

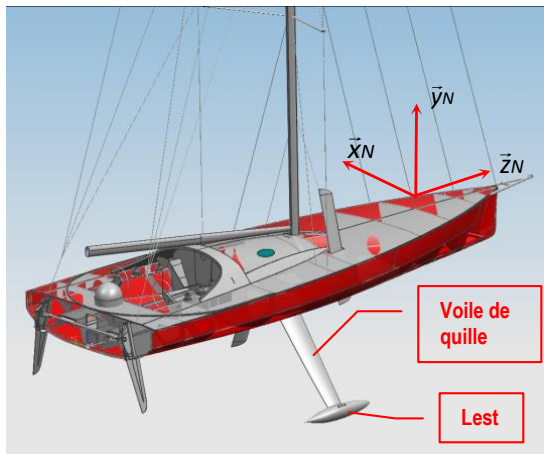
Révisions de MPSI & MP2I

Mines-Ponts 2014 MP Quille pendulaire

MINES-PONTS 2014 MP

Année 2024 - 2025

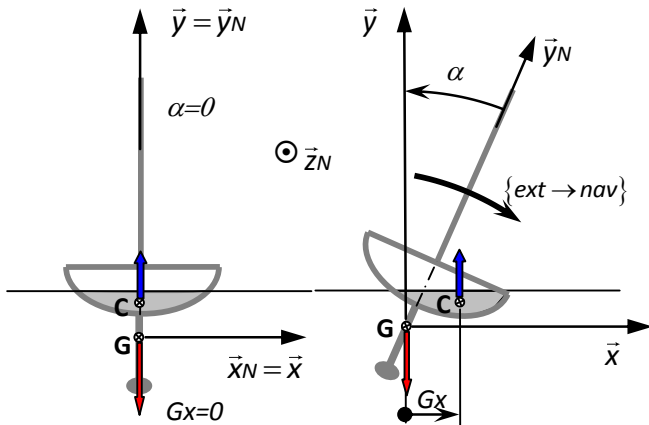
L'étude proposée s'intéresse à quelques aspects de la conception d'une quille pendulaire équipant un voilier monocoque 60' IMOCA.



Le comportement dynamique d'un voilier est conditionné par ses interactions avec les deux fluides avec lesquels il entre en contact : l'air et l'eau.

Il reçoit de l'énergie sous la forme des actions aérodynamiques dues au mouvement relatif air/voiles. Ces actions mécaniques le font avancer et provoquent son inclinaison autour de son axe longitudinal (axe de direction $\vec{Z}_N$ sur la Fig. 1). C'est le phénomène de gîte. Pour contrebalancer ce mouvement et éviter que le voilier ne se couche sur l'eau, la quille joue le rôle de contrepoids.

Cette quille est généralement constituée d'un voile immergé dans l'eau à l'extrémité duquel se trouve un lest profilé. L'efficacité de la quille dépend de la masse du lest et de la longueur du voile. Ces deux paramètres présentent des limitations : le lest ne peut être trop important sous peine de solliciter dangereusement le voile de quille et la longueur de quille est limitée par le tirant d'eau maximal admissible (il faut permettre l'entrée dans les ports sans toucher le fond!).



L'action mécanique exercée par le vent sur les voiles provoque la gîte du bateau caractérisée par l'angle α de gîte (Fig. 2 - rotation autour de l'axe $(G, \vec{z}_N)$).

On considère le bateau à l'arrêt et en équilibre sur un plan d'eau au repos (Fig. 2). Il est soumis à deux actions mécaniques :

- action de la pesanteur :

$$\mathcal{F}_{pes \rightarrow b} = {}_G \left\{ \begin{array}{c} -M \cdot g \cdot \vec{y} \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

avec G centre de gravité du bateau

- action de l'eau sur la coque (poussée d'Archimède) :

$$\mathcal{F}_{eau \rightarrow coque} = {}_C \left\{ \begin{array}{c} R_D \cdot \vec{y} \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

avec C centre de carène

Un nouvel équilibre est alors obtenu sous l'action des trois actions mécaniques précédentes mais aussi sous l'action de l'eau sur le voile de quille. Les deux nouvelles actions sont modélisées par :

- action du vent sur les voiles : $\mathcal{F}_{v \rightarrow b} = \underset{A}{\left\{ \begin{array}{c} R_v \cdot \vec{x} \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$
- action de l'eau sur la quille : $\mathcal{F}_{e \rightarrow q} = \underset{G}{\left\{ \begin{array}{c} R_e \cdot \vec{x}_N \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$

avec A centre de poussée du vent sur la voile.

Un nouvel équilibre est alors obtenu sous l'action des trois actions mécaniques précédentes mais aussi sous l'action de l'eau sur le voile de quille. Les deux nouvelles actions sont modélisées par :

- action du vent sur les voiles : $\mathcal{F}_{v \rightarrow b} = \underset{A}{\left\{ \begin{array}{c} R_v \cdot \vec{x} \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$
- action de l'eau sur la quille : $\mathcal{F}_{e \rightarrow q} = \underset{G}{\left\{ \begin{array}{c} R_e \cdot \vec{x}_N \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$

avec A centre de poussée du vent sur la voile.

Les différents points sont repérés par : $\overrightarrow{GA} = h \cdot \vec{y}_N$ et $\overrightarrow{GC} = G_x \cdot \vec{x} + G_y \cdot \vec{y}$. h est constant, alors que G_x et G_y varient en fonction de l'angle α .

Un nouvel équilibre est alors obtenu sous l'action des trois actions mécaniques précédentes mais aussi sous l'action de l'eau sur la voile de quille. Les deux nouvelles actions sont modélisées par :

- action du vent sur les voiles : $\mathcal{F}_{v \rightarrow b} = \underset{A}{\left\{ \begin{array}{c} R_v \cdot \vec{x} \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$
- action de l'eau sur la quille : $\mathcal{F}_{e \rightarrow q} = \underset{G}{\left\{ \begin{array}{c} R_e \cdot \vec{x}_N \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$

avec A centre de poussée du vent sur la voile.

Les différents points sont repérés par : $\overrightarrow{GA} = h \cdot \vec{y}_N$ et $\overrightarrow{GC} = G_x \cdot \vec{x} + G_y \cdot \vec{y}$. h est constant, alors que G_x et G_y varient en fonction de l'angle α .

REMARQUE : dans notre étude, on ne s'intéresse qu'au basculement du bateau. On considère donc le problème plan de repère $(G, \vec{x}, \vec{y})$.

Q - 1: *Isoler le bateau et appliquer le théorème du moment statique en G en projection sur $\vec{Z}_N$ de manière à donner l'expression du produit $R_D.G_x$ en fonction de α , R_V et h .*

Q - 1: Isoler le bateau et appliquer le théorème du moment statique en G en projection sur $\vec{z}_N$ de manière à donner l'expression du produit $R_D.G_x$ en fonction de α , R_v et h .

- On isole le bateau
- On effectue le BAME appliquées sur le bateau

- action de la pesanteur : $\mathcal{F}_{pes \rightarrow b} = \underset{G}{\left\{ \begin{array}{c} -M.g.\vec{y} \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$

- action de l'eau sur la coque (poussée d'Archimède) :

$$\mathcal{F}_{eau \rightarrow coque} = \underset{C}{\left\{ \begin{array}{c} R_D.\vec{y} \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$$

- action du vent sur les voiles : $\mathcal{F}_{v \rightarrow b} = \underset{A}{\left\{ \begin{array}{c} R_v.\vec{x} \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$

- action de l'eau sur la quille : $\mathcal{F}_{eau \rightarrow quille} = \underset{G}{\left\{ \begin{array}{c} R_e.\vec{x}_N \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$

- Le bateau étant à l'équilibre dans le repère galiléen terrestre, on applique le théorème du moment statique au bateau, au point G et en projection sur $\vec{Z}$:

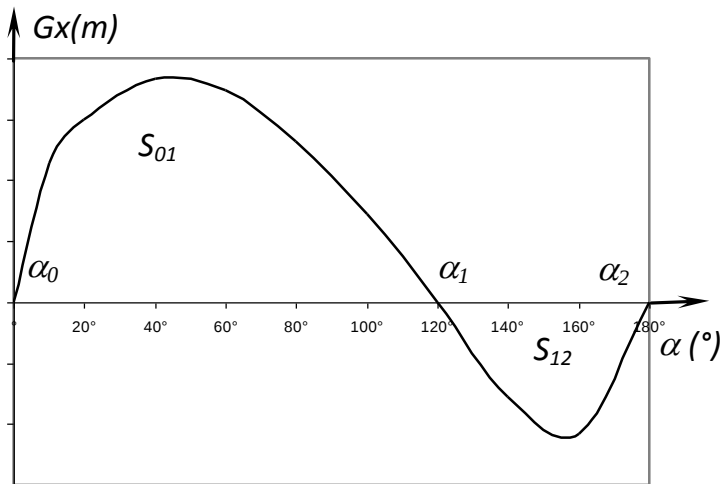
$$\begin{aligned}
 & \left(\cancel{\vec{M}_{(G, pes \rightarrow b)}} + \vec{M}_{(G, eau \rightarrow coque)} + \vec{M}_{(G, v \rightarrow b)} + \cancel{\vec{M}_{(G, eau \rightarrow quille)}} \right) \cdot \vec{Z} = 0 \\
 & \left(\cancel{\vec{M}_{(C, eau \rightarrow coque)}} + \vec{GC} \wedge \vec{R}_{eau \rightarrow coque} + \cancel{\vec{M}_{(A, v \rightarrow b)}} + \vec{GA} \wedge \vec{R}_{v \rightarrow b} \right) \cdot \vec{Z} = 0 \\
 & \left((G_x \cdot \vec{x} + G_y \cdot \vec{y}) \wedge R_D \cdot \vec{y} \right) \cdot \vec{Z} + (h \cdot \vec{y}_N \wedge R_v \cdot \vec{x}) \cdot \vec{Z} = G_x \cdot R_D - h \cdot R_v \cdot \vec{y} \cdot \vec{y}_N = 0
 \end{aligned}$$

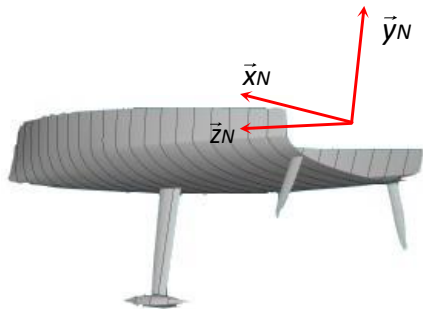
- Le bateau étant à l'équilibre dans le repère galiléen terrestre, on applique le théorème du moment statique au bateau, au point G et en projection sur $\vec{Z}$:

$$\begin{aligned}
 \left(\cancel{\vec{M}_{(G, pes \rightarrow b)}} + \vec{M}_{(G, eau \rightarrow coque)} + \vec{M}_{(G, v \rightarrow b)} + \cancel{\vec{M}_{(G, eau \rightarrow quille)}} \right) \cdot \vec{Z} &= 0 \\
 \left(\cancel{\vec{M}_{(C, eau \rightarrow coque)}} + \vec{GC} \wedge \vec{R}_{eau \rightarrow coque} + \cancel{\vec{M}_{(A, v \rightarrow b)}} + \vec{GA} \wedge \vec{R}_{v \rightarrow b} \right) \cdot \vec{Z} &= 0 \\
 \left((G_x \cdot \vec{x} + G_y \cdot \vec{y}) \wedge R_D \cdot \vec{y} \right) \cdot \vec{Z} + (h \cdot \vec{y}_N \wedge R_v \cdot \vec{x}) \cdot \vec{Z} &= G_x \cdot R_D - h \cdot R_v \cdot \vec{y} \cdot \vec{y}_N = 0
 \end{aligned}$$

La quantité $R_D \cdot G_x$ est appelée :

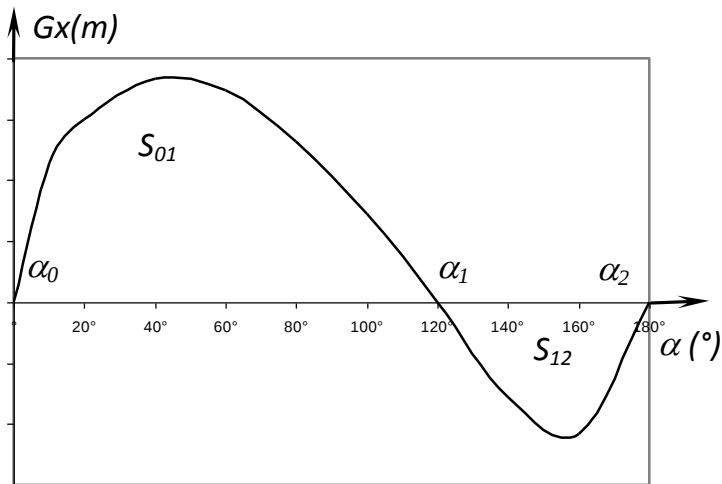
- « Moment de redressement » si $R_D \cdot G_x > 0$ et $\alpha > 0$ ou $R_D \cdot G_x < 0$ et $\alpha < 0$;
- « Moment de chavirage » si $R_D \cdot G_x < 0$ et $\alpha > 0$ ou $R_D \cdot G_x > 0$ et $\alpha < 0$.





Dans son avant-projet, l'architecte naval étudie la stabilité du bateau à l'aide d'outils de simulation numérique. A partir du modèle numérique des formes de la coque (Fig. 4) et d'une répartition des masses aussi proche que possible de la répartition finale, les différentes positions d'équilibre du navire sont recherchées en fonction de l'angle de gîte.

Cette étude fournit une courbe de stabilité théorique où apparaît en abscisse l'angle de gîte α et en ordonnée le paramètre G_x (voir Fig. 3).



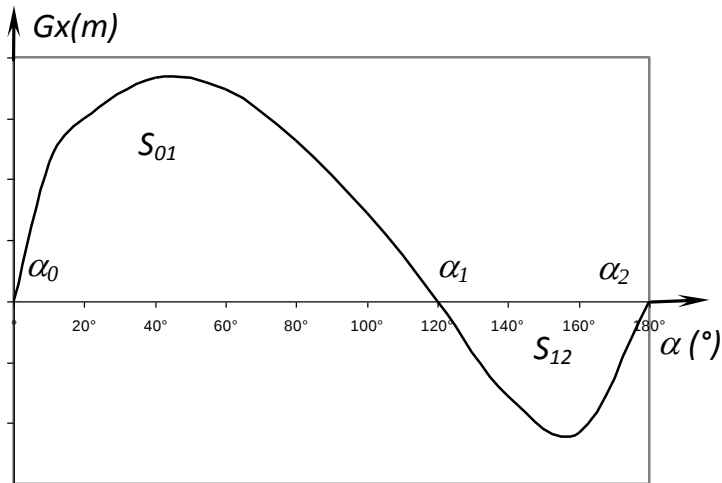
Q - 2: Expliquer pourquoi G_x suffit pour caractériser le moment de redressement ou de chavirage.

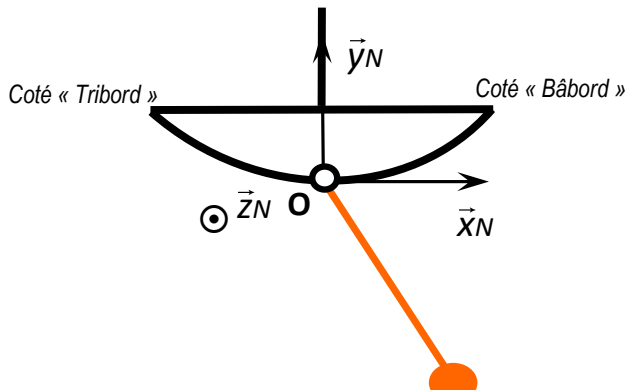
Q - 2: Expliquer pourquoi G_x suffit pour caractériser le moment de redressement ou de chavirage.

