_A \left\{ \begin{array}{c} \dot{\beta} \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

$$\mathcal{V}_{3/0} = {}_M \left\{ \begin{array}{cc} 0 & u_{30} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{B_0} = {}_M \left\{ \begin{array}{cc} 0 & \dot{\lambda} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{B_0} = {}_M \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ \dot{\lambda} \cdot \vec{x}_0 \end{array} \right\}$$

Q - 3 : Caractériser les torseurs cinématiques associés à chaque liaison.

$$\mathcal{V}_{1/0} = {}_O \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ r_{10} & 0 \end{array} \right\}_{B_0} = {}_O \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \dot{\alpha} & 0 \end{array} \right\}_{B_0} = {}_O \left\{ \begin{array}{c} \dot{\alpha} \cdot \vec{Z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

$$\mathcal{V}_{2/0} = {}_A \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ r_{20} & 0 \end{array} \right\}_{B_0} = {}_A \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \dot{\beta} & 0 \end{array} \right\}_{B_0} = {}_A \left\{ \begin{array}{c} \dot{\beta} \cdot \vec{Z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

$$\mathcal{V}_{3/0} = {}_M \left\{ \begin{array}{cc} 0 & u_{30} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{B_0} = {}_M \left\{ \begin{array}{cc} 0 & \dot{\lambda} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{B_0} = {}_M \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ \dot{\lambda} \cdot \vec{x}_0 \end{array} \right\}$$

En effet,

$$\vec{V}_{(M,3/0)} = \vec{V}_{(D,3/0)} + \overrightarrow{MD} \wedge \vec{\Omega}_{(3/0)} = \vec{V}_{(D,3/0)} = \left[\frac{d}{dt} (\overrightarrow{OD}) \right]_{B_0} - \left[\frac{d}{dt} (\overrightarrow{DB}) \right]_{B_3} = \left[\frac{d}{dt} (\lambda \cdot \vec{x}_0 + b \cdot \vec{y}_0) \right]$$

Q - 3 : Caractériser les torseurs cinématiques associés à chaque liaison.

$$\mathcal{V}_{1/0} = {}_O \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ r_{10} & 0 \end{array} \right\}_{B_0} = {}_O \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \dot{\alpha} & 0 \end{array} \right\}_{B_0} = {}_O \left\{ \begin{array}{c} \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

$$\mathcal{V}_{2/0} = {}_A \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ r_{20} & 0 \end{array} \right\}_{B_0} = {}_A \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \dot{\beta} & 0 \end{array} \right\}_{B_0} = {}_A \left\{ \begin{array}{c} \dot{\beta} \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

$$\mathcal{V}_{3/0} = {}_M \left\{ \begin{array}{cc} 0 & u_{30} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{B_0} = {}_M \left\{ \begin{array}{cc} 0 & \dot{\lambda} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{B_0} = {}_M \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ \dot{\lambda} \cdot \vec{x}_0 \end{array} \right\}$$

En effet,

$$\vec{V}_{(M,3/0)} = \vec{V}_{(D,3/0)} + \overrightarrow{MD} \wedge \vec{\Omega}_{(3/0)} = \vec{V}_{(D,3/0)} = \left[\frac{d}{dt} (\overrightarrow{OD}) \right]_{B_0} - \left[\frac{d}{dt} (\overrightarrow{DB}) \right]_{B_3} = \left[\frac{d}{dt} (\lambda \cdot \vec{x}_0 + b \cdot \vec{y}_0) \right]$$

$$\mathcal{V}_{2/1} = {}_C \left\{ \begin{array}{cc} p_{21} & u_{21} \\ q_{21} & 0 \\ r_{21} & 0 \end{array} \right\}_{B_1} \quad \text{et} \quad \mathcal{V}_{3/1} = {}_D \left\{ \begin{array}{cc} p_{31} & u_{31} \\ q_{31} & 0 \\ r_{31} & 0 \end{array} \right\}_{B_1}$$

Q - 4 : Déterminer la relation entre $\dot{\beta}$ et $\dot{\alpha}$. en fonction de la géométrie et des différents angles.

Q - 4 : Déterminer la relation entre $\dot{\beta}$ et $\dot{\alpha}$. en fonction de la géométrie et des différents angles.

Pour déterminer la relation entre $\dot{\beta}$ et $\dot{\alpha}$, deux possibilités se présentent:

Q - 4 : Déterminer la relation entre $\dot{\beta}$ et $\dot{\alpha}$. en fonction de la géométrie et des différents angles.

Pour déterminer la relation entre $\dot{\beta}$ et $\dot{\alpha}$, deux possibilités se présentent:

- dérivation de la fermeture géométrique:

$$\frac{d}{dt} [a \cdot \cos(\alpha) + c \cdot \sin(\beta - \alpha) = 0] \Rightarrow -\dot{\alpha} \cdot a \cdot \sin(\alpha) + (\dot{\beta} - \dot{\alpha}) \cdot c \cdot \cos(\beta - \alpha) = 0$$

Q - 4 : Déterminer la relation entre $\dot{\beta}$ et $\dot{\alpha}$. en fonction de la géométrie et des différents angles.

Pour déterminer la relation entre $\dot{\beta}$ et $\dot{\alpha}$, deux possibilités se présentent:

- dérivation de la fermeture géométrique:

$$\frac{d}{dt} [a \cdot \cos(\alpha) + c \cdot \sin(\beta - \alpha) = 0] \Rightarrow -\dot{\alpha} \cdot a \cdot \sin(\alpha) + (\dot{\beta} - \dot{\alpha}) \cdot c \cdot \cos(\beta - \alpha) = 0$$

- fermeture cinématique: $\mathcal{V}_{2/0} = \mathcal{V}_{2/1} + \mathcal{V}_{1/0}$

Q - 4 : Déterminer la relation entre $\dot{\beta}$ et $\dot{\alpha}$. en fonction de la géométrie et des différents angles.

Pour déterminer la relation entre $\dot{\beta}$ et $\dot{\alpha}$, deux possibilités se présentent:

- dérivation de la fermeture géométrique:

$$\frac{d}{dt} [a \cdot \cos(\alpha) + c \cdot \sin(\beta - \alpha) = 0] \Rightarrow -\dot{\alpha} \cdot a \cdot \sin(\alpha) + (\dot{\beta} - \dot{\alpha}) \cdot c \cdot \cos(\beta - \alpha) = 0$$

- fermeture cinématique: $\mathcal{V}_{2/0} = \mathcal{V}_{2/1} + \mathcal{V}_{1/0}$