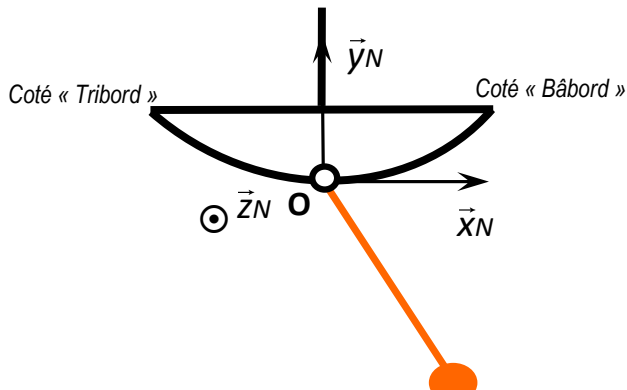
R_D est constant et positif donc le signe du produit $G_x.R_D$ dépend de G_x . Donc seul G_x suffit pour caractériser le moment de redressement ou de chavirage.

Une évolution récente des voiliers de course océanique a été de les doter d'une quille pendulaire. Cette quille est en liaison pivot d'axe $(O, \vec{z}_N)$ avec la coque du bateau et peut être orientée d'un côté ou de l'autre du navire. Une fois l'orientation désirée obtenue, tout mouvement dans la liaison pivot est supprimé par le blocage en rotation de celle-ci.



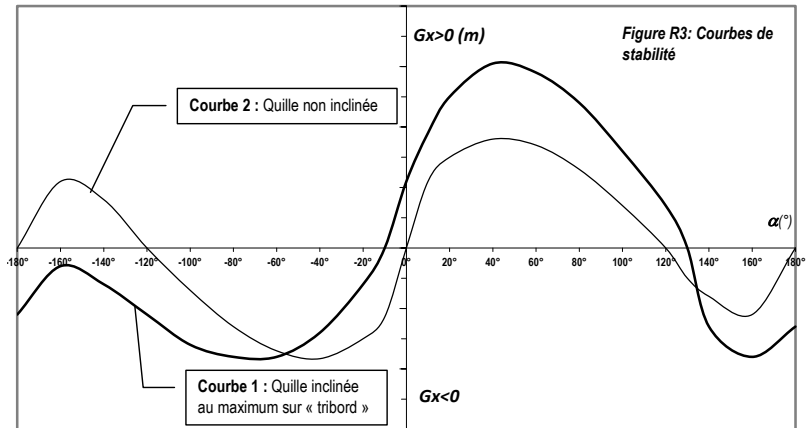






La Fig. 7 donne les courbes de stabilité théorique d'un voilier dont la quille pendulaire est inclinée :

- au maximum sur « tribord » (à droite dans le sens de la marche);
- d'un angle nul.



Q - 3: Au vu de ces courbes, la quille étant inclinée au maximum sur tribord, indiquer le comportement du bateau lorsque que le vent souffle de tribord et tend à l'incliner sur bâbord ($\alpha > 0^\circ$), et qu'initialement l'angle d'inclinaison était nul ($\alpha = 0^\circ$). Dans les mêmes conditions, que se passe t'il lorsque le vent souffle de bâbord tend à l'incliner vers tribord?

Q - 3: Au vu de ces courbes, la quille étant inclinée au maximum sur tribord, indiquer le comportement du bateau lorsque que le vent souffle de tribord et tend à l'incliner sur bâbord ($\alpha > 0^\circ$), et qu'initialement l'angle d'inclinaison était nul ($\alpha = 0^\circ$). Dans les mêmes conditions, que se passe t'il lorsque le vent souffle de bâbord tend à l'incliner vers tribord?

Q - 3: Au vu de ces courbes, la quille étant inclinée au maximum sur tribord, indiquer le comportement du bateau lorsque que le vent souffle de tribord et tend à l'incliner sur bâbord ($\alpha > 0^\circ$), et qu'initialement l'angle d'inclinaison était nul ($\alpha = 0^\circ$). Dans les mêmes conditions, que se passe t'il lorsque le vent souffle de bâbord tend à l'incliner vers tribord?

- Si le vent vient de tribord :

Le bateau sera stable pour $0 < \alpha < 130^\circ$ car $G_x > 0$ et donc $R_D \cdot G_x > 0$. $R_D \cdot G_x$ est moment de redressement. Au-delà de 130° , le bateau est instable car $G_x < 0$

Q - 3: Au vu de ces courbes, la quille étant inclinée au maximum sur tribord, indiquer le comportement du bateau lorsque que le vent souffle de tribord et tend à l'incliner sur bâbord ($\alpha > 0^\circ$), et qu'initialement l'angle d'inclinaison était nul ($\alpha = 0^\circ$). Dans les mêmes conditions, que se passe t'il lorsque le vent souffle de bâbord tend à l'incliner vers tribord?

- Si le vent vient de tribord :

Le bateau sera stable pour $0 < \alpha < 130^\circ$ car $G_x > 0$ et donc $R_D \cdot G_x > 0$. $R_D \cdot G_x$ est moment de redressement. Au-delà de 130° , le bateau est instable car $G_x < 0$

- Si le vent vient de bâbord :

Q - 3: Au vu de ces courbes, la quille étant inclinée au maximum sur tribord, indiquer le comportement du bateau lorsque que le vent souffle de tribord et tend à l'incliner sur bâbord ($\alpha > 0^\circ$), et qu'initialement l'angle d'inclinaison était nul ($\alpha = 0^\circ$). Dans les mêmes conditions, que se passe t'il lorsque le vent souffle de bâbord tend à l'incliner vers tribord?

- Si le vent vient de tribord :

Le bateau sera stable pour $0 < \alpha < 130^\circ$ car $G_x > 0$ et donc $R_D \cdot G_x > 0$. $R_D \cdot G_x$ est moment de redressement. Au-delà de 130° , le bateau est instable car $G_x < 0$

- Si le vent vient de bâbord :

- Pour $-12^\circ < \alpha < 0^\circ$, $G_x > 0$ et donc $R_D \cdot G_x < 0$. $R_D \cdot G_x$ est moment de chavirage. Le bateau va pivoté facilement jusqu'à $\alpha = -12^\circ$.

Q - 3: *Au vu de ces courbes, la quille étant inclinée au maximum sur tribord, indiquer le comportement du bateau lorsque que le vent souffle de tribord et tend à l'incliner sur bâbord ($\alpha > 0^\circ$), et qu'initialement l'angle d'inclinaison était nul ($\alpha = 0^\circ$). Dans les mêmes conditions, que se passe t'il lorsque le vent souffle de bâbord tend à l'incliner vers tribord?*

- Si le vent vient de tribord :

Le bateau sera stable pour $0 < \alpha < 130^\circ$ car $G_x > 0$ et donc $R_D \cdot G_x > 0$. $R_D \cdot G_x$ est moment de redressement. Au-delà de 130° , le bateau est instable car $G_x < 0$

- Si le vent vient de bâbord :

- Pour $-12^\circ < \alpha < 0^\circ$, $G_x > 0$ et donc $R_D \cdot G_x < 0$. $R_D \cdot G_x$ est moment de chavirage. Le bateau va pivoté facilement jusqu'à $\alpha = -12^\circ$.
- Pour $-180^\circ < \alpha < -12^\circ$, $G_x < 0$ et donc $R_D \cdot G_x > 0$. $R_D \cdot G_x$ est moment de redressement. Le bateau sera stable.

Q - 4: Quels avantages procure la quille pendulaire au comportement du navire lorsqu'il gîte avec un angle α positif? Pour un angle de gîte α négatif, quel est l'apport de la quille pendulaire?

Q - 4: Quels avantages procure la quille pendulaire au comportement du navire lorsqu'il gîte avec un angle α positif? Pour un angle de gîte α négatif, quel est l'apport de la quille pendulaire?

Pour un angle $\alpha > 0^\circ$ le bateau s'inclinera moins pour une même action du vent que si la quille est droite. L'angle limite de chavirage est plus grand.

Q - 4: Quels avantages procure la quille pendulaire au comportement du navire lorsqu'il gîte avec un angle α positif? Pour un angle de gîte α négatif, quel est l'apport de la quille pendulaire?

Pour un angle $\alpha > 0^\circ$ le bateau s'inclinera moins pour une même action du vent que si la quille est droite. L'angle limite de chavirage est plus grand.

La position définie par $\alpha = 0^\circ$ n'est pas une position d'équilibre. Si il n'y a pas de vent, le bateau se positionnera naturellement à la position $\alpha = -12^\circ$. Pour un angle $\alpha = -12^\circ$, le chavirage devient impossible car G_x ne change pas de signe.

Q - 4: Quels avantages procure la quille pendulaire au comportement du navire lorsqu'il gîte avec un angle α positif? Pour un angle de gîte α négatif, quel est l'apport de la quille pendulaire?

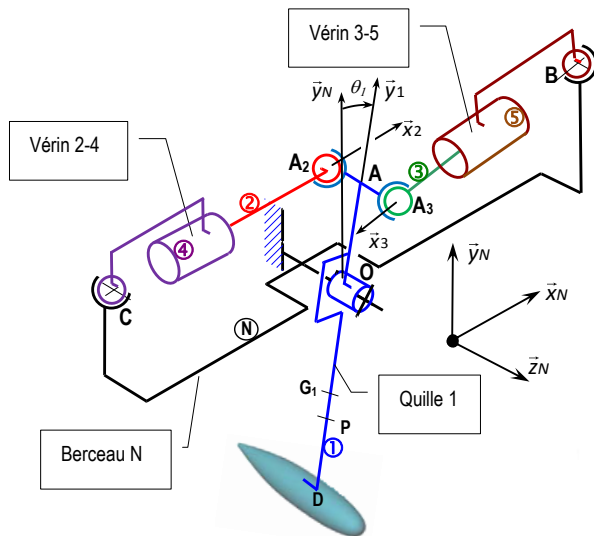
Pour un angle $\alpha > 0^\circ$ le bateau s'inclinera moins pour une même action du vent que si la quille est droite. L'angle limite de chavirage est plus grand.

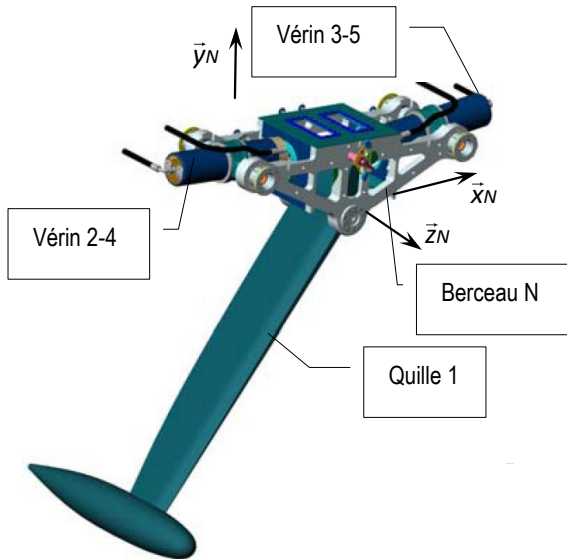
La position définie par $\alpha = 0^\circ$ n'est pas une position d'équilibre. Si il n'y a pas de vent, le bateau se positionnera naturellement à la position $\alpha = -12^\circ$. Pour un angle $\alpha = -12^\circ$, le chavirage devient impossible car G_x ne change pas de signe.

Pour $-60^\circ < \alpha < -12^\circ$, le bateau s'inclinera plus que si la quille était droite pour une même action du vent. Pour $\alpha < -60^\circ$, le bateau s'inclinera moins que si la quille était droite pour une même action du vent.

Description du mécanisme de mise en position de la quille pendulaire

La quille est orientée et bloquée en position grâce à deux vérins hydrauliques. Le schéma Fig. 8 et la Fig. 9 montrent l'architecture du mécanisme, le berceau N étant encastré sur la coque du bateau.





Les vérins sont alimentés par un groupe hydraulique par l'intermédiaire de servovalves pilotées par un automate. Des bloqueurs hydrauliques, aussi pilotés par l'automate, assurent le blocage en position des vérins et ainsi de la quille.

La commande des manœuvres de la quille s'effectue via un pupitre placé à proximité du poste de barre à partir duquel le navigateur peut demander à l'automate de réaliser :

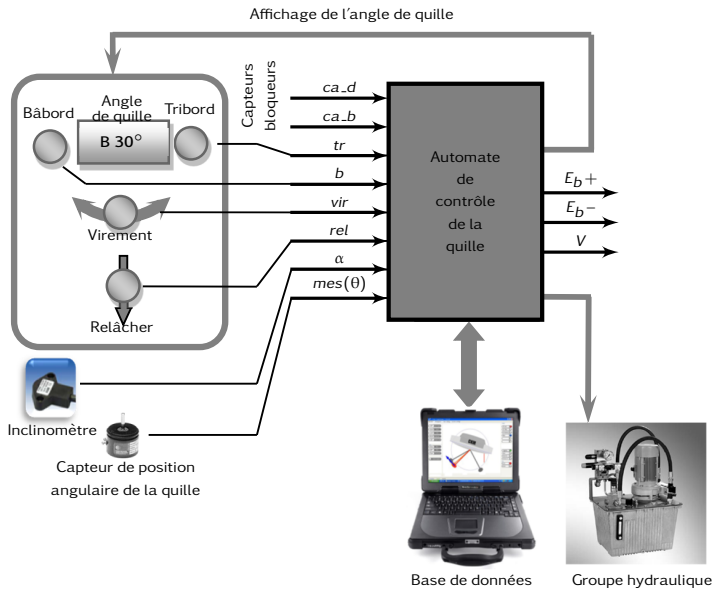
- le déplacement de la quille d'un bord ou de l'autre selon une valeur de consigne
- des cycles préprogrammés comme celui de « virement de bord » et celui de « Relâcher ».

Le cycle de « virement de bord » permet de placer la quille de façon symétrique à la position qu'elle occupait précédemment. Ce cycle est utilisé lorsque le navigateur change l'orientation du navire par rapport au vent lors d'un virement de bord. L'automate prend alors en charge intégralement la séquence de manœuvres de la quille, laissant le navigateur disponible pour les autres tâches.

Le cycle « Relâcher » permet de déplacer la quille sous le seul effet de la pesanteur. La quille est ainsi manœuvrée sans utiliser l'énergie de la centrale hydraulique. L'automate est également interfacé via le réseau du navire à une base de données où sont stockés les paramètres des navigations précédentes (conditions météorologiques, performances du navire et angle de quille). Le navigateur peut ainsi intégrer les paramètres de la quille à l'ensemble des paramètres décisionnels qui lui permettent d'élaborer sa stratégie de navigation.

Deux capteurs renseignent l'automate : un inclinomètre mesure l'angle de gîte du navire et un capteur de position angulaire mesure l'angle d'inclinaison de la quille θ .

Le pupitre de commande est doté de quatre boutons poussoirs : « Bâbord », « Tribord », « Virement » et « Relâcher ». Un appui « bref » sur « Bâbord » ou « Tribord » provoque une évolution de l'angle de consigne de 1° , un appui « long » une évolution de 10° .

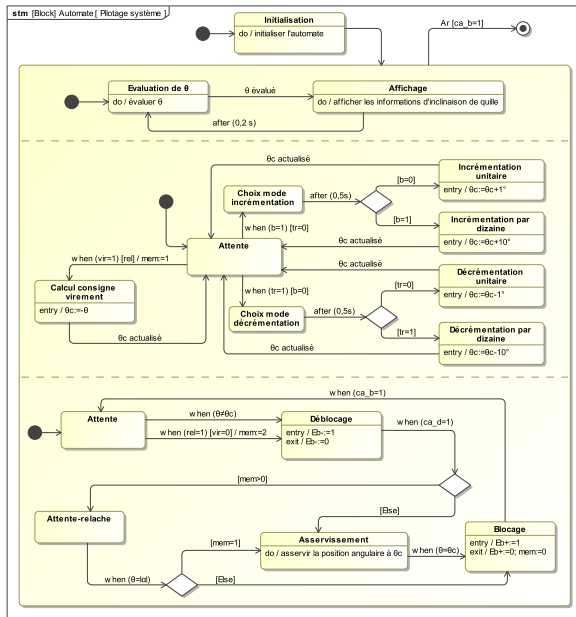


La Tab. 1 définit les variables d'entrée et de sortie de l'automate.

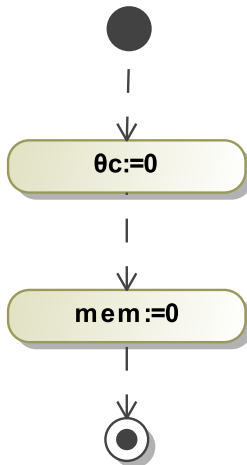
Entrées TOR	
<i>tr</i>	Demande d'inclinaison sur tribord
<i>b</i>	Demande d'inclinaison sur bâbord
<i>vir</i>	Demande du cycle « virement de bord »
<i>rel</i>	Demande du cycle « Relâcher »
<i>ca_b</i>	Information capteur bloqueur vérin bloqué
<i>ca_d</i>	Information capteur bloqueur vérin débloqué
<i>Ar</i>	Demande d'arrêt du système
Sorties TOR	
<i>Eb+</i>	Pilotage de l'électrovalve du distributeur correspondant au blocage des vérins
<i>Eb-</i>	Pilotage de l'électrovalve du distributeur correspondant au déblocage des vérins
Sortie analogique	
<i>V</i>	Pilotage du servo-distributeur correspondant au pivotement de la quille

Le comportement du système est décrit par le diagramme d'états (**stm**) Fig. 11 et les diagrammes d'activités (**ac**) Fig. 12.

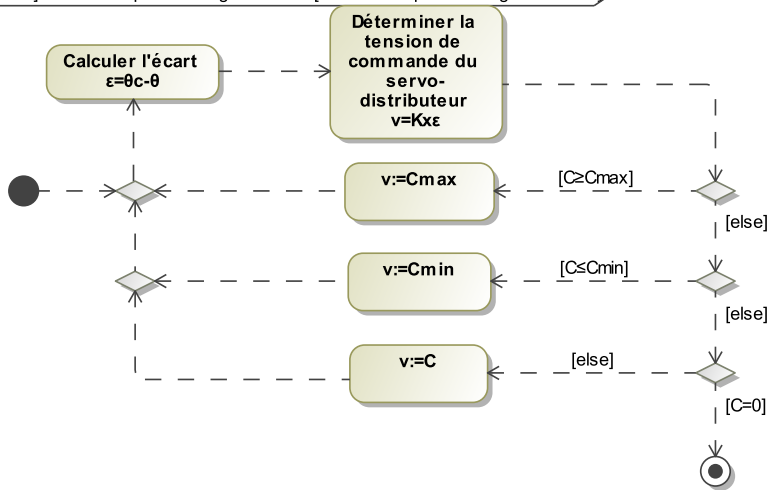
REMARQUE : le diagramme d'activités (**ac**) « asservir la position angulaire à θ_c » correspond à un asservissement avec correcteur proportionnel et V_{max} est défini par le graphe Fig. 19.



act [Activité] initialiser l'automate [initialiser l'automate]



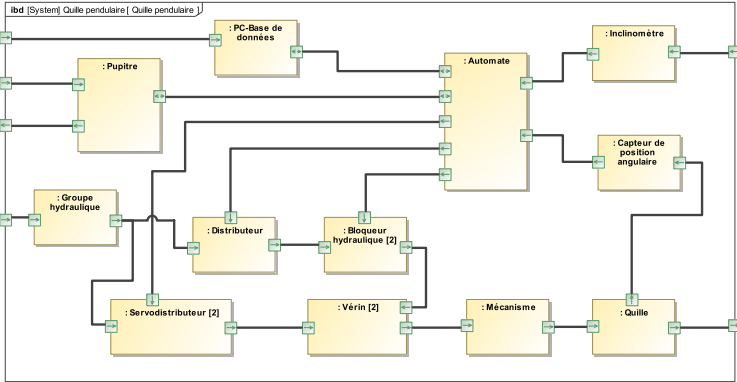
act [Activité] asservir la position angulaire à θ_c [asservir la position angulaire à θ_c]



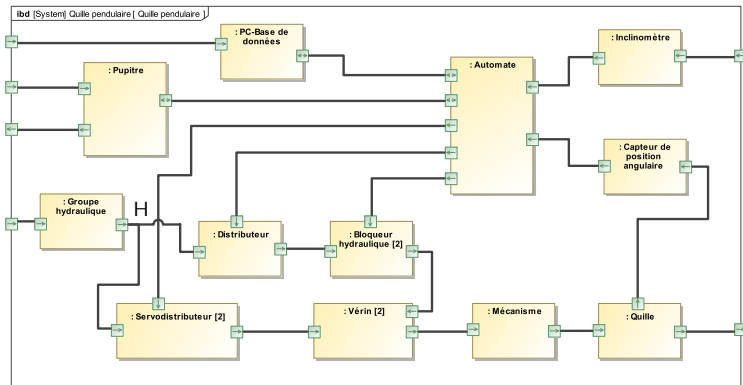
Étude structurelle du mécanisme de mise en position de la quille

Q - 5: Sur le diagramme de bloc interne Fig. 24 du document réponse, repérer les flux hydrauliques, les flux électriques et les flux mécaniques en plaçant respectivement un « H », un « E » ou un « M » à côté de ces flux. Attention certains flux peuvent ne pas correspondre à ces trois choix.

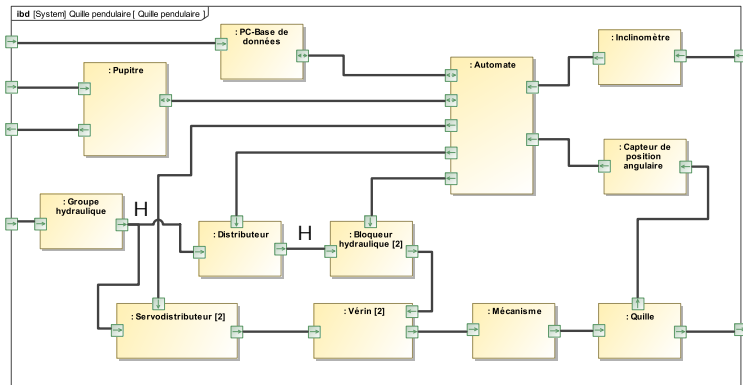
Q - 5: Sur le diagramme de bloc interne Fig. 24 du document réponse, repérer les flux hydrauliques, les flux électriques et les flux mécaniques en plaçant respectivement un « H », un « E » ou un « M » à côté de ces flux. Attention certains flux peuvent ne pas correspondre à ces trois choix.



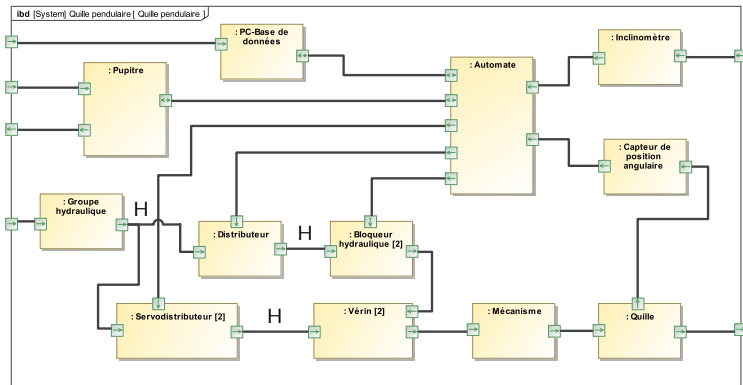
Q - 5: Sur le diagramme de bloc interne Fig. 24 du document réponse, repérer les flux hydrauliques, les flux électriques et les flux mécaniques en plaçant respectivement un « H », un « E » ou un « M » à côté de ces flux. Attention certains flux peuvent ne pas correspondre à ces trois choix.



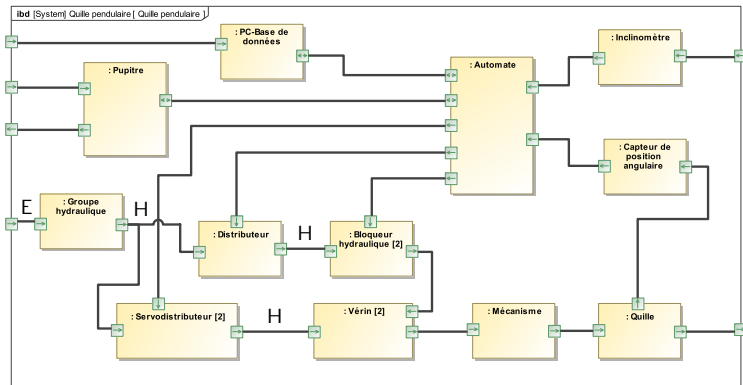
Q - 5: Sur le diagramme de bloc interne Fig. 24 du document réponse, repérer les flux hydrauliques, les flux électriques et les flux mécaniques en plaçant respectivement un « H », un « E » ou un « M » à côté de ces flux. Attention certains flux peuvent ne pas correspondre à ces trois choix.



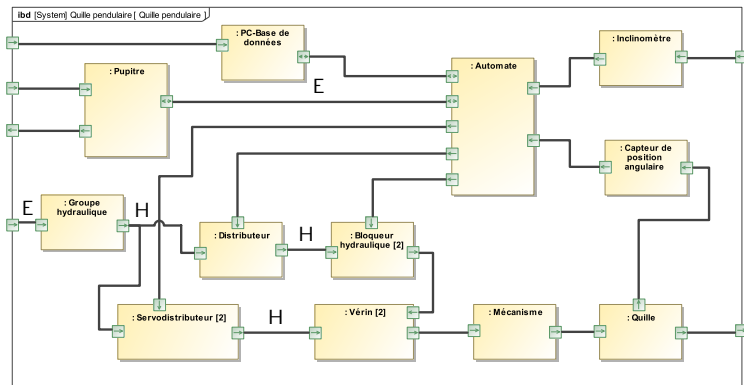
Q - 5: Sur le diagramme de bloc interne Fig. 24 du document réponse, repérer les flux hydrauliques, les flux électriques et les flux mécaniques en plaçant respectivement un « H », un « E » ou un « M » à côté de ces flux. Attention certains flux peuvent ne pas correspondre à ces trois choix.



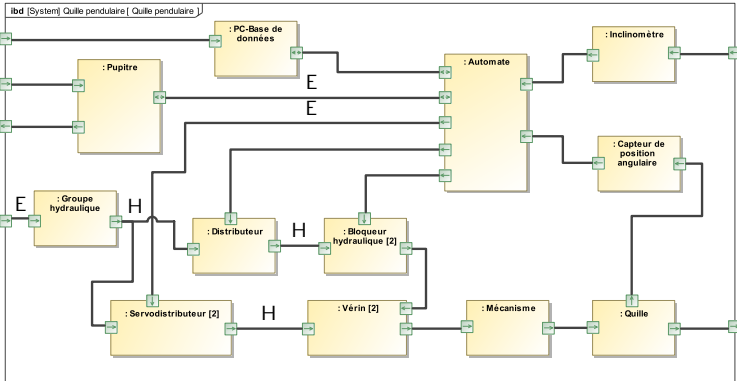
Q - 5: Sur le diagramme de bloc interne Fig. 24 du document réponse, repérer les flux hydrauliques, les flux électriques et les flux mécaniques en plaçant respectivement un « H », un « E » ou un « M » à côté de ces flux. Attention certains flux peuvent ne pas correspondre à ces trois choix.



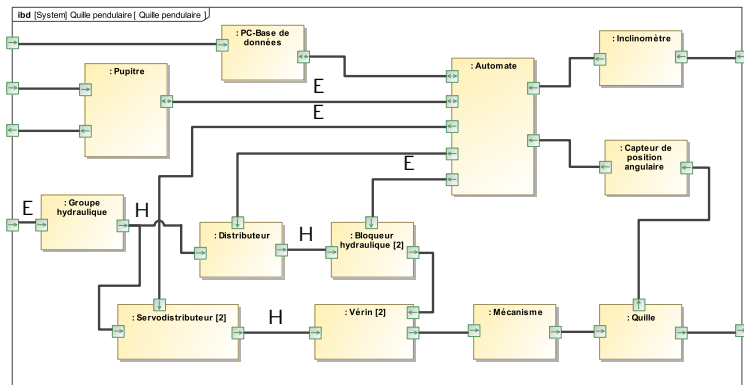
Q - 5: Sur le diagramme de bloc interne Fig. 24 du document réponse, repérer les flux hydrauliques, les flux électriques et les flux mécaniques en plaçant respectivement un « H », un « E » ou un « M » à côté de ces flux. Attention certains flux peuvent ne pas correspondre à ces trois choix.



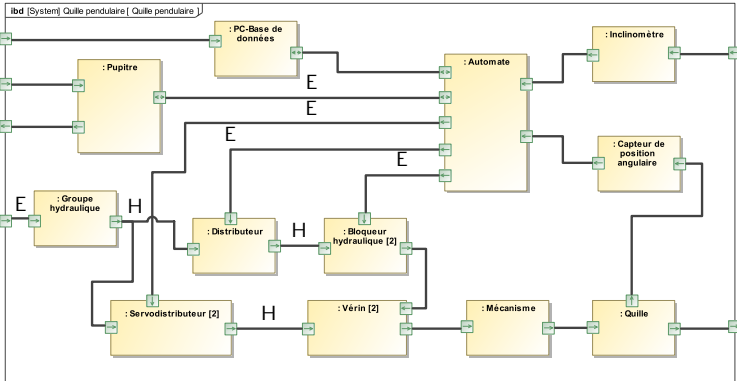
Q - 5: Sur le diagramme de bloc interne Fig. 24 du document réponse, repérer les flux hydrauliques, les flux électriques et les flux mécaniques en plaçant respectivement un « H », un « E » ou un « M » à côté de ces flux. Attention certains flux peuvent ne pas correspondre à ces trois choix.



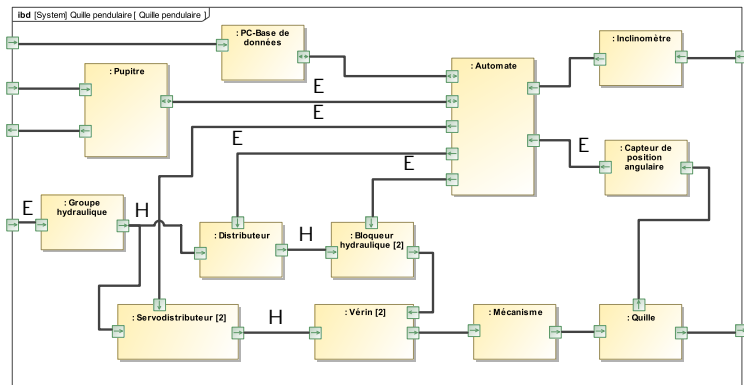
Q - 5: Sur le diagramme de bloc interne Fig. 24 du document réponse, repérer les flux hydrauliques, les flux électriques et les flux mécaniques en plaçant respectivement un « H », un « E » ou un « M » à côté de ces flux. Attention certains flux peuvent ne pas correspondre à ces trois choix.