Comme les torseurs sont exprimés en 3 points différents et que le torseur le plus difficilement transportable est celui lié à la liaison linéaire annulaire, la fermeture cinématique sera exprimée en C:

$$\begin{aligned} \vec{V}_{(C,2/0)} &= \vec{V}_{(A,2/0)} + \vec{CA} \wedge \vec{\Omega}_{(2/0)} = \vec{0} - c \cdot \vec{x}_2 \wedge \dot{\beta} \cdot \vec{z}_2 = \\ \Rightarrow \mathcal{V}_{2/0} &= \underset{C}{\left\{ \begin{array}{l} \dot{\beta} \cdot \vec{z}_0 \\ \dot{\beta} \cdot c \cdot \vec{y}_2 \end{array} \right\}} \\ \vec{V}_{(C,1/0)} &= \vec{V}_{(O,1/0)} + \vec{CO} \wedge \vec{\Omega}_{(1/0)} \\ &= \vec{0} - (c \cdot \vec{x}_2 + a \cdot \vec{y}_0) \wedge \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_0 = \dot{\alpha} \cdot (c \cdot \vec{y}_2 - a \cdot \vec{x}_0) \\ \Rightarrow \mathcal{V}_{1/0} &= \underset{C}{\left\{ \begin{array}{l} \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_0 \\ \dot{\alpha} \cdot (c \cdot \vec{y}_2 - a \cdot \vec{x}_0) \end{array} \right\}} \end{aligned}$$

La fermeture cinématique donne donc:

$$\begin{cases} \dot{\beta} \cdot \vec{z}_1 &= p_{21} \cdot \vec{x}_1 + q_{21} \cdot \vec{y}_1 + r_{21} \cdot \vec{z}_1 + \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_1 \\ \dot{\beta} \cdot c \cdot \vec{y}_2 &= u_{21} \cdot \vec{x}_1 + \dot{\alpha} \cdot (c \cdot \vec{y}_2 - a \cdot \vec{x}_0) \end{cases}$$

La fermeture cinématique donne donc:

$$\begin{cases} \dot{\beta} \cdot \vec{z}_1 &= p_{21} \cdot \vec{x}_1 + q_{21} \cdot \vec{y}_1 + r_{21} \cdot \vec{z}_1 + \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_1 \\ \dot{\beta} \cdot c \cdot \vec{y}_2 &= u_{21} \cdot \vec{x}_1 + \dot{\alpha} \cdot (c \cdot \vec{y}_2 - a \cdot \vec{x}_0) \end{cases}$$

en projetant la deuxième équation vectorielle sur \vec{y}_1 , on obtient:

La fermeture cinématique donne donc:

$$\begin{cases} \dot{\beta} \cdot \vec{z}_1 &= p_{21} \cdot \vec{x}_1 + q_{21} \cdot \vec{y}_1 + r_{21} \cdot \vec{z}_1 + \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_1 \\ \dot{\beta} \cdot c \cdot \vec{y}_2 &= u_{21} \cdot \vec{x}_1 + \dot{\alpha} \cdot (c \cdot \vec{y}_2 - a \cdot \vec{x}_0) \end{cases}$$

en projetant la deuxième équation vectorielle sur \vec{y}_1 , on obtient:

$$\dot{\beta} \cdot c \cdot \cos(\beta - \alpha) = \dot{\alpha} \cdot (c \cdot \cos(\beta - \alpha) + a \cdot \sin(\alpha))$$

$$\text{d'où } \dot{\alpha} = \frac{c \cdot \cos(\beta - \alpha)}{a \cdot \sin(\alpha) + c \cdot \cos(\beta - \alpha)} \cdot \dot{\beta}$$

Q - 5 : Déterminer la relation entre $\dot{\beta}$ et $\dot{\lambda}$ en fonction de la géométrie et des différents angles.

Q - 5 : Déterminer la relation entre $\dot{\beta}$ et $\dot{\lambda}$ en fonction de la géométrie et des différents angles.

Puisque $\dot{\lambda}$ est lié à $\mathcal{V}_{3/0}$ et $\dot{\beta}$ à $\mathcal{V}_{2/0}$, la fermeture $\mathcal{V}_{3/0} = \mathcal{V}_{3/1} - \mathcal{V}_{2/1} + \mathcal{V}_{1/0}$ pourrait permettre de trouver la relation. Elle contiendrait du $\dot{\alpha}$ à cause du torseur $\mathcal{V}_{1/0}$. Il faudrait donc utiliser la relation précédente pour éliminer $\dot{\alpha}$. Ainsi, il vaut mieux directement faire la fermeture $\mathcal{V}_{3/0} = \mathcal{V}_{3/1} + \mathcal{V}_{1/0}$.

Q - 5 : Déterminer la relation entre $\dot{\beta}$ et $\dot{\lambda}$ en fonction de la géométrie et des différents angles.

Puisque $\dot{\lambda}$ est lié à $\mathcal{V}_{3/0}$ et $\dot{\beta}$ à $\mathcal{V}_{2/0}$, la fermeture $\mathcal{V}_{3/0} = \mathcal{V}_{3/1} - \mathcal{V}_{2/1} + \mathcal{V}_{1/0}$ pourrait permettre de trouver la relation. Elle contiendrait du $\dot{\alpha}$ à cause du torseur $\mathcal{V}_{1/0}$. Il faudrait donc utiliser la relation précédente pour éliminer $\dot{\alpha}$. Ainsi, il vaut mieux directement faire la fermeture $\mathcal{V}_{3/0} = \mathcal{V}_{3/1} + \mathcal{V}_{1/0}$.
Le point le plus stratégique est le point D . Déplaçons donc le torseur $\mathcal{V}_{1/0}$ au point D :

$$\begin{aligned}\vec{V}_{(D,1/0)} &= \vec{V}_{(O,1/0)} + \overrightarrow{DO} \wedge \vec{\Omega}_{(1/0)} = \vec{0} + (b \cdot \vec{y}_0 + \lambda \cdot \vec{x}_0) \wedge \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_0 \\ &= \dot{\alpha} \cdot (b \cdot \vec{x}_0 - \lambda \cdot \vec{y}_0)\end{aligned}$$

La fermeture cinématique conduit donc à:

$$\begin{cases} \vec{0} &= p_{31} \cdot \vec{x}_1 + q_{31} \cdot \vec{y}_1 + r_{31} \cdot \vec{z}_1 + \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_1 \\ \dot{\lambda} \cdot \vec{x}_0 &= u_{31} \cdot \vec{x}_1 + \dot{\alpha} \cdot (b \cdot \vec{x}_0 - \lambda \cdot \vec{y}_0) \end{cases}$$

La fermeture cinématique conduit donc à:

$$\begin{cases} \vec{0} &= p_{31} \cdot \vec{x}_1 + q_{31} \cdot \vec{y}_1 + r_{31} \cdot \vec{z}_1 + \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_1 \\ \dot{\lambda} \cdot \vec{x}_0 &= u_{31} \cdot \vec{x}_1 + \dot{\alpha} \cdot (b \cdot \vec{x}_0 - \lambda \cdot \vec{y}_0) \end{cases}$$

en projetant sur \vec{y}_1 pour faire disparaître u_{31} , on obtient:

$$\begin{aligned} -\dot{\lambda} \cdot \sin(\alpha) &= \dot{\alpha} \cdot (-b \cdot \sin(\alpha) - \lambda \cdot \cos(\alpha)) \\ \Rightarrow \dot{\lambda} &= \left(b + \frac{\lambda}{\tan(\alpha)} \right) \cdot \dot{\alpha} = \left(b + \frac{\lambda}{\tan(\alpha)} \right) \cdot \frac{c \cdot \cos(\beta - \alpha)}{a \cdot \sin(\alpha) + c \cdot \cos(\beta - \alpha)} \cdot \dot{\beta} \end{aligned}$$

Approche graphique

Un moteur non représenté entraîne la pièce 2 en rotation dans le sens trigonométrique à la vitesse de 60 tr/min. La bielle 2 mesure $AC = 8\text{cm}$.