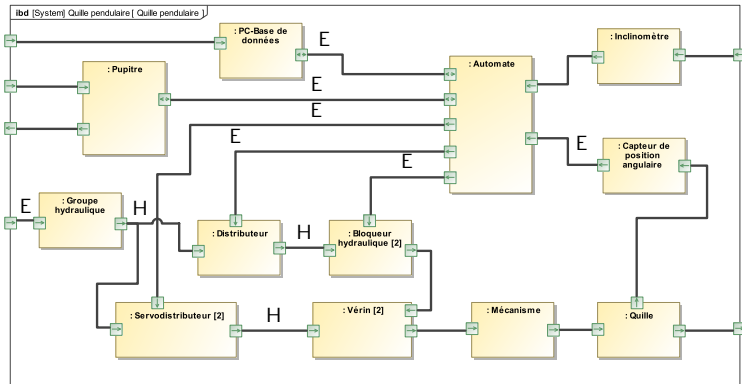
Q - 5: Sur le diagramme de bloc interne Fig. 24 du document réponse, repérer les flux hydrauliques, les flux électriques et les flux mécaniques en plaçant respectivement un « H », un « E » ou un « M » à côté de ces flux. Attention certains flux peuvent ne pas correspondre à ces trois choix.



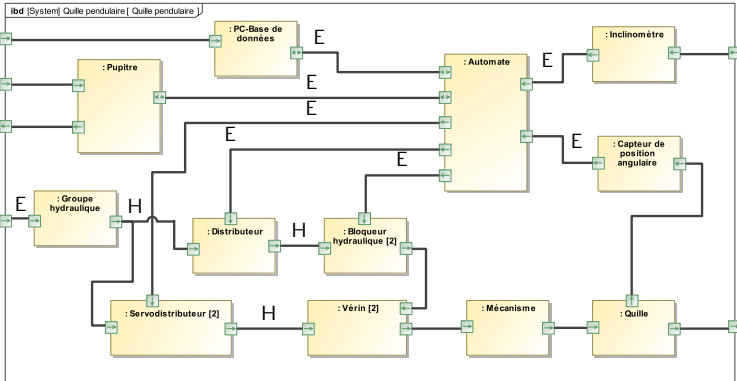
Q - 5: Sur le diagramme de bloc interne Fig. 24 du document réponse, repérer les flux hydrauliques, les flux électriques et les flux mécaniques en plaçant respectivement un « H », un « E » ou un « M » à côté de ces flux. Attention certains flux peuvent ne pas correspondre à ces trois choix.



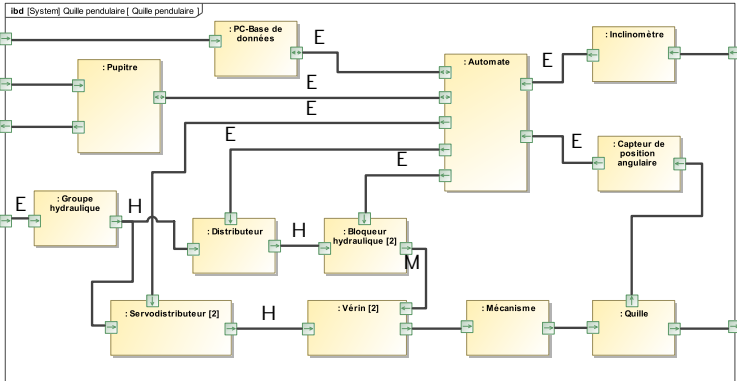
Q - 5: Sur le diagramme de bloc interne Fig. 24 du document réponse, repérer les flux hydrauliques, les flux électriques et les flux mécaniques en plaçant respectivement un « H », un « E » ou un « M » à côté de ces flux. Attention certains flux peuvent ne pas correspondre à ces trois choix.



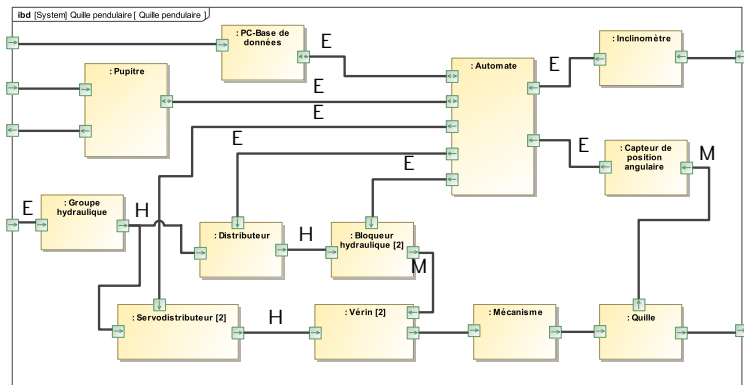
Q - 5: Sur le diagramme de bloc interne Fig. 24 du document réponse, repérer les flux hydrauliques, les flux électriques et les flux mécaniques en plaçant respectivement un « H », un « E » ou un « M » à côté de ces flux. Attention certains flux peuvent ne pas correspondre à ces trois choix.



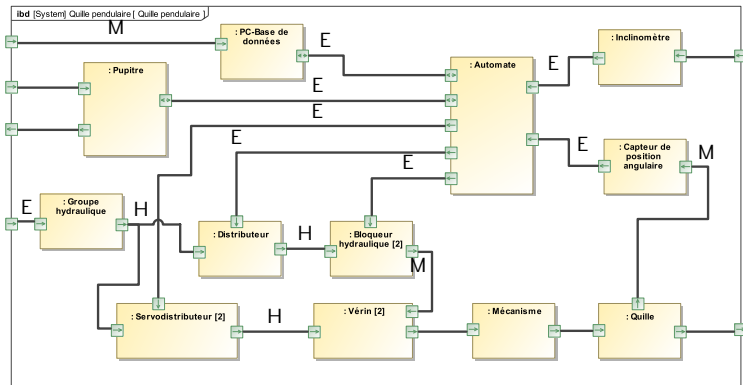
Q - 5: Sur le diagramme de bloc interne Fig. 24 du document réponse, repérer les flux hydrauliques, les flux électriques et les flux mécaniques en plaçant respectivement un « H », un « E » ou un « M » à côté de ces flux. Attention certains flux peuvent ne pas correspondre à ces trois choix.



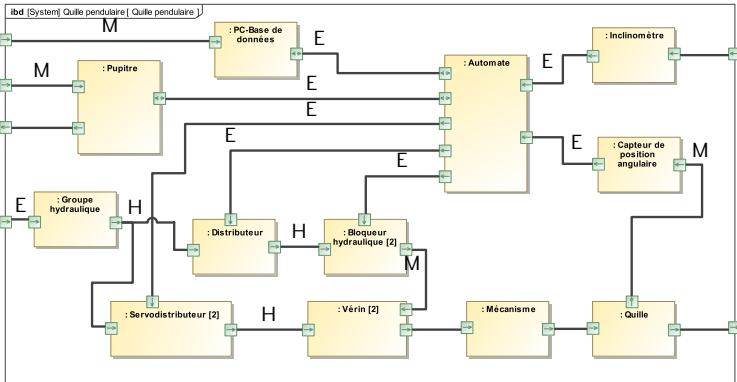
Q - 5: Sur le diagramme de bloc interne Fig. 24 du document réponse, repérer les flux hydrauliques, les flux électriques et les flux mécaniques en plaçant respectivement un « H », un « E » ou un « M » à côté de ces flux. Attention certains flux peuvent ne pas correspondre à ces trois choix.



Q - 5: Sur le diagramme de bloc interne Fig. 24 du document réponse, repérer les flux hydrauliques, les flux électriques et les flux mécaniques en plaçant respectivement un « H », un « E » ou un « M » à côté de ces flux. Attention certains flux peuvent ne pas correspondre à ces trois choix.



Q - 5: Sur le diagramme de bloc interne Fig. 24 du document réponse, repérer les flux hydrauliques, les flux électriques et les flux mécaniques en plaçant respectivement un « H », un « E » ou un « M » à côté de ces flux. Attention certains flux peuvent ne pas correspondre à ces trois choix.



Le diagramme illustre l'architecture fonctionnelle du système de commande de la quille pendulaire. Les composants sont représentés par des blocs rectangulaires jaunes, et les flux de données sont indiqués par des lignes noires avec des symboles de direction (M pour Message, E pour Événement, H pour Hypothèse, et des symboles de commande comme les triangles et les carrés).

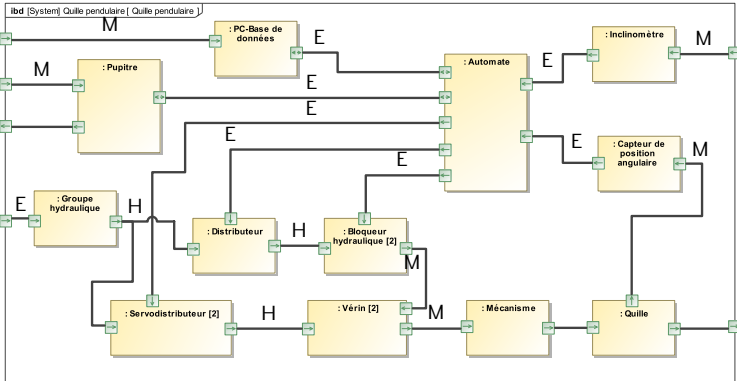
Les composants principaux sont :

- ibid [System] Quille pendulaire [Quille pendulaire]** (Blocs de connexion à l'interface)
- : PC-Base de données**
- : Pupitre**
- : Automate**
- : Inclinomètre**
- : Groupe hydraulique**
- : Distributeur**
- : Bloqueur hydraulique [2]**
- : Servodistributeur [2]**
- : Vérin [2]**
- : Mécanisme**
- : Quille**
- : Capteur de position angulaire**

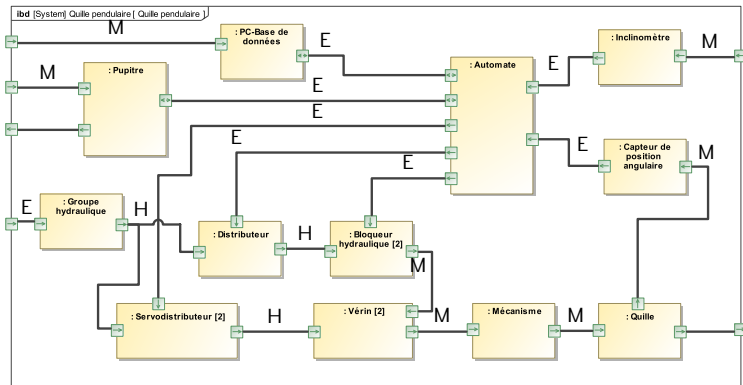
Les flux de données sont :

- M (Message) :** Flux de commande ou de configuration, par exemple de l'interface vers le pupitre, de l'interface vers le PC-Base de données, du pupitre vers l'automate, de l'inclinomètre vers l'automate, et du capteur de position angulaire vers l'automate.
- E (Événement) :** Flux de données de retour ou de statut, par exemple du PC-Base de données vers l'automate, de l'automate vers le pupitre, de l'automate vers le groupe hydraulique, de l'automate vers le distributeur, de l'automate vers le bloqueur hydraulique [2], de l'automate vers le servodistributeur [2], de l'automate vers le vérin [2], de l'automate vers le mécanisme, de l'automate vers la quille, et du capteur de position angulaire vers l'automate.
- H (Hypothèse) :** Flux de données de retour ou de statut, par exemple du distributeur vers le servodistributeur [2], et du servodistributeur [2] vers le vérin [2].
- Commandes (Symboles) :** Les flux de commande sont souvent marqués par des triangles ou des carrés à l'extrémité, indiquant une action ou une activation.

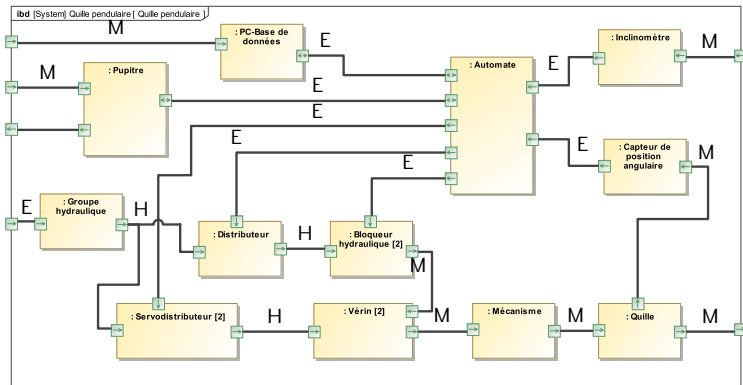
Q - 5: Sur le diagramme de bloc interne Fig. 24 du document réponse, repérer les flux hydrauliques, les flux électriques et les flux mécaniques en plaçant respectivement un « H », un « E » ou un « M » à côté de ces flux. Attention certains flux peuvent ne pas correspondre à ces trois choix.



Q - 5: Sur le diagramme de bloc interne Fig. 24 du document réponse, repérer les flux hydrauliques, les flux électriques et les flux mécaniques en plaçant respectivement un « H », un « E » ou un « M » à côté de ces flux. Attention certains flux peuvent ne pas correspondre à ces trois choix.

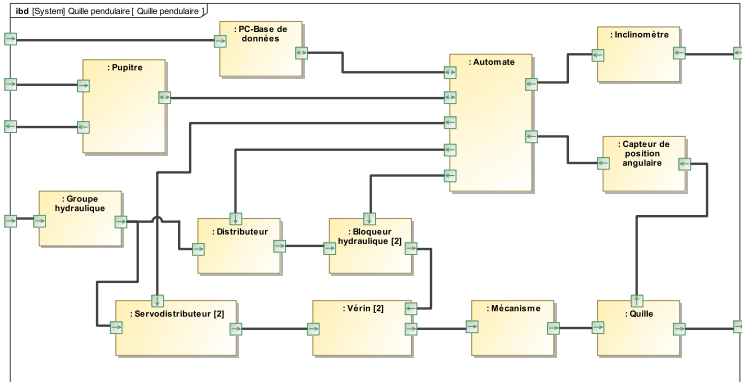


Q - 5: Sur le diagramme de bloc interne Fig. 24 du document réponse, repérer les flux hydrauliques, les flux électriques et les flux mécaniques en plaçant respectivement un « H », un « E » ou un « M » à côté de ces flux. Attention certains flux peuvent ne pas correspondre à ces trois choix.

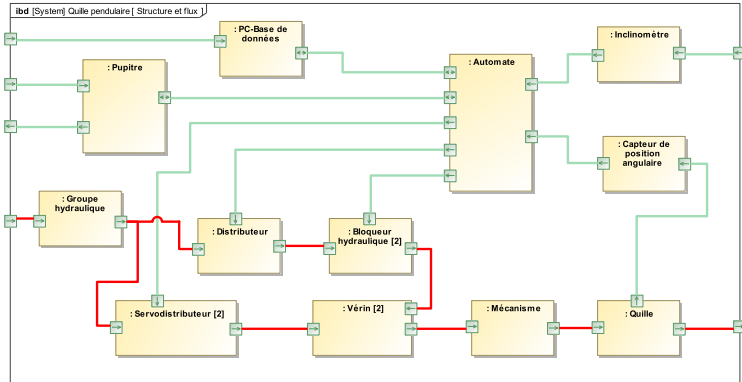


Q - 6: Repérer sur ce même diagramme les flux d'information en vert et les flux d'énergie d'énergie en rouge.

Q - 6: Repérer sur ce même diagramme les flux d'information en vert et les flux d'énergie d'énergie en rouge.



Q - 6: Repérer sur ce même diagramme les flux d'information en vert et les flux d'énergie d'énergie en rouge.



Étude séquentielle du mécanisme de mise en position de la quille

Les actions de blocage et de déblocage d'un vérin durent 0,5 s et on considère que la quille pivote à $2^\circ/\text{s}$ qu'elle soit actionnée par les vérins ou en mode relâche.

Étude séquentielle du mécanisme de mise en position de la quille

Les actions de blocage et de déblocage d'un vérin durent 0,5 s et on considère que la quille pivote à $2^\circ/\text{s}$ qu'elle soit actionnée par les vérins ou en mode relâche.

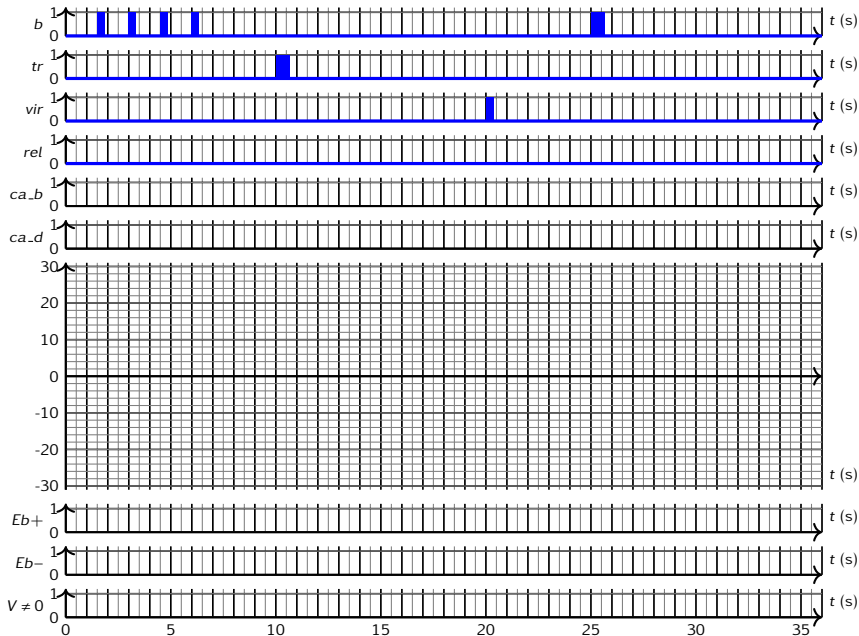
Q - 7: Compléter le graphe des évolutions temporelles de l'angle d'inclinaison θ de la quille (en rouge) et de sa consigne θ_c (en bleu), ainsi que celles des variables d'entrée et de sortie de l'automate « ca_b », « ca_d », « Eb+ », « Eb- » et « v » (pour la variable « v », définir seulement si la variable est égale ou différente de 0) sachant qu'à l'instant t_0 , la quille est inclinée de $\theta = \theta_c = 20^\circ$ et que le navigateur donne une série d'impulsions sur « b », « tr » et « vir » conformément au chronogramme donné Fig. 26.

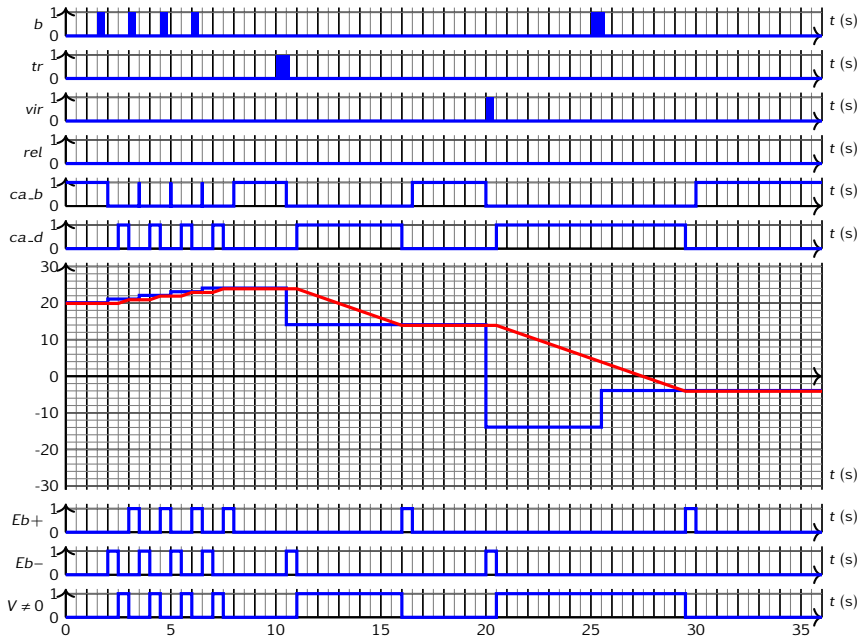
Étude séquentielle du mécanisme de mise en position de la quille

Les actions de blocage et de déblocage d'un vérin durent 0,5 s et on considère que la quille pivote à $2^\circ/\text{s}$ qu'elle soit actionnée par les vérins ou en mode relâche.

Q - 7: Compléter le graphe des évolutions temporelles de l'angle d'inclinaison θ de la quille (en rouge) et de sa consigne θ_c (en bleu), ainsi que celles des variables d'entrée et de sortie de l'automate « ca_b », « ca_d », « Eb+ », « Eb- » et « v » (pour la variable « v », définir seulement si la variable est égale ou différente de 0) sachant qu'à l'instant t_0 , la quille est inclinée de $\theta = \theta_c = 20^\circ$ et que le navigateur donne une série d'impulsions sur « b », « tr » et « vir » conformément au chronogramme donné Fig. 26.







Étude de la mémorisation de la position de la quille

La quille oscille entre -45° et $+45^\circ$ ($-45^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$). La position angulaire de consigne θ_c est stockée au degré près sur n bits, chacun de ces bits étant représenté physiquement par une bascule JK.

Étude de la mémorisation de la position de la quille

La quille oscille entre -45° et $+45^\circ$ ($-45^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$). La position angulaire de consigne θ_c est stockée au degré près sur n bits, chacun de ces bits étant représenté physiquement par une bascule JK.

Q - 8: Quelle valeur minimale donner à n pour couvrir les besoins de stockage de la position de consigne θ_c ?

Étude de la mémorisation de la position de la quille

La quille oscille entre -45° et $+45^\circ$ ($-45^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$). La position angulaire de consigne θ_c est stockée au degré près sur n bits, chacun de ces bits étant représenté physiquement par une bascule JK.

Q - 8: Quelle valeur minimale donner à n pour couvrir les besoins de stockage de la position de consigne θ_c ?

Comme le débattement total est de 90° et que la précision est le degré, il faut 91 niveaux d'évaluation de θ_c .

Étude de la mémorisation de la position de la quille

La quille oscille entre -45° et $+45^\circ$ ($-45^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$). La position angulaire de consigne θ_c est stockée au degré près sur n bits, chacun de ces bits étant représenté physiquement par une bascule JK.

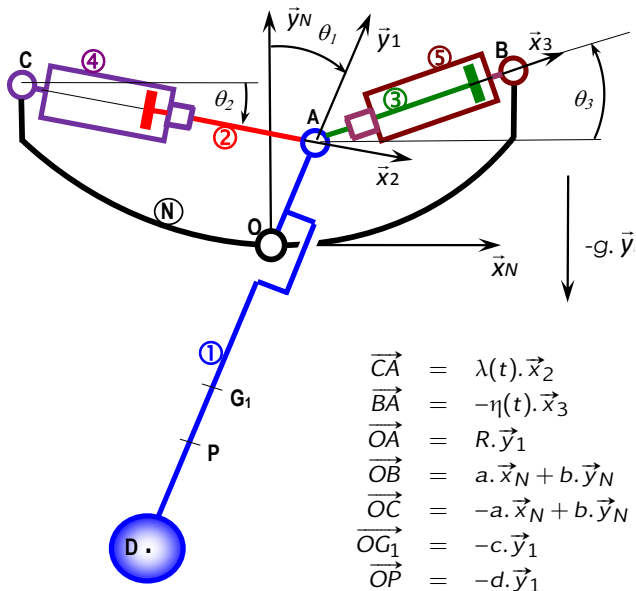
Q - 8: Quelle valeur minimale donner à n pour couvrir les besoins de stockage de la position de consigne θ_c ?

Comme le débattement total est de 90° et que la précision est le degré, il faut 91 niveaux d'évaluation de θ_c .

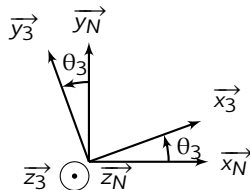
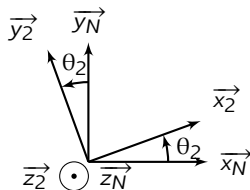
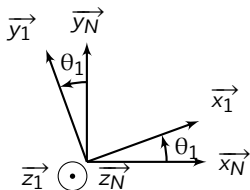
Or $2^6 < 91 < 2^7$, il faut donc 7 bits pour couvrir le besoin de stockage de la position de consigne θ_c .

Étude cinématique de la mise en position de la quille pendulaire

L'objectif de cette partie est de vérifier le bon dimensionnement des vérins et de valider leur commande.



$$a = 0,45 \text{ m}; b = 0,35 \text{ m}; R = 0,3 \text{ m}$$



- la quille 1 est en liaison pivot d'axe $(O, \vec{z}_N)$ avec le berceau. Le repère $\mathcal{R}_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ est associé à la quille 1 avec $\theta_1 = (\vec{x}_N, \vec{x}_1) = (\vec{y}_N, \vec{y}_1)$
- les corps 4 et 5 des vérins sont en liaison pivot avec le berceau d'axes respectifs $(C, \vec{z}_N)$ et $(B, \vec{z}_N)$
- les tiges 2 et 3 de ces vérins sont en liaison pivot glissant d'axes respectifs (CA) et (BA) , respectivement avec les corps 4 et 5 des vérins. Les repères $\mathcal{R}_2 = (A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ et $\mathcal{R}_3 = (A, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ sont associés respectivement aux corps 2 et 3 avec $\theta_2 = (\vec{x}_N, \vec{x}_2) = (\vec{y}_N, \vec{y}_2)$ et $\theta_3 = (\vec{x}_N, \vec{x}_3) = (\vec{y}_N, \vec{y}_3)$
- les tiges 2 et 3 sont en liaison pivot d'axe $(A, \vec{z}_N)$ avec la quille 1
- l'inclinaison de la quille doit être telle que $-45^\circ \leq \theta_1 \leq 45^\circ$.
- les vérins ont une course maximale C de 50 cm.

Q - 11: *Par une fermeture géométrique utilisant les points C, A et O, déterminer l'expression λ en fonction de θ_1 , et l'expression de θ_2 en fonction de θ_1 .*

Q - 11: Par une fermeture géométrique utilisant les points C, A et O, déterminer l'expression λ en fonction de θ_1 , et l'expression de θ_2 en fonction de θ_1 .

$$\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AC} \quad \Rightarrow \quad R.\vec{y}_1 + a.\vec{x}_N - b.\vec{y}_N = \lambda.\vec{x}_2$$

Q - 11: Par une fermeture géométrique utilisant les points C , A et O , déterminer l'expression λ en fonction de θ_1 , et l'expression de θ_2 en fonction de θ_1 .

$$\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AC} \Rightarrow R.\vec{y}_1 + a.\vec{x}_N - b.\vec{y}_N = \lambda.\vec{x}_2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (1) & \lambda.\cos(\theta_2) = -R.\sin(\theta_1) + a \\ (2) & \lambda.\sin(\theta_2) = R.\cos(\theta_1) - b \end{cases}$$

$$\sqrt{(1)^2 + (2)^2} \Rightarrow \lambda(t) = \sqrt{(a - R.\sin(\theta_1))^2 + (R.\cos(\theta_1) - b)^2}$$

Q - 11: Par une fermeture géométrique utilisant les points C, A et O, déterminer l'expression λ en fonction de θ_1 , et l'expression de θ_2 en fonction de θ_1 .

$$\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AC} \Rightarrow R.\vec{y}_1 + a.\vec{x}_N - b.\vec{y}_N = \lambda.\vec{x}_2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (1) & \lambda.\cos(\theta_2) = -R.\sin(\theta_1) + a \\ (2) & \lambda.\sin(\theta_2) = R.\cos(\theta_1) - b \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{(1)^2 + (2)^2} &\Rightarrow \lambda(t) = \sqrt{(a - R.\sin(\theta_1))^2 + (R.\cos(\theta_1) - b)^2} \\ &= \sqrt{a^2 + b^2 + R^2 - 2.R.(a.\sin(\theta_1) + b.\cos(\theta_1))} \\ (2)/(1) &\Rightarrow \tan(\theta_2) = \frac{R.\cos(\theta_1) - b}{a - R.\sin(\theta_1)} \end{aligned}$$

Q - 12: *Donner la valeur de λ lorsque $\theta_1 = 0$ (quille en position verticale). Déterminer la course utile d'un vérin et conclure par rapport à la course maximale possible.*

Q - 12: Donner la valeur de λ lorsque $\theta_1 = 0$ (quille en position verticale). Déterminer la course utile d'un vérin et conclure par rapport à la course maximale possible.

$$\theta_1 = 0^\circ \Rightarrow \lambda_0 = \sqrt{a^2 + (R - b)^2} = 0,453 \text{ m}$$

$$\theta_1 = -45^\circ \Rightarrow \lambda_{-45^\circ} = \sqrt{\left(a + \frac{R}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{R}{\sqrt{2}} - b\right)^2} = 0,675 \text{ m}$$

$$\theta_1 = 45^\circ \Rightarrow \lambda_{45^\circ} = \sqrt{\left(a - \frac{R}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{R}{\sqrt{2}} - b\right)^2} = 0,275 \text{ m}$$

$$\Delta\lambda = \lambda_{-45^\circ} - \lambda_{45^\circ} = 0,675 - 0,275 = 0,4 \text{ m} \leq C = 0,5 \text{ m}.$$

Q - 12: Donner la valeur de λ lorsque $\theta_1 = 0$ (quille en position verticale). Déterminer la course utile d'un vérin et conclure par rapport à la course maximale possible.

$$\theta_1 = 0^\circ \Rightarrow \lambda_0 = \sqrt{a^2 + (R - b)^2} = 0,453 \text{ m}$$

$$\theta_1 = -45^\circ \Rightarrow \lambda_{-45^\circ} = \sqrt{\left(a + \frac{R}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{R}{\sqrt{2}} - b\right)^2} = 0,675 \text{ m}$$

$$\theta_1 = 45^\circ \Rightarrow \lambda_{45^\circ} = \sqrt{\left(a - \frac{R}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{R}{\sqrt{2}} - b\right)^2} = 0,275 \text{ m}$$

$$\Delta\lambda = \lambda_{-45^\circ} - \lambda_{45^\circ} = 0,675 - 0,275 = 0,4 \text{ m} \leq C = 0,5 \text{ m}.$$

Donc le vérin est correctement choisi.

Pour les opérations de manœuvre, il faut contrôler la vitesse de rotation de la quille par rapport à la coque de manière à ce qu'elle soit la plus constante possible en régime établi. Il faut connaître la relation entre la vitesse de sortie de tige d'un vérin $\dot{\lambda}$ et la vitesse angulaire $\dot{\theta}_1$ de la quille par rapport à la coque.

Pour les opérations de manœuvre, il faut contrôler la vitesse de rotation de la quille par rapport à la coque de manière à ce qu'elle soit la plus constante possible en régime établi. Il faut connaître la relation entre la vitesse de sortie de tige d'un vérin $\dot{\lambda}$ et la vitesse angulaire $\dot{\theta}_1$ de la quille par rapport à la coque.

Q - 13: Donner les expressions des torseurs cinématiques suivants : $\mathcal{V}_{1/N}$, $\mathcal{V}_{2/4}$, $\mathcal{V}_{4/N}$ et $\mathcal{V}_{2/1}$.