Approche graphique

Un moteur non représenté entraîne la pièce 2 en rotation dans le sens trigonométrique à la vitesse de 60 tr/min. La bielle 2 mesure $AC = 8\text{cm}$.

Q - 23 : En effectuant les traces sur le document, déterminer la vitesse du coulisseau 3 dans la configuration du dessin.

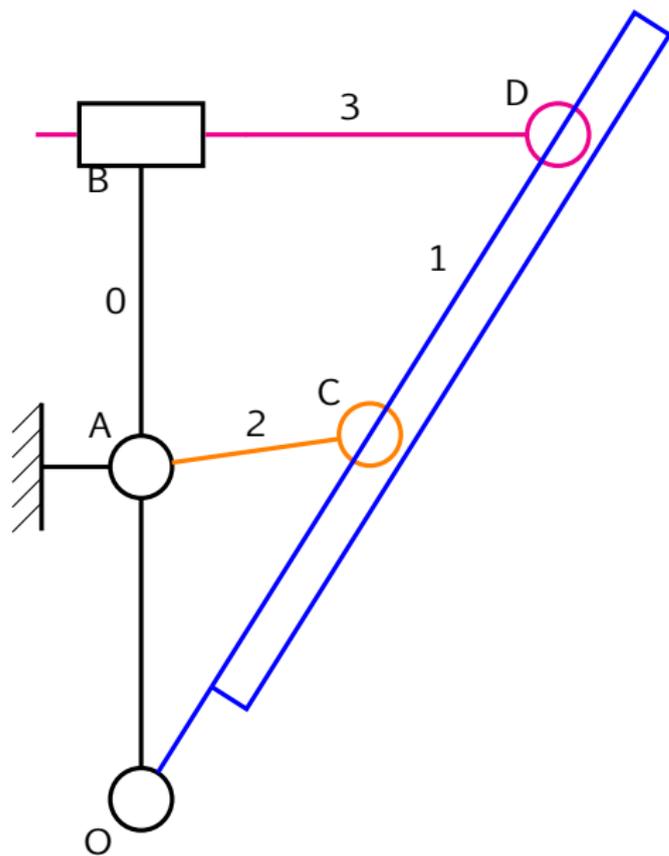
Approche graphique

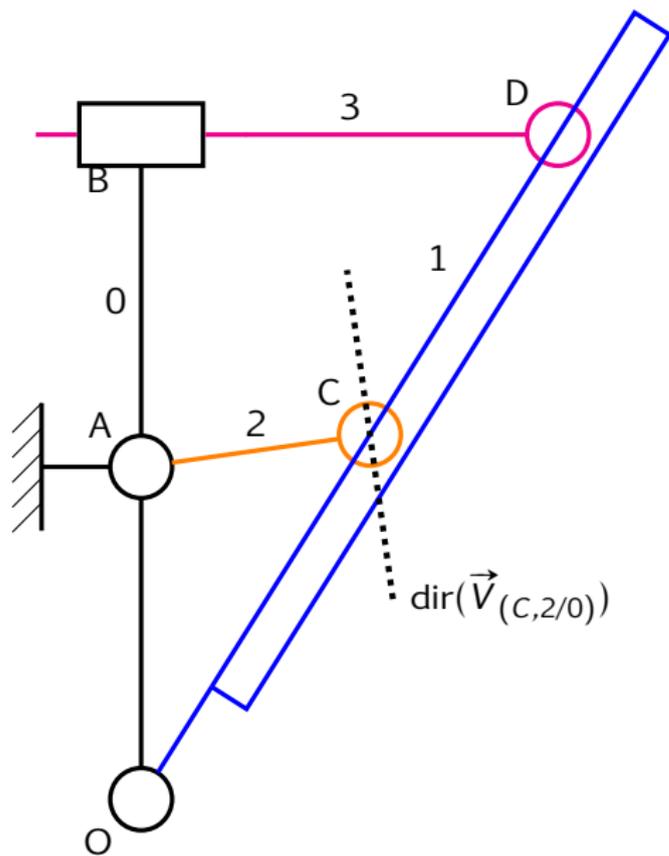
Un moteur non représenté entraîne la pièce 2 en rotation dans le sens trigonométrique à la vitesse de 60 tr/min. La bielle 2 mesure $AC = 8\text{cm}$.

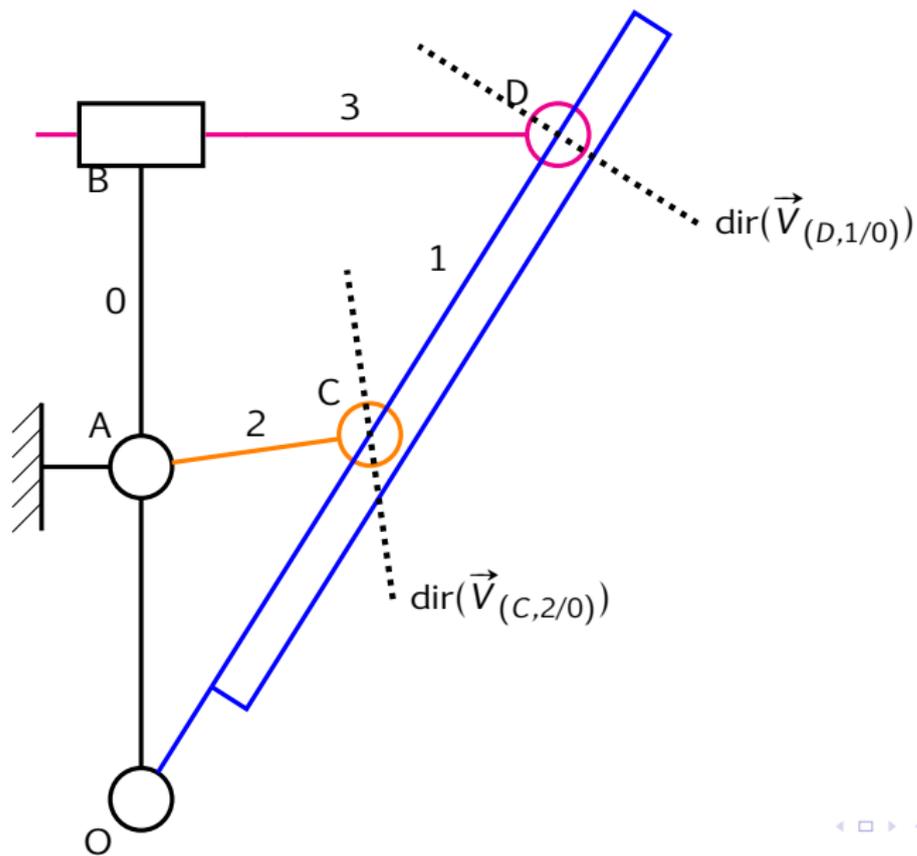
Q - 24 : *En effectuant les traces sur le document, déterminer la vitesse du coulisseau 3 dans la configuration du dessin.*