Pour les opérations de manœuvre, il faut contrôler la vitesse de rotation de la quille par rapport à la coque de manière à ce qu'elle soit la plus constante possible en régime établi. Il faut connaître la relation entre la vitesse de sortie de tige d'un vérin $\dot{\lambda}$ et la vitesse angulaire $\dot{\theta}_1$ de la quille par rapport à la coque.

Q - 13: Donner les expressions des torseurs cinématiques suivants : $\mathcal{V}_{1/N}$, $\mathcal{V}_{2/4}$, $\mathcal{V}_{4/N}$ et $\mathcal{V}_{2/1}$.

$$\mathcal{V}_{1/N} =_O \left\{ \begin{array}{c} \dot{\theta}_1 \cdot \vec{z}_N \\ \vec{0} \end{array} \right\} \quad ; \quad \mathcal{V}_{2/4} =_C \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ \dot{\lambda} \cdot \vec{x}_2 \end{array} \right\}$$

$$\mathcal{V}_{4/N} =_C \left\{ \begin{array}{c} \dot{\theta}_2 \cdot \vec{z}_N \\ \vec{0} \end{array} \right\} \quad ; \quad \mathcal{V}_{2/1} =_A \left\{ \begin{array}{c} (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) \cdot \vec{z}_N \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

En effet :

$$\vec{V}_{(C,2/4)} = \vec{V}_{(C/4)} - \vec{V}_{(C/2)} = \left[\frac{d}{dt} (\overrightarrow{CC}) \right]_4 - \left[\frac{d}{dt} (\overrightarrow{AC}) \right]_2$$

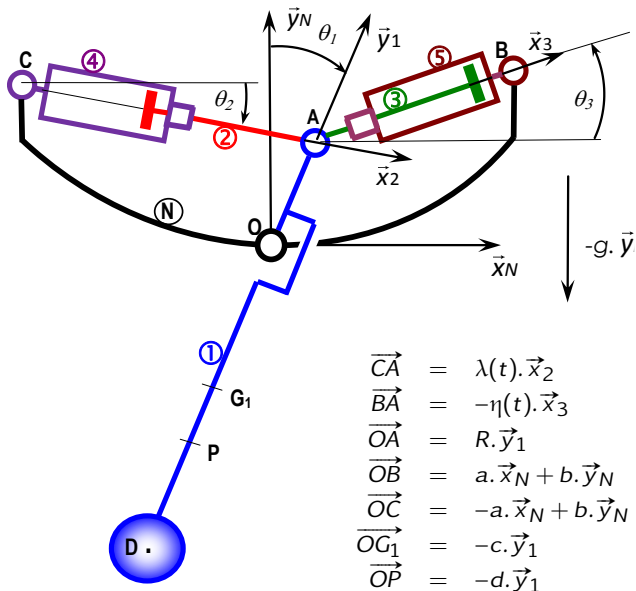
En effet :

$$\begin{aligned}\vec{V}_{(C,2/4)} &= \vec{V}_{(C/4)} - \vec{V}_{(C/2)} = \left[\frac{d}{dt} (\overrightarrow{CC}) \right]_4 - \left[\frac{d}{dt} (\overrightarrow{AC}) \right]_2 \\ &= \left[\frac{d}{dt} (\lambda(t) \cdot \vec{x}_2) \right]_2 = \dot{\lambda}(t) \cdot \vec{x}_2\end{aligned}$$

En effet :

$$\begin{aligned}\vec{V}_{(C,2/4)} &= \vec{V}_{(C/4)} - \vec{V}_{(C/2)} = \left[\frac{d}{dt} (\overrightarrow{CC}) \right]_4 - \left[\frac{d}{dt} (\overrightarrow{AC}) \right]_2 \\ &= \left[\frac{d}{dt} (\lambda(t) \cdot \vec{x}_2) \right]_2 = \dot{\lambda}(t) \cdot \vec{x}_2\end{aligned}$$

$$\text{et } \vec{\Omega}_{(2/1)} = \vec{\Omega}_{(2/N)} - \vec{\Omega}_{(1/N)}$$



$$a = 0,45 \text{ m}; b = 0,35 \text{ m}; R = 0,3 \text{ m}$$

Q - 14: *Écrire la fermeture cinématique en A et démontrer par une projection judicieuse que :*

$$\dot{\lambda} = -R.\dot{\theta}_1.\cos(\theta_2 - \theta_1)$$

Q - 14: Écrire la fermeture cinématique en A et démontrer par une projection judicieuse que :

$$\dot{\lambda} = -R \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos(\theta_2 - \theta_1)$$

$$\vec{V}_{(A,2/4)} + \vec{V}_{(A,4/N)} = \cancel{\vec{V}_{(A,2/1)}} + \vec{V}_{(A,1/N)}$$

$$\Rightarrow \vec{V}_{(C,2/4)} + \vec{AC} \wedge \cancel{\vec{\Omega}_{(2/4)}} + \cancel{\vec{V}_{(C,4/N)}} + \vec{AC} \wedge \vec{\Omega}_{(2/4)} = \cancel{\vec{V}_{(O,1/N)}} + \vec{AO} \wedge \vec{\Omega}_{(1/N)}$$

Q - 14: Écrire la fermeture cinématique en A et démontrer par une projection judicieuse que :

$$\dot{\lambda} = -R \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos(\theta_2 - \theta_1)$$

$$\vec{V}_{(A,2/4)} + \vec{V}_{(A,4/N)} = \cancel{\vec{V}_{(A,2/1)}} + \vec{V}_{(A,1/N)}$$

$$\Rightarrow \vec{V}_{(C,2/4)} + \vec{AC} \wedge \vec{\Omega}_{(2/4)} + \cancel{\vec{V}_{(C,4/N)}} + \vec{AC} \wedge \vec{\Omega}_{(2/4)} = \cancel{\vec{V}_{(O,1/N)}} + \vec{AO} \wedge \vec{\Omega}_{(1/N)}$$

$$\dot{\lambda} \cdot \vec{x}_2 - \lambda \cdot \vec{x}_2 \wedge \dot{\theta}_2 \cdot \vec{z}_N = -R \cdot \vec{y}_1 \wedge \dot{\theta}_1 \cdot \vec{z}_N$$

Q - 14: Écrire la fermeture cinématique en A et démontrer par une projection judicieuse que :

$$\dot{\lambda} = -R.\dot{\theta}_1.\cos(\theta_2 - \theta_1)$$

$$\vec{V}_{(A,2/4)} + \vec{V}_{(A,4/N)} = \cancel{\vec{V}_{(A,2/1)}} + \vec{V}_{(A,1/N)}$$

$$\Rightarrow \vec{V}_{(C,2/4)} + \vec{AC} \wedge \vec{\Omega}_{(2/4)} + \cancel{\vec{V}_{(C,4/N)}} + \vec{AC} \wedge \vec{\Omega}_{(2/4)} = \cancel{\vec{V}_{(O,1/N)}} + \vec{AO} \wedge \vec{\Omega}_{(1/N)}$$

$$\dot{\lambda}.\vec{x}_2 - \lambda.\vec{x}_2 \wedge \dot{\theta}_2.\vec{z}_N = -R.\vec{y}_1 \wedge \dot{\theta}_1.\vec{z}_N$$

$$\Rightarrow \dot{\lambda} = -R.\dot{\theta}_1.(\vec{y}_1 \wedge \vec{z}_N).\vec{x}_2 = -R.\dot{\theta}_1.(\vec{x}_1.\vec{x}_2) = -R.\dot{\theta}_1.\cos(\theta_2 - \theta_1)$$

Étude des efforts mis en jeu dans les vérins lorsque la quille est en position

Lors de la manœuvre de la quille, un seul vérin est moteur, l'autre est laissé libre. Si on souhaite manœuvrer la quille de tribord à bâbord, seul le vérin 4-2 sera mis sous pression. On se place dans une position où la quille est à tribord, comme c'est le cas de la Fig. 10, et on conserve donc le modèle d'étude et le paramétrage de cette figure.

On considère le bateau droit c'est-à-dire $\vec{x}_N = \vec{x}$ et $\vec{y}_N = \vec{y}$.

- le problème est considéré comme plan de repère $\mathcal{R}_N = (O, \vec{x}_N, \vec{y}_N, \vec{z}_N)$, supposé galiléen.
- les liaisons sont toutes supposées parfaites.
- les poids des éléments constitutifs des deux vérins sont négligés.

- l'action de la pesanteur sur la quille est modélisée par le glisseur :

$$\mathcal{F}_{pes \rightarrow 1} = \underset{G_1}{\left\{ \begin{array}{c} -M_1 \cdot \vec{g} \cdot \vec{y}_N \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$$

- l'action de poussée de l'eau sur la quille est modélisée par le glisseur :

$$\mathcal{F}_{e \rightarrow 1} = \underset{P}{\left\{ \begin{array}{c} R_e \cdot \vec{x}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$$

- la documentation technique du vérin donne un effort maximale de 2.10^5 N en tirant dans les conditions de pression maximale du groupe hydraulique du bateau.

Q - 15: Démontrer que l'action du berceau N sur la quille peut être modélisée par le glisseur :

$$\mathcal{F}_{N \rightarrow 1} = {}_O \left\{ \begin{array}{c} X_{N1} \cdot \vec{x}_N + Y_{N1} \cdot \vec{y}_N \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

Q - 15: Démontrer que l'action du berceau N sur la quille peut être modélisée par le glisseur :

$$\mathcal{F}_{N \rightarrow 1} = {}_O \left\{ \begin{array}{c} X_{N1} \cdot \vec{x}_N + Y_{N1} \cdot \vec{y}_N \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

La liaisons entre le berceau N et la quille est une liaison pivot d'axe $(O, \vec{z}_N)$: $\mathcal{F}_{N \rightarrow 1} =$

$${}_O \left\{ \begin{array}{cc} X_{N1} & L_{N1} \\ Y_{N1} & M_{N1} \\ Z_{N1} & 0 \end{array} \right\}_{B_N}.$$

Q - 15: Démontrer que l'action du berceau N sur la quille peut être modélisée par le glisseur :

$$\mathcal{F}_{N \rightarrow 1} = {}_O \left\{ \begin{array}{c} X_{N1} \cdot \vec{x}_N + Y_{N1} \cdot \vec{y}_N \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

La liaisons entre le berceau N et la quille est une liaison pivot d'axe $(O, \vec{z}_N)$: $\mathcal{F}_{N \rightarrow 1} =$

$${}_O \left\{ \begin{array}{cc} X_{N1} & L_{N1} \\ Y_{N1} & M_{N1} \\ Z_{N1} & 0 \end{array} \right\}_{B_N} .$$

Q - 15: Démontrer que l'action du berceau N sur la quille peut être modélisée par le glisseur :

$$\mathcal{F}_{N \rightarrow 1} = {}_O \left\{ \begin{array}{c} X_{N1} \cdot \vec{x}_N + Y_{N1} \cdot \vec{y}_N \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

La liaisons entre le berceau N et la quille est une liaison pivot d'axe $(O, \vec{z}_N)$: $\mathcal{F}_{N \rightarrow 1} = {}_O \left\{ \begin{array}{cc} X_{N1} & L_{N1} \\ Y_{N1} & M_{N1} \\ Z_{N1} & 0 \end{array} \right\}_{\mathcal{B}_N}$.

Comme le problème est plan de normal $\vec{z}_N$, alors l'action de liaison, normale au plan, $Z_{N1} = 0$ N tout comme les moments contenus dans le plan, soient $L_{N1} = M_{N1} = 0$ Nm.

Q - 15: Démontrer que l'action du berceau N sur la quille peut être modélisée par le glisseur :

$$\mathcal{F}_{N \rightarrow 1} = \underset{O}{\left\{ \begin{array}{c} X_{N1} \cdot \vec{x}_N + Y_{N1} \cdot \vec{y}_N \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$$

La liaisons entre le berceau N et la quille est une liaison pivot d'axe $(O, \vec{z}_N)$: $\mathcal{F}_{N \rightarrow 1} = \underset{O}{\left\{ \begin{array}{cc} X_{N1} & L_{N1} \\ Y_{N1} & M_{N1} \\ Z_{N1} & 0 \end{array} \right\}}_{\mathcal{B}_N}$.

Comme le problème est plan de normal $\vec{z}_N$, alors l'action de liaison, normale au plan, $Z_{N1} = 0$ N tout comme les moments contenus dans le plan, soient $L_{N1} = M_{N1} = 0$ Nm.

Ainsi : $\mathcal{F}_{N \rightarrow 1} = \underset{O}{\left\{ \begin{array}{c} X_{N1} \cdot \vec{x}_N + Y_{N1} \cdot \vec{y}_N \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$. Des efforts peuvent transiter via les actions de liaisons X_{N1} et Y_{N1} .

Q - 15: Démontrer que l'action du berceau N sur la quille peut être modélisée par le glisseur :

$$\mathcal{F}_{N \rightarrow 1} = \underset{O}{\left\{ \begin{array}{c} X_{N1} \cdot \vec{x}_N + Y_{N1} \cdot \vec{y}_N \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$$

La liaisons entre le berceau N et la quille est une liaison pivot d'axe $(O, \vec{z}_N)$: $\mathcal{F}_{N \rightarrow 1} = \underset{O}{\left\{ \begin{array}{cc} X_{N1} & L_{N1} \\ Y_{N1} & M_{N1} \\ Z_{N1} & 0 \end{array} \right\}}_{\mathcal{B}_N}$.

Comme le problème est plan de normal $\vec{z}_N$, alors l'action de liaison, normale au plan, $Z_{N1} = 0$ N tout comme les moments contenus dans le plan, soient $L_{N1} = M_{N1} = 0$ Nm.

Ainsi : $\mathcal{F}_{N \rightarrow 1} = \underset{O}{\left\{ \begin{array}{c} X_{N1} \cdot \vec{x}_N + Y_{N1} \cdot \vec{y}_N \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$. Des efforts peuvent transiter via les actions de liaisons X_{N1} et Y_{N1} . L'automoment est nul;

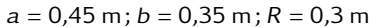
Q - 15: Démontrer que l'action du berceau N sur la quille peut être modélisée par le glisseur :

$$\mathcal{F}_{N \rightarrow 1} = \underset{O}{\left\{ \begin{array}{c} X_{N1} \cdot \vec{x}_N + Y_{N1} \cdot \vec{y}_N \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$$

La liaisons entre le berceau N et la quille est une liaison pivot d'axe $(O, \vec{z}_N)$: $\mathcal{F}_{N \rightarrow 1} = \underset{O}{\left\{ \begin{array}{cc} X_{N1} & L_{N1} \\ Y_{N1} & M_{N1} \\ Z_{N1} & 0 \end{array} \right\}}_{\mathcal{B}_N}$.

Comme le problème est plan de normal $\vec{z}_N$, alors l'action de liaison, normale au plan, $Z_{N1} = 0$ N tout comme les moments contenus dans le plan, soient $L_{N1} = M_{N1} = 0$ Nm.

Ainsi : $\mathcal{F}_{N \rightarrow 1} = \underset{O}{\left\{ \begin{array}{c} X_{N1} \cdot \vec{x}_N + Y_{N1} \cdot \vec{y}_N \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$. Des efforts peuvent transiter via les actions de liaisons X_{N1} et Y_{N1} . L'automoment est nul ; il s'agit d'un glisseur.



Q - 16: *En isolant le système approprié et en utilisant le principe des actions réciproques, démontrer que l'action exercée par la tige du vérin sur la quille peut être modélisée par un glisseur d'axe $(A, \vec{x}_2)$.*

Q - 16: *En isolant le système approprié et en utilisant le principe des actions réciproques, démontrer que l'action exercée par la tige du vérin sur la quille peut être modélisée par un glisseur d'axe $(A, \vec{x}_2)$.*

REMARQUE : : on souhaite obtenir un système soumis à 2 glisseurs. On ne peut pas isoler uniquement la tige car la liaison corps/tige est une liaison glissière ou une pivot glissant. Il faut donc isoler le vérin entier.

Q - 16: *En isolant le système approprié et en utilisant le principe des actions réciproques, démontrer que l'action exercée par la tige du vérin sur la quille peut être modélisée par un glisseur d'axe $(A, \vec{x}_2)$.*

REMARQUE : : on souhaite obtenir un système soumis à 2 glisseurs. On ne peut pas isoler uniquement la tige car la liaison corps/tige est une liaison glissière ou une pivot glissant. Il faut donc isoler le vérin entier.

- On isole le vérin (2) +(4)

Q - 16: *En isolant le système approprié et en utilisant le principe des actions réciproques, démontrer que l'action exercée par la tige du vérin sur la quille peut être modélisée par un glisseur d'axe $(A, \vec{x}_2)$.*

REMARQUE : : on souhaite obtenir un système soumis à 2 glisseurs. On ne peut pas isoler uniquement la tige car la liaison corps/tige est une liaison glissière ou une pivot glissant. Il faut donc isoler le vérin entier.

- On isole le vérin (2) +(4)
- On fait le BAME appliquées au vérin :

Q - 16: *En isolant le système approprié et en utilisant le principe des actions réciproques, démontrer que l'action exercée par la tige du vérin sur la quille peut être modélisée par un glisseur d'axe $(A, \vec{x}_2)$.*

REMARQUE : : on souhaite obtenir un système soumis à 2 glisseurs. On ne peut pas isoler uniquement la tige car la liaison corps/tige est une liaison glissière ou une pivot glissant. Il faut donc isoler le vérin entier.

- On isole le vérin (2) +(4)
 - On fait le BAME appliquées au vérin :
 - action du berceau N sur le corps 4 :
liaison pivot d'axe $(C, \vec{z}_2)$ et problème plan de normale $\vec{z}_N$
- $$\rightarrow \mathcal{F}_{N \rightarrow 4} = \underset{C}{\left\{ \begin{array}{c} X_{N4} \cdot \vec{x}_2 + Y_{N4} \cdot \vec{y}_2 \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$$

Q - 16: *En isolant le système approprié et en utilisant le principe des actions réciproques, démontrer que l'action exercée par la tige du vérin sur la quille peut être modélisée par un glisseur d'axe $(A, \vec{x}_2)$.*

REMARQUE : on souhaite obtenir un système soumis à 2 glisseurs. On ne peut pas isoler uniquement la tige car la liaison corps/tige est une liaison glissière ou une pivot glissant. Il faut donc isoler le vérin entier.

- On isole le vérin (2) +(4)
- On fait le BAME appliquées au vérin :
 - action du berceau N sur le corps 4 :
liaison pivot d'axe $(C, \vec{z}_2)$ et problème plan de normale $\vec{z}_N$

$$\rightarrow \mathcal{F}_{N \rightarrow 4} = \underset{C}{\left\{ \begin{array}{c} X_{N4} \cdot \vec{x}_2 + Y_{N4} \cdot \vec{y}_2 \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$$
 - action du de la quille 1 sur le corps 2 :
liaison pivot d'axe $(A, \vec{z}_2)$ et problème plan de normale $\vec{z}_N$

$$\rightarrow \mathcal{F}_{1 \rightarrow 2} = \underset{A}{\left\{ \begin{array}{c} X_{12} \cdot \vec{x}_2 + Y_{12} \cdot \vec{y}_2 \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$$

- Dans le repère galiléen lié au berceau, le système est en équilibre sous l'action de deux glisseurs, les deux glisseurs sont donc portés par la même droite d'action (celle passant par les deux points d'applications) ici la droite (AC) qui est aussi l'axe $(A, \vec{x}_2)$.
- Pour ceux qui veulent vraiment tout remonter, dans le repère galiléen lié au berceau, le PFS donne : $\mathcal{F}_{N \rightarrow 4} + \mathcal{F}_{1 \rightarrow 2} = \mathcal{O}$, ce qui donne en moment :

$$\begin{aligned}
 \vec{0} &= \cancel{\vec{M}_{(C, N \rightarrow 4)}} + \vec{M}_{(C, 1 \rightarrow 2)} = \cancel{\vec{M}_{(A, 1 \rightarrow 2)}} + \vec{CA} \wedge \vec{R}_{1 \rightarrow 2} \\
 &= \lambda \cdot \vec{x}_2 \wedge (X_{12} \cdot \vec{x}_2 + Y_{12} \cdot \vec{y}_2) \\
 &= \lambda \cdot Y_{12} \cdot \vec{z}_2 \Rightarrow Y_{12} = 0
 \end{aligned}$$

$$\mathcal{F}_{2 \rightarrow 1} = -\mathcal{F}_{1 \rightarrow 2} = - \left\{ \begin{array}{c} X_{12} \cdot \vec{x}_2 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_A$$

- Dans le repère galiléen lié au berceau, le système est en équilibre sous l'action de deux glisseurs, les deux glisseurs sont donc portés par la même droite d'action (celle passant par les deux points d'applications) ici la droite (AC) qui est aussi l'axe $(A, \vec{x}_2)$.
- Pour ceux qui veulent vraiment tout remonter, dans le repère galiléen lié au berceau, le PFS donne : $\mathcal{F}_{N \rightarrow 4} + \mathcal{F}_{1 \rightarrow 2} = \mathcal{O}$, ce qui donne en moment :

$$\begin{aligned}
 \vec{0} &= \cancel{\vec{M}_{(C, N \rightarrow 4)}} + \vec{M}_{(C, 1 \rightarrow 2)} = \cancel{\vec{M}_{(A, 1 \rightarrow 2)}} + \overrightarrow{CA} \wedge \vec{R}_{1 \rightarrow 2} \\
 &= \lambda \cdot \vec{x}_2 \wedge (X_{12} \cdot \vec{x}_2 + Y_{12} \cdot \vec{y}_2) \\
 &= \lambda \cdot Y_{12} \cdot \vec{z}_2 \Rightarrow Y_{12} = 0
 \end{aligned}$$

$$\mathcal{F}_{2 \rightarrow 1} = -\mathcal{F}_{1 \rightarrow 2} = - \left\{ \begin{array}{c} X_{12} \cdot \vec{x}_2 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_A$$

$$\text{Ce glisseur s'écrit pour la suite : } \mathcal{F}_{2 \rightarrow 1} = \left\{ \begin{array}{c} F_{21} \cdot \vec{x}_2 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_A$$

Q - 17: Traduire l'équilibre de la quille 1 de manière à donner l'expression de F_{21} en fonction de M_1 , g et R_e .

Q - 17: Traduire l'équilibre de la quille 1 de manière à donner l'expression de F_{21} en fonction de M_1 , g et R_e .

- On isole la quille 1
- On fait le BAME appliquées à 1

- Action de la pesanteur :

$$\mathcal{F}_{pes \rightarrow 1} = \underset{G_1}{\left\{ \begin{array}{c} -M_1 \cdot \vec{g} \cdot \vec{y}_N \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$$

- Action de poussée de l'eau :

$$\mathcal{F}_{e \rightarrow 1} = \underset{P}{\left\{ \begin{array}{c} R_e \cdot \vec{x}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$$

- Action du berceau : $\mathcal{F}_{N \rightarrow 1} =$

$$\underset{O}{\left\{ \begin{array}{c} X_{N1} \cdot \vec{x}_N + Y_{N1} \cdot \vec{y}_N \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$$

- Action du vérin :

$$\mathcal{F}_{2 \rightarrow 1} = \underset{A}{\left\{ \begin{array}{c} F_{21} \cdot \vec{x}_2 \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$$

- La quille étant à l'équilibre dans le repère galiléen lié au berceau, on lui applique le PFS dans ce repère :

$$\mathcal{F}_{pes \rightarrow 1} + \mathcal{F}_{e \rightarrow 1} + \mathcal{F}_{N \rightarrow 1} + \mathcal{F}_{2 \rightarrow 1} = \textcircled{0}$$

Ne connaissant pas les actions de N sur 1, on choisit d'exprimer l'équation précédente en moment calculé au point O et en projection sur $\vec{z}_N$:

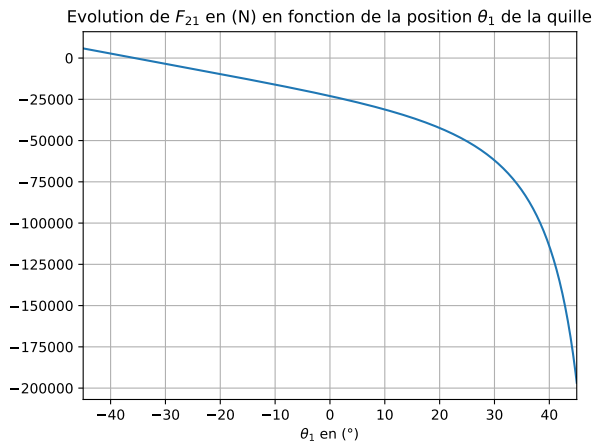
$$\begin{aligned}
 & (\vec{M}_{(O,pes \rightarrow 1)} + \vec{M}_{(O,e \rightarrow 1)} + \cancel{\vec{M}_{(O,N \rightarrow 1)}} + \vec{M}_{(O,2 \rightarrow 1)}) \cdot \vec{z}_N = \\
 & (\cancel{\vec{M}_{(G_1,pes \rightarrow 1)}} + \overrightarrow{OG_1} \wedge \vec{R}_{pes \rightarrow 1} + \cancel{\vec{M}_{(P,e \rightarrow 1)}} + \overrightarrow{OP} \wedge \vec{R}_{e \rightarrow 1} + \cancel{\vec{M}_{(A,2 \rightarrow 1)}} + \overrightarrow{OA} \wedge \vec{R}_{2 \rightarrow 1}) \cdot \vec{z}_N = \\
 & (-c \cdot \vec{y}_1 \wedge (-M_1 \cdot g \cdot \vec{y}_N) - d \cdot \vec{y}_1 \wedge R_e \cdot \vec{x}_1 + R \cdot \vec{y}_1 \wedge F_{21} \cdot \vec{x}_2) \cdot \vec{z}_N = \\
 & -c \cdot M_1 \cdot g \cdot \sin(\theta_1) + d \cdot R_e - R \cdot F_{21} \cdot \cos(\theta_2 - \theta_1) =
 \end{aligned}$$

Ne connaissant pas les actions de N sur 1, on choisit d'exprimer l'équation précédente en moment calculé au point O et en projection sur $\vec{z}_N$:

$$\begin{aligned}
 & (\vec{M}_{(O,pes \rightarrow 1)} + \vec{M}_{(O,e \rightarrow 1)} + \vec{M}_{(O,N \rightarrow 1)} + \vec{M}_{(O,2 \rightarrow 1)}) \cdot \vec{z}_N = \\
 & (\vec{M}_{(G_1,pes \rightarrow 1)} + \vec{OG}_1 \wedge \vec{R}_{pes \rightarrow 1} + \vec{M}_{(P,e \rightarrow 1)} + \vec{OP} \wedge \vec{R}_{e \rightarrow 1} + \vec{M}_{(A,2 \rightarrow 1)} + \vec{OA} \wedge \vec{R}_{2 \rightarrow 1}) \cdot \vec{z}_N = \\
 & (-c \cdot \vec{y}_1 \wedge (-M_1 \cdot g \cdot \vec{y}_N) - d \cdot \vec{y}_1 \wedge R_e \cdot \vec{x}_1 + R \cdot \vec{y}_1 \wedge F_{21} \cdot \vec{x}_2) \cdot \vec{z}_N = \\
 & -c \cdot M_1 \cdot g \cdot \sin(\theta_1) + d \cdot R_e - R \cdot F_{21} \cdot \cos(\theta_2 - \theta_1) =
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow F_{21} = \frac{d \cdot R_e - c \cdot M_1 \cdot g \cdot \sin(\theta_1)}{R \cdot \cos(\theta_2 - \theta_1)}$$

La courbe Fig. 15 donne l'évolution de l'effort du vérin nécessaire au pivotement de la quille de tribord à bâbord en fonction de la position de la quille.



Q - 18: D'après la Fig. 15, pour $-45^\circ \leq \theta_1 \leq -38^\circ$, l'effort F_{21} exercé par le vérin sur la quille est positif. D'une manière qualitative, expliquer ce résultat.

Q - 18: *D'après la Fig. 15, pour $-45^\circ \leq \theta_1 \leq -38^\circ$, l'effort F_{21} exercé par le vérin sur la quille est positif. D'une manière qualitative, expliquer ce résultat.*

Lorsque la quille est complètement à tribord $\theta_1 = -45^\circ$, le moment du poids de la quille par rapport au point O est maximal et suffisant pour provoquer la rotation de la quille. Le vérin retient donc la quille. A partir de $\theta_1 = -38^\circ$ le vérin doit tirer pour basculer la quille car le moment du poids n'est plus assez important.

Q - 19: *Relever la valeur maximale de $|F_{21}|$ et conclure sur le choix du vérin.*

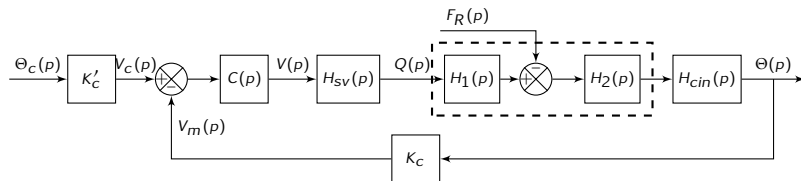
Q - 19: Relever la valeur maximale de $|F_{21}|$ et conclure sur le choix du vérin.

- $|F_{21}|_{\max} = 190000 \text{ N}$ d'après la courbe.
- $|F_{21}|_{\max} < 200000 \text{ N}$ effort maximal du vérin dans les conditions d'utilisation donc le vérin semble correctement choisi.

Étude de l'asservissement en position d'un vérin

Afin de garantir sa répétabilité, la mise en position angulaire de la quille fait l'objet d'un contrôle par une boucle d'asservissement en position angulaire de la quille.

Le schéma blocs Fig. 16 modélise le comportement de l'asservissement en position angulaire de la quille pendulaire.

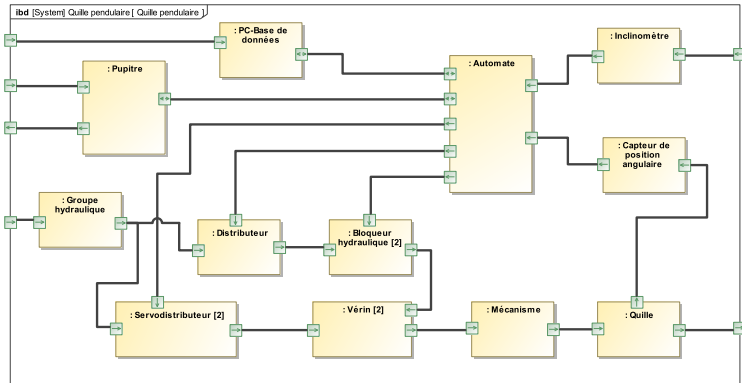


Fonction temporelle	Définition (unité)	Transformée de Laplace
$\theta_c(t)$	Consigne de position angulaire ($^\circ$)	$\theta_c(p)$
$\theta(t)$	Position angulaire de la quille ($^\circ$)	$\theta(p)$
$v(t)$	Tension de commande de la servovalve (V)	$V(p)$
$v_c(t)$	Tension image de la consigne (V)	$V_c(p)$
$v_m(t)$	Tension image de la position (V)	$V_m(p)$

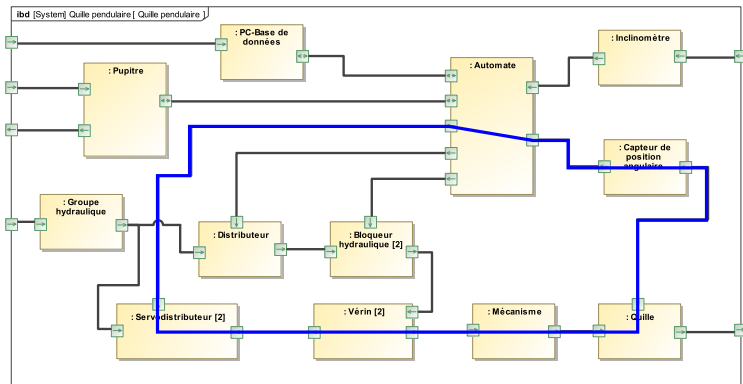
Fonctions de transfert : définition (unité éventuelle)	
K_c	Gain du capteur angulaire potentiométrique (V/ $^\circ$)
K'_c	Gain du bloc d'adaptation (V/ $^\circ$)
$C(p)$	Correcteur de position
$H_{sv}(p)$	Fonction de transfert de la servovalve
$H_1(p) \& H_2(p)$	Fonctions de transfert caractéristiques du comportement du vérin
$H_{cin}(p)$	Fonction de transfert du mécanisme de transformation de mouvement

Q - 20: Repérer la boucle d'asservissement (boucle regroupant les composants qui participent à l'asservissement en position du tiroir) sur le diagramme de blocs internes (**ibd**) de la Fig. 24.