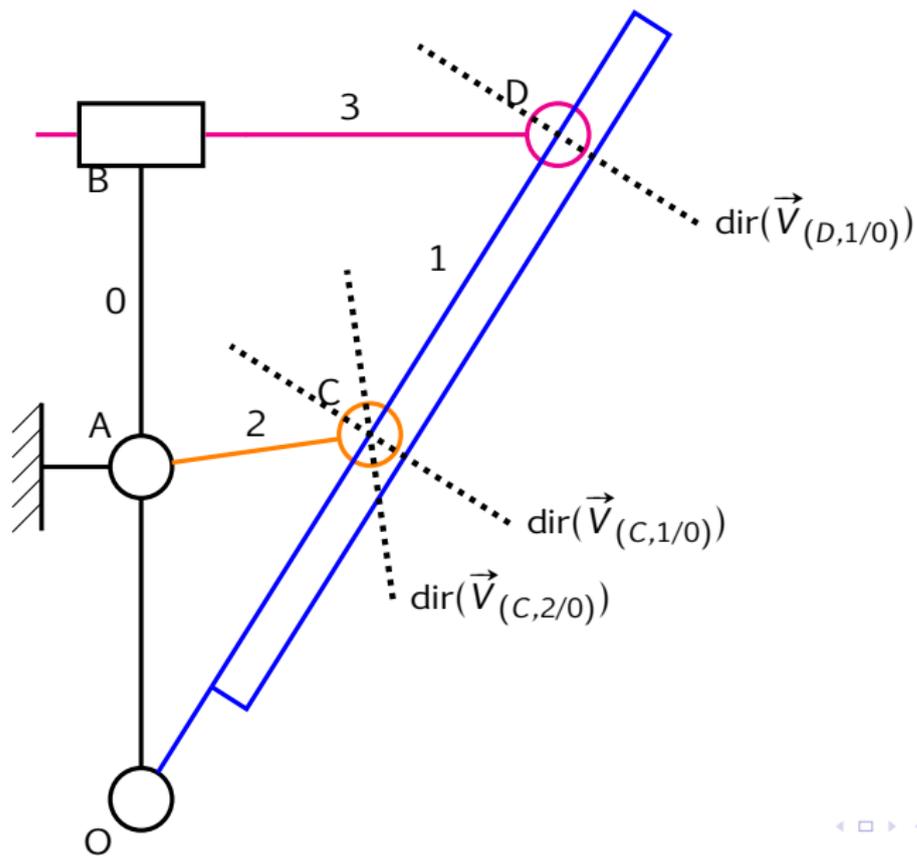
Déterminons $\|\vec{V}_{(C,2/0)}\|$:

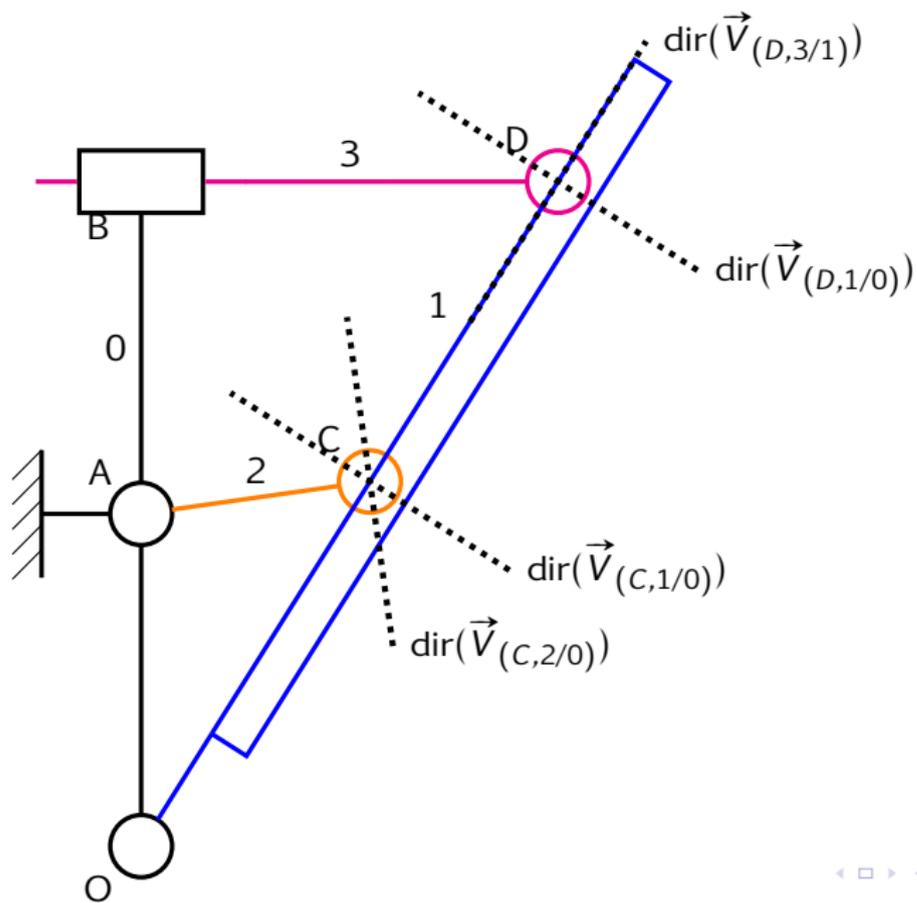
$$\vec{V}_{(C,2/0)} = \dot{\beta} \cdot c \cdot \vec{y}_2 \quad \Rightarrow \quad \|\vec{V}_{(C,2/0)}\| = |\dot{\beta}| \cdot c$$

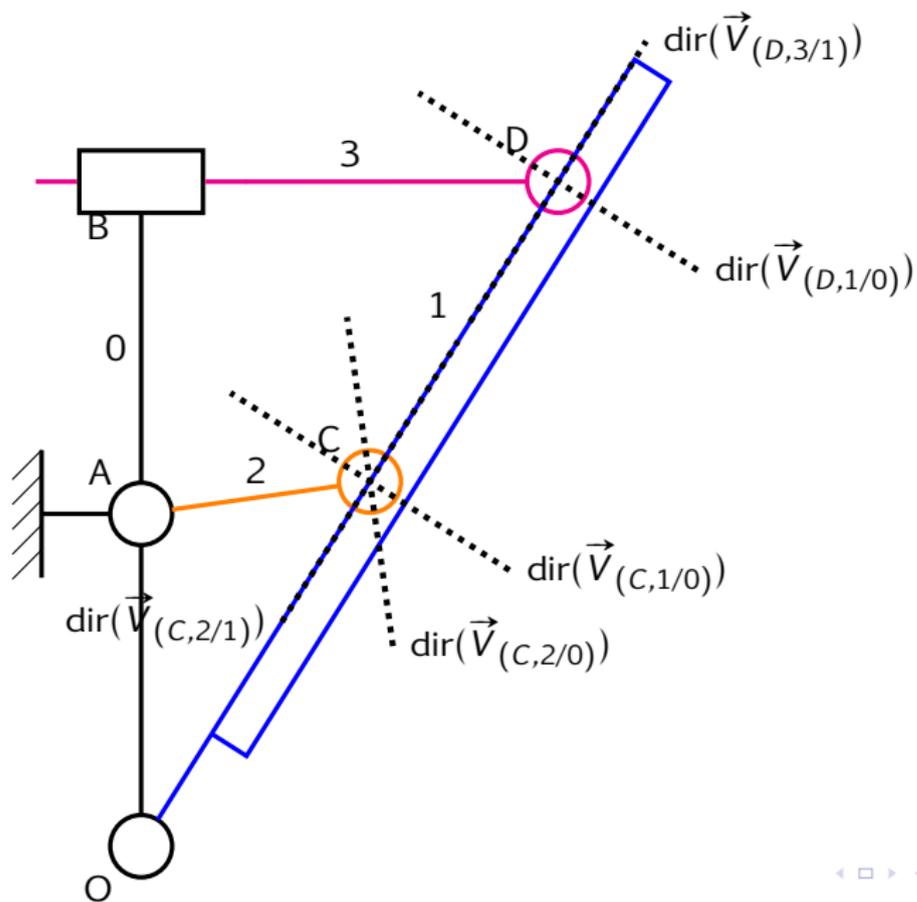


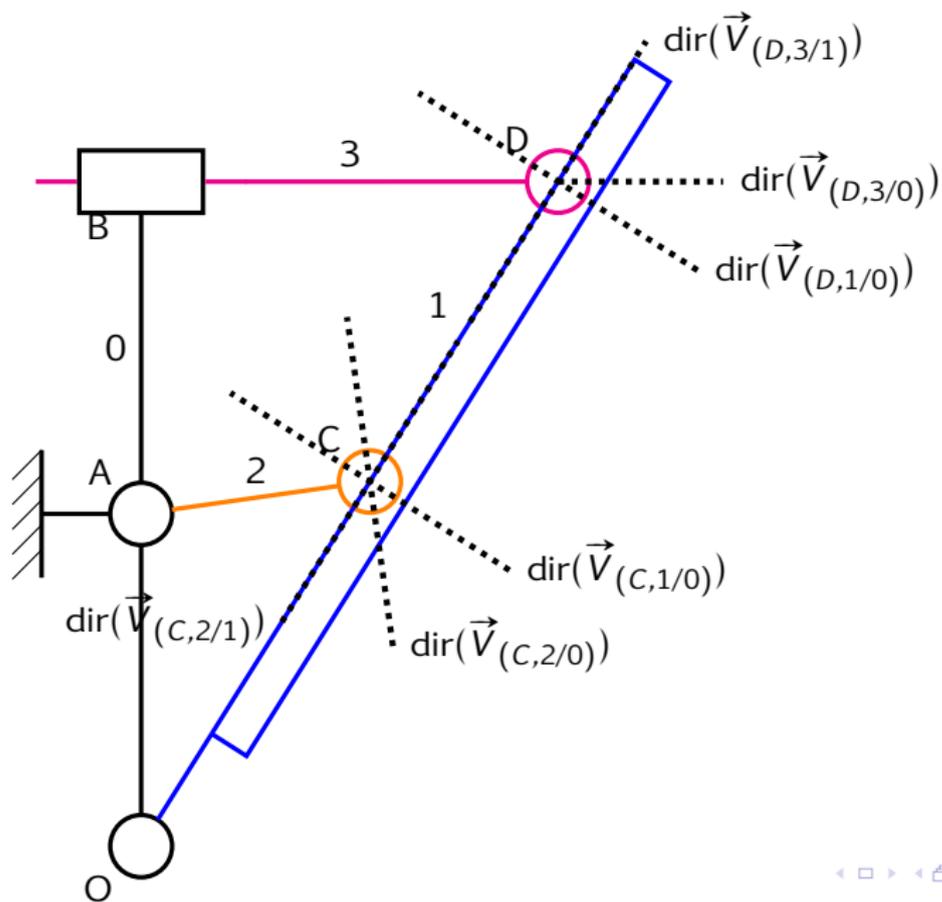


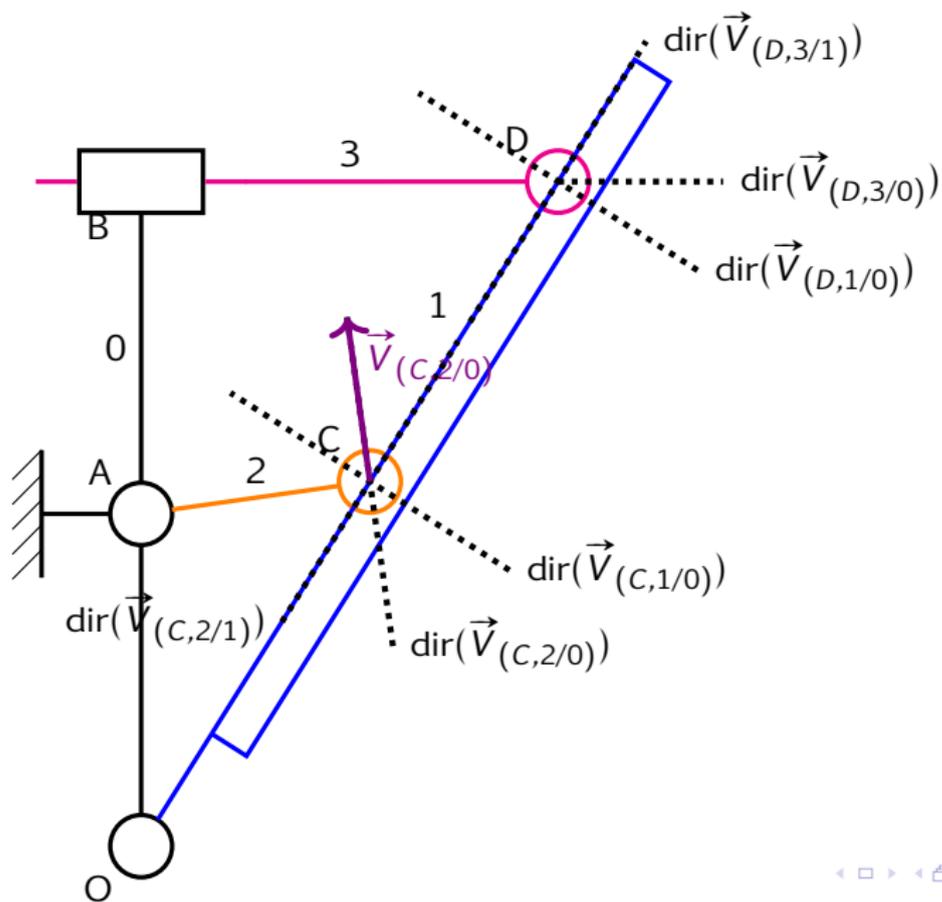


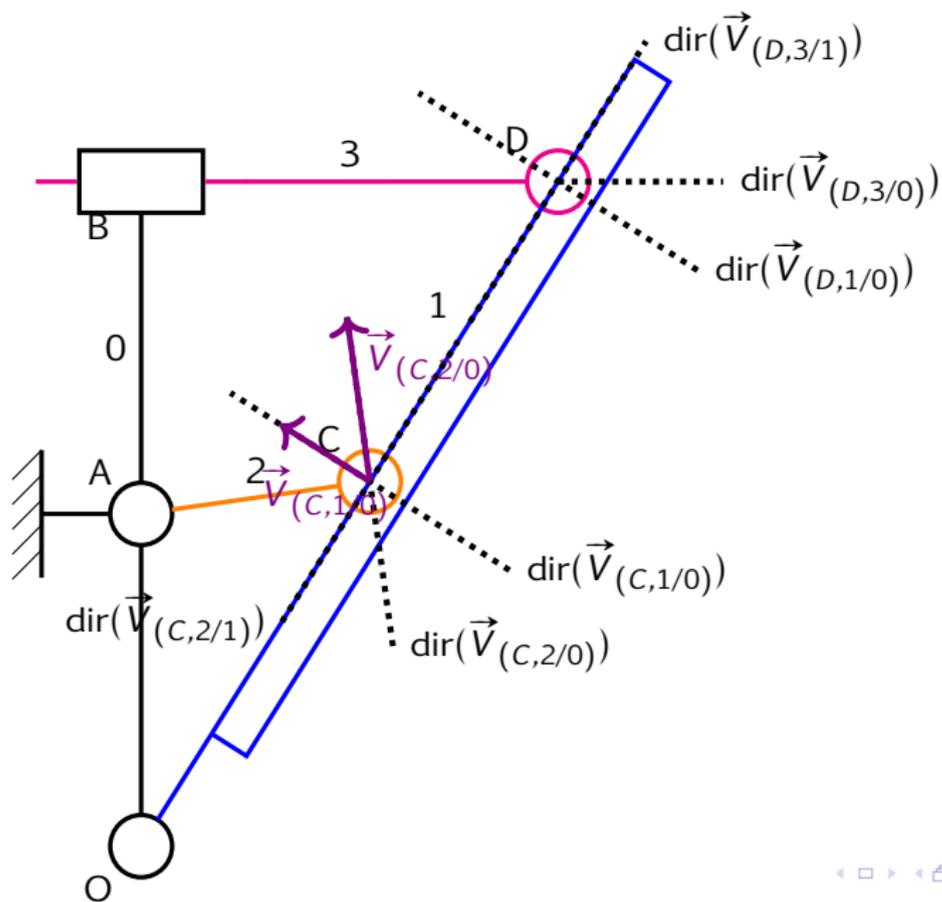


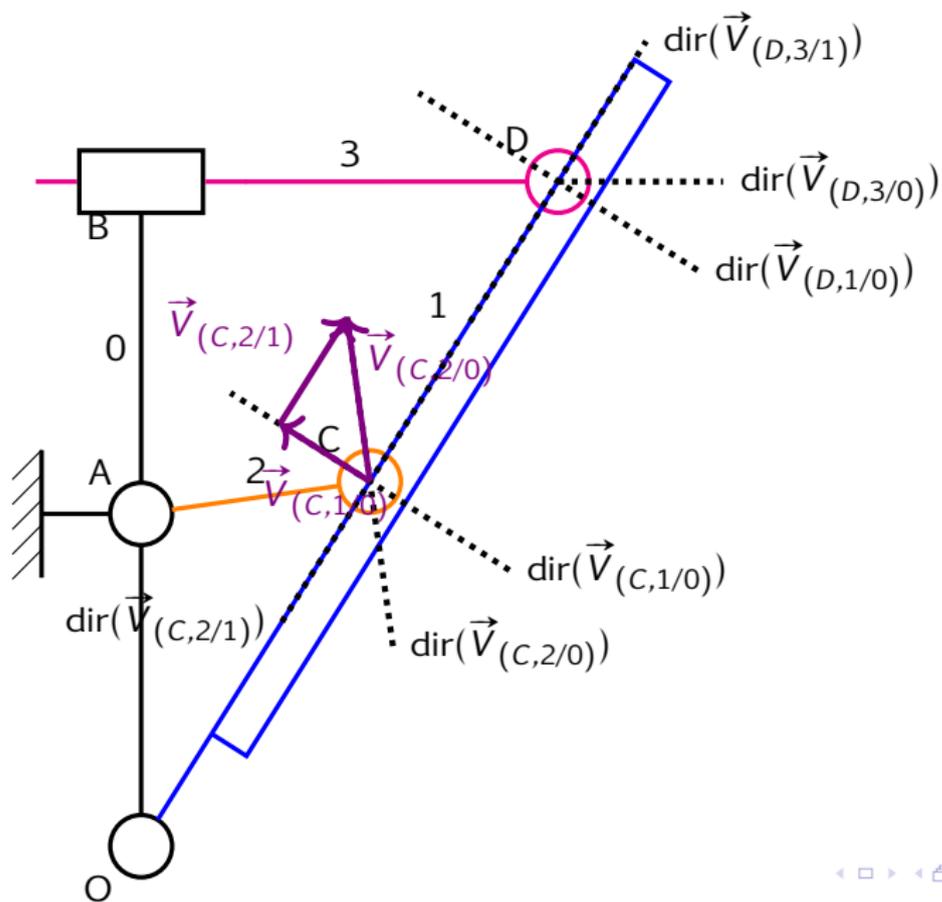


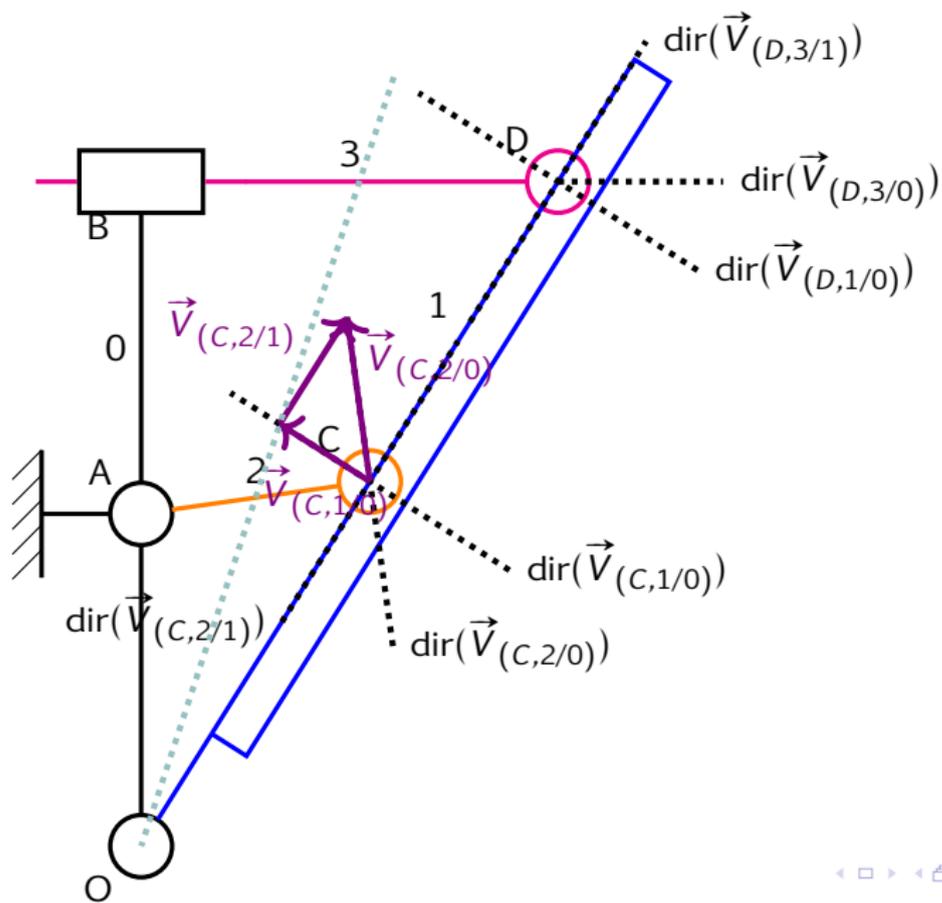


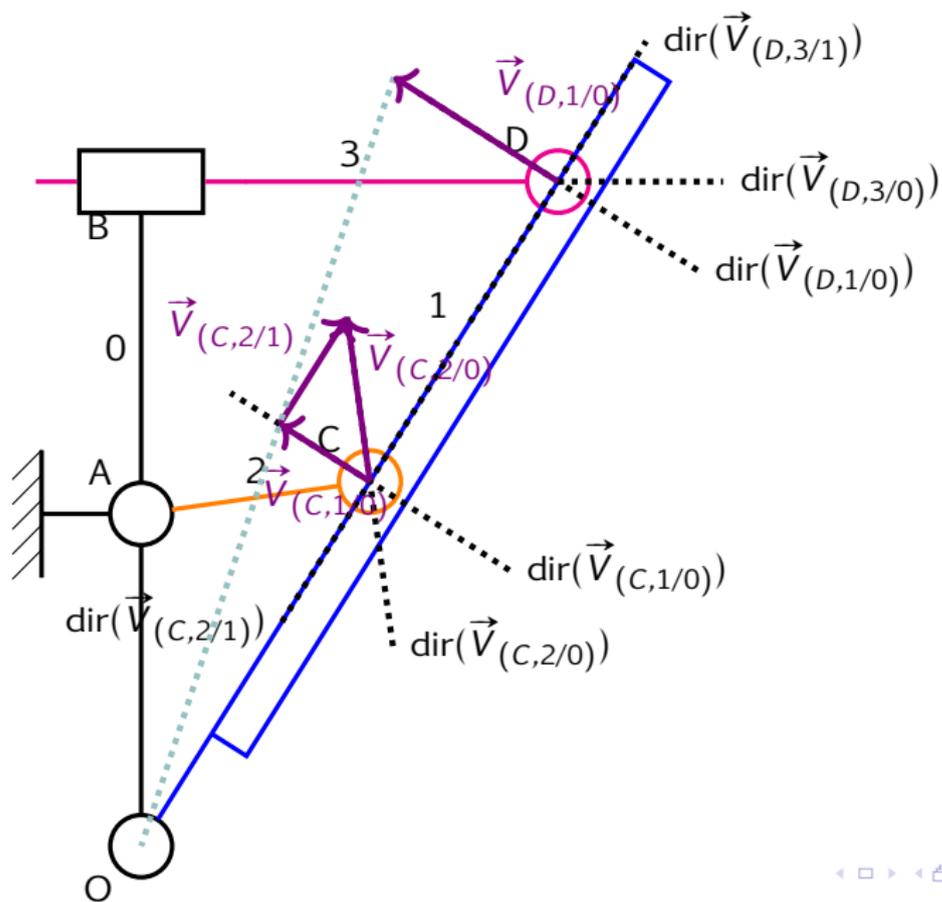


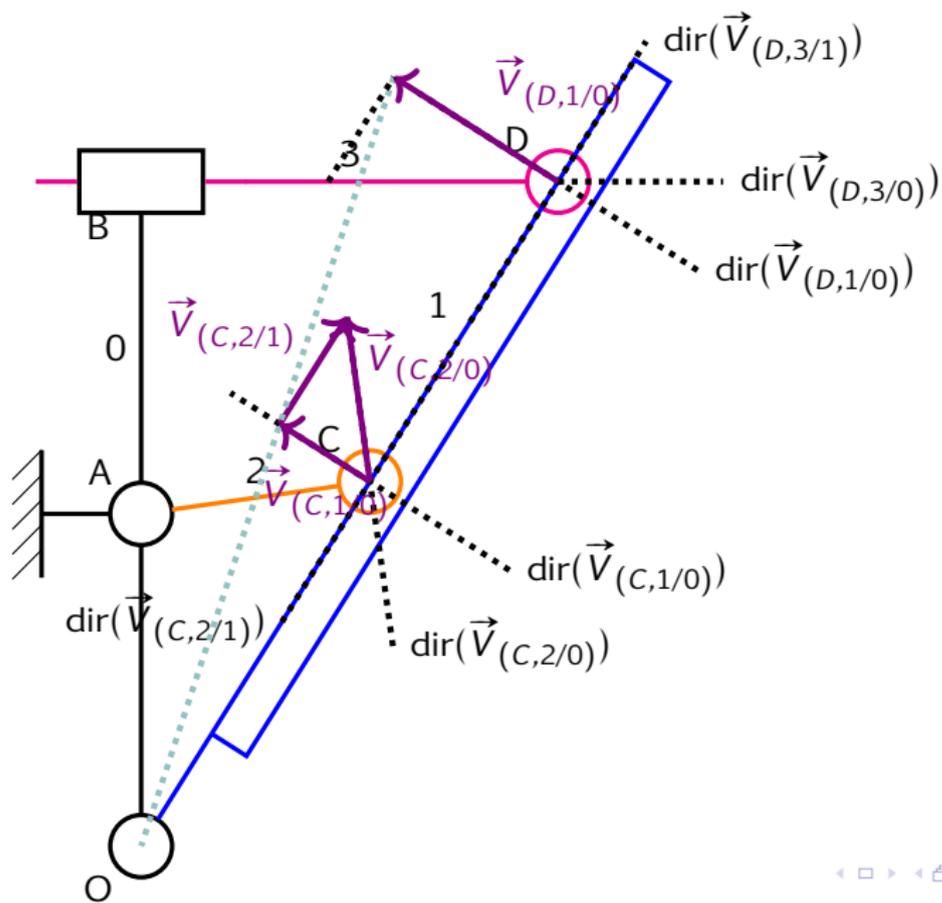


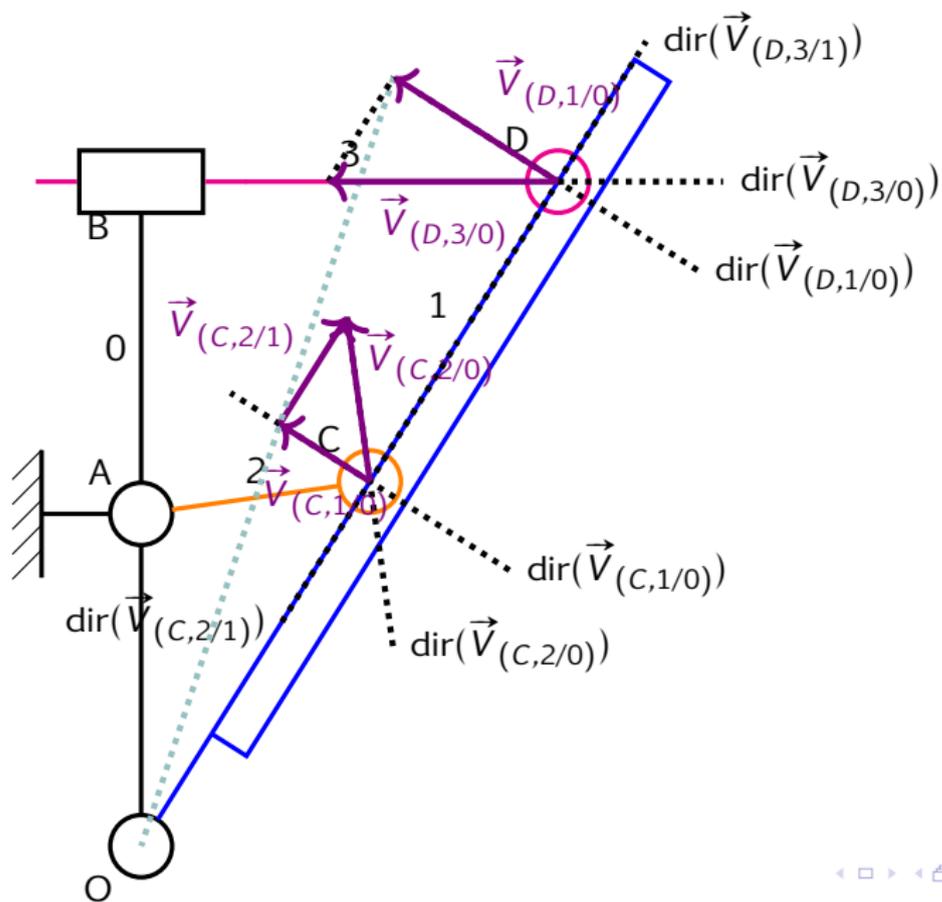


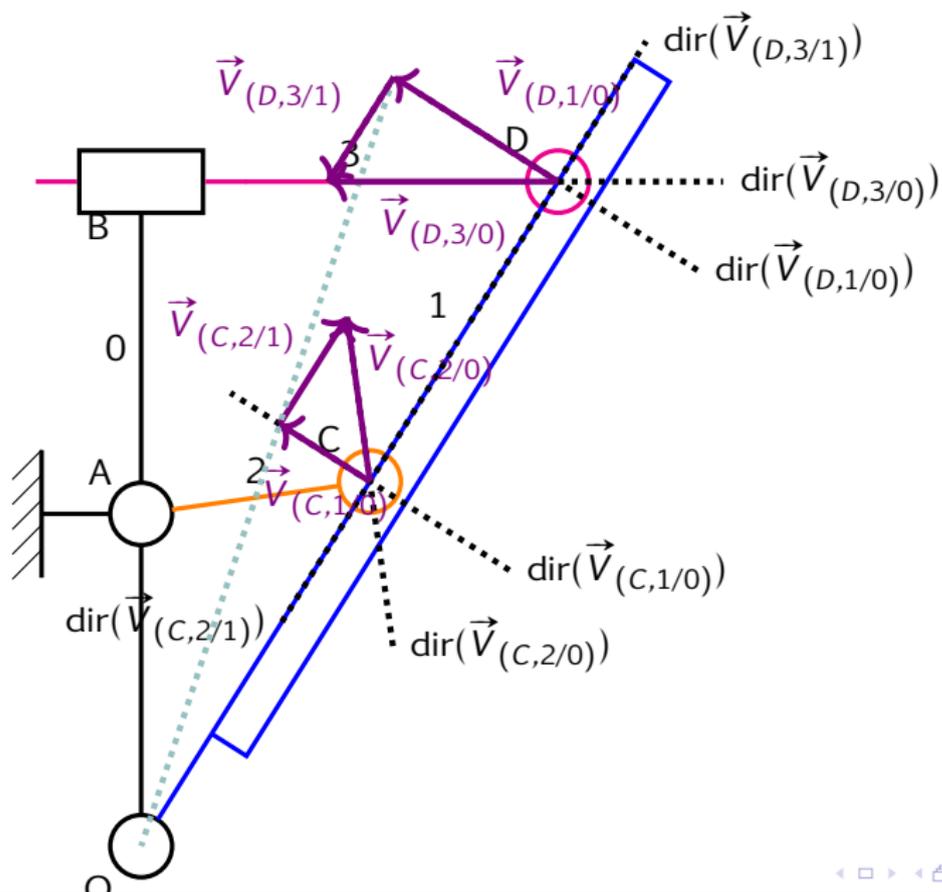












Toit escamotable de 206 CC

Détermination de la vitesse d'accostage en K

Les premières constructions se feront sur la, échelle : $10\text{mm/s} \Leftrightarrow 30\text{ mm}$ sur le graphique. Echelle : $10\text{mm/s} \Leftrightarrow 5\text{ mm}$ sur le graphique.

Q - 25 : *En justifiant votre démarche, déterminer à partir de la vitesse de sortie du vérin la vitesse d'impact : $\vec{V}_{(K,10/S)}$.*

Q - 26 : *Déterminez enfin $\vec{V}_{(G,30/S)}$.*