Q - 20: Repérer la boucle d'asservissement (boucle regroupant les composants qui participent à l'asservissement en position du tiroir) sur le diagramme de blocs internes (**ibd**) de la Fig. 24.



Q - 20: Repérer la boucle d'asservissement (boucle regroupant les composants qui participent à l'asservissement en position du tiroir) sur le diagramme de blocs internes (**ibd**) de la Fig. 24.



Q - 21: Déterminer K'_C pour le système soit correctement asservi. Justifier votre réponse.

Q - 21: Déterminer K'_c pour le système soit correctement asservi. Justifier votre réponse.

On souhaite que $\lim_{t \rightarrow \infty} \theta_c(t) - \theta(t) = 0 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = 0$ ou dit autrement, l'objectif de l'asservissement est d'avoir un écart nul en sortie de comparateur $V_c(p) - V_m(p) = 0$ lorsque $\theta(t) = \theta_c(t)$. Or :

$$V_c(p) - V_m(p) = 0 \Rightarrow k'_c \cdot \Theta_c(p) - K_c \cdot \Theta(p) = 0$$

Q - 21: Déterminer K'_c pour le système soit correctement asservi. Justifier votre réponse.

On souhaite que $\lim_{t \rightarrow \infty} \theta_c(t) - \theta(t) = 0 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = 0$ ou dit autrement, l'objectif de l'asservissement est d'avoir un écart nul en sortie de comparateur $V_c(p) - V_m(p) = 0$ lorsque $\theta(t) = \theta_c(t)$. Or :

$$V_c(p) - V_m(p) = 0 \Rightarrow k'_c \cdot \Theta_c(p) - K_c \cdot \Theta(p) = 0$$

$$\Rightarrow k'_c \cdot \theta_c(t) - K_c \cdot \theta(t) = 0 \text{ et avec } \theta_c(t) = \theta(t)$$

Q - 21: Déterminer K'_c pour le système soit correctement asservi. Justifier votre réponse.

On souhaite que $\lim_{t \rightarrow \infty} \theta_c(t) - \theta(t) = 0 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = 0$ ou dit autrement, l'objectif de l'asservissement est d'avoir un écart nul en sortie de comparateur $V_c(p) - V_m(p) = 0$ lorsque $\theta(t) = \theta_c(t)$. Or :

$$V_c(p) - V_m(p) = 0 \Rightarrow k'_c \cdot \Theta_c(p) - K_c \cdot \Theta(p) = 0$$

$$\Rightarrow k'_c \cdot \theta_c(t) - K_c \cdot \theta(t) = 0 \text{ et avec } \theta_c(t) = \theta(t)$$

On obtient $K'_c = K_c$

Critère	Niveau
Stabilité	Aucun dépassement vis-à-vis d'une entrée en échelon
Rapidité	Temps de réponse à 5% de 4 s maximum
	Vitesse angulaire de la quille de $8^\circ/\text{s}$ maximum
Précision	Erreur statique nulle vis-à-vis d'une entrée en échelon

Modélisation d'un vérin

Le comportement d'un vérin est régi par les équations suivantes :

$$q(t) = S \cdot \frac{dx(t)}{dt} + \frac{V}{2B} \cdot \frac{d\sigma(t)}{dt} \quad (1)$$

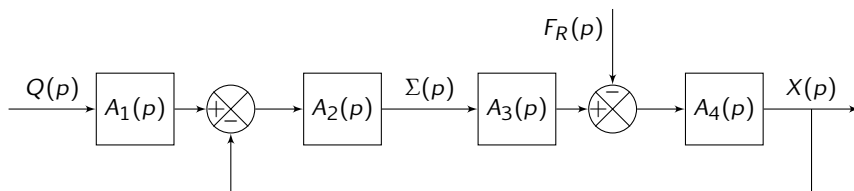
$$M \cdot \frac{d^2x(t)}{dt^2} = S \cdot \sigma(t) - k \cdot x(t) - \mu \cdot \frac{dx(t)}{dt} - f_R(t) \quad (2)$$

Fonction temporelle	Définition	Transformée de Laplace
$q(t)$	Débit d'alimentation du vérin (m ³ /s)	$Q(p)$
$\sigma(t)$	Différence de pression entre les deux chambres du vérin (Pa)	$\Sigma(p)$
$x(t)$	Position de la tige du vérin (m)	$X(p)$
$f_r(t)$	Effort résistant exercé sur la tige du vérin selon son axe (N)	$F_R(p)$

Constantes	
S	Section du vérin (m^2)
M	Masse équivalente à l'ensemble des éléments mobiles ramenée sur la tige du vérin (kg)
k	Raideur mécanique du vérin (N/m)
V	Volume d'huile de référence (m^3)
μ	Coefficient de frottements visqueux (N.s/m)

Le comportement du vérin peut être modélisé par le schéma blocs Fig. 17.

Le comportement du vérin peut être modélisé par le schéma blocs Fig. 17.



Q - 22: A l'aide des équations (1) et (2) et en supposant les conditions initiales nulles, déterminer les fonctions de transfert $A_1(p)$, $A_2(p)$, $A_3(p)$ et $A_4(p)$.

Q - 22: A l'aide des équations (1) et (2) et en supposant les conditions initiales nulles, déterminer les fonctions de transfert $A_1(p)$, $A_2(p)$, $A_3(p)$ et $A_4(p)$.

$$\begin{aligned}q(t) &= S \cdot \frac{d}{dt}x(t) + \frac{V}{2 \cdot B} \cdot \frac{d}{dt}\sigma(t) \\ \Rightarrow Q(p) &= S \cdot p \cdot X(p) + \frac{V}{2 \cdot B} \cdot p \cdot \Sigma(p) \\ \Rightarrow \Sigma(p) &= \frac{2 \cdot B}{V \cdot p} \cdot S \cdot p \cdot \left[\frac{1}{S \cdot p} \cdot Q(p) - X(p) \right]\end{aligned}$$

Q - 22: A l'aide des équations (1) et (2) et en supposant les conditions initiales nulles, déterminer les fonctions de transfert $A_1(p)$, $A_2(p)$, $A_3(p)$ et $A_4(p)$.

$$q(t) = S \cdot \frac{d}{dt} x(t) + \frac{V}{2 \cdot B} \cdot \frac{d}{dt} \sigma(t)$$

$$\Rightarrow Q(p) = S \cdot p \cdot X(p) + \frac{V}{2 \cdot B} \cdot p \cdot \Sigma(p)$$

$$\Rightarrow \Sigma(p) = \frac{2 \cdot B}{V \cdot p} \cdot S \cdot p \cdot \left[\frac{1}{S \cdot p} \cdot Q(p) - X(p) \right]$$

$$M \cdot \frac{dx(t)}{dt} = S \cdot \sigma(t) - k \cdot x(t) - \mu \cdot \frac{d}{dt} x(t) - f_R(t)$$

$$\Rightarrow M \cdot p^2 \cdot X(p) = S \cdot \Sigma(p) - k \cdot X(p) - \mu \cdot p \cdot X(p) - F_R(p)$$

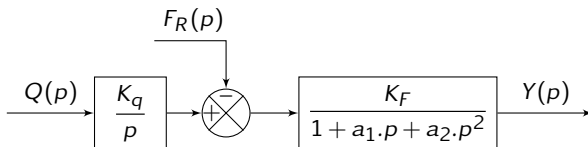
$$\Rightarrow X(p) = \frac{1}{M \cdot p^2 + \mu \cdot p + k} \cdot [S \cdot \Sigma(p) - F_R(p)]$$

Q - 22: A l'aide des équations (1) et (2) et en supposant les conditions initiales nulles, déterminer les fonctions de transfert $A_1(p)$, $A_2(p)$, $A_3(p)$ et $A_4(p)$.

$$\begin{aligned}
 q(t) &= S \cdot \frac{d}{dt} x(t) + \frac{V}{2.B} \cdot \frac{d}{dt} \sigma(t) \\
 \Rightarrow Q(p) &= S \cdot p \cdot X(p) + \frac{V}{2.B} \cdot p \cdot \Sigma(p) \\
 \Rightarrow \Sigma(p) &= \frac{2.B}{V \cdot p} \cdot S \cdot p \cdot \left[\frac{1}{S \cdot p} \cdot Q(p) - X(p) \right] \\
 M \cdot \frac{dx(t)}{dt} &= S \cdot \sigma(t) - k \cdot x(t) - \mu \cdot \frac{d}{dt} x(t) - f_R(t) \\
 \Rightarrow M \cdot p^2 \cdot X(p) &= S \cdot \Sigma(p) - k \cdot X(p) - \mu \cdot p \cdot X(p) - F_R(p) \\
 \Rightarrow X(p) &= \frac{1}{M \cdot p^2 + \mu \cdot p + k} \cdot [S \cdot \Sigma(p) - F_R(p)]
 \end{aligned}$$

$$\text{d'où } A_1(p) = \frac{1}{S \cdot p} \quad ; \quad A_2(p) = \frac{2 \cdot b \cdot S}{V} \quad ; \quad A_3(p) = S \quad \text{et} \quad A_4(p) = \frac{1}{M \cdot p^2 + \mu \cdot p + k}$$

On note $X(p) = G_1(p) \cdot Q(p) - G_2(p) \cdot F_R(p)$.



Q - 23: Donner l'expression de $G_1(p)$ et $G_2(p)$ en fonction de $A_1(p)$, $A_2(p)$, $A_3(p)$ et $A_4(p)$. Montrer que le comportement du vérin peut être modélisé par le schéma blocs simplifié Fig. 18. Donner les expressions des coefficients K_q , K_F , a_1 et a_2 .

Q - 23: Donner l'expression de $G_1(p)$ et $G_2(p)$ en fonction de $A_1(p)$, $A_2(p)$, $A_3(p)$ et $A_4(p)$. Montrer que le comportement du vérin peut être modélisé par le schéma blocs simplifié Fig. 18. Donner les expressions des coefficients K_q , K_F , a_1 et a_2 .

$$X(p) = G_1(p) \cdot Q(p) - G_2(p) \cdot F_R(p)$$

Q - 23: Donner l'expression de $G_1(p)$ et $G_2(p)$ en fonction de $A_1(p)$, $A_2(p)$, $A_3(p)$ et $A_4(p)$. Montrer que le comportement du vérin peut être modélisé par le schéma blocs simplifié Fig. 18. Donner les expressions des coefficients K_q , K_F , a_1 et a_2 .

$$X(p) = G_1(p).Q(p) - G_2(p).F_R(p)$$

$$\text{avec } G_1(p) = \frac{A_1(p).A_2(p).A_3(p).A_4(p)}{1 + A_2(p).A_3(p).A_4(p)}$$

Q - 23: Donner l'expression de $G_1(p)$ et $G_2(p)$ en fonction de $A_1(p)$, $A_2(p)$, $A_3(p)$ et $A_4(p)$. Montrer que le comportement du vérin peut être modélisé par le schéma blocs simplifié Fig. 18. Donner les expressions des coefficients K_q , K_F , a_1 et a_2 .

$$X(p) = G_1(p).Q(p) - G_2(p).F_R(p)$$

$$\text{avec } G_1(p) = \frac{A_1(p).A_2(p).A_3(p).A_4(p)}{1 + A_2(p).A_3(p).A_4(p)}$$

$$\text{et } G_2(p) = \frac{A_4(p)}{1 + A_2(p).A_3(p).A_4(p)}$$

$$G_1 = \frac{A_1}{1 + \frac{1}{A_2(p).A_3(p).A_4(p)}} = \frac{1}{S.p \left(1 + \frac{V}{2.b.S} \cdot \frac{1}{S} \cdot (M.p^2 + \mu.p + k) \right)}$$

$$\begin{aligned}
 G_1 &= \frac{A_1}{1 + \frac{1}{A_2(p) \cdot A_3(p) \cdot A_4(p)}} = \frac{1}{S \cdot p \left(1 + \frac{V}{2 \cdot b \cdot S} \cdot \frac{1}{S} \cdot (M \cdot p^2 + \mu \cdot p + k) \right)} \\
 &= \frac{1}{p \cdot \left(S + \frac{k \cdot V}{2 \cdot b \cdot S} + \frac{\mu \cdot p + M \cdot p^2}{2 \cdot b \cdot S} \right)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 G_1 &= \frac{A_1}{1 + \frac{1}{A_2(p) \cdot A_3(p) \cdot A_4(p)}} = \frac{1}{S \cdot p \left(1 + \frac{V}{2 \cdot b \cdot S} \cdot \frac{1}{S} \cdot (M \cdot p^2 + \mu \cdot p + k) \right)} \\
 &= \frac{1}{p \cdot \left(S + \frac{k \cdot V}{2 \cdot b \cdot S} + \frac{\mu \cdot p + M \cdot p^2}{2 \cdot b \cdot S} \right)}
 \end{aligned}$$

$$G_2 = \frac{1}{\frac{1}{A_4(p)} + A_2(p) \cdot A_3(p)} = \frac{1}{M \cdot p^2 + \mu \cdot p + k + \frac{2 \cdot b \cdot S^2}{V}}$$

$$\text{Or } X(p) = \frac{K_F}{1 + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2} \cdot \left(\frac{K_q}{p} \cdot Q(p) - F_R(p) \right)$$

$$\Rightarrow G_1(p) = \frac{K_F}{1 + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2} \cdot \frac{K_q}{p} = \frac{1}{p \cdot \left(S + \frac{k \cdot V}{2b \cdot S} + \frac{\mu \cdot p + M \cdot p^2}{2 \cdot b \cdot S} \right)}$$

$$\text{et } G_2(p) = \frac{K_F}{1 + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2} = \frac{1}{M \cdot p^2 + \mu \cdot p + k + \frac{2 \cdot b \cdot S^2}{V}}$$

$$\Rightarrow G_1(p) = \frac{K_F}{1 + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2} \cdot \frac{K_q}{p} = \frac{1}{p \cdot \left(S + \frac{k \cdot V}{2b \cdot S} + \frac{\mu \cdot p + M \cdot p^2}{2 \cdot b \cdot S} \right)}$$

$$\text{et } G_2(p) = \frac{K_F}{1 + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2} = \frac{1}{M \cdot p^2 + \mu \cdot p + k + \frac{2 \cdot b \cdot S^2}{V}}$$

$$\Rightarrow K_F = \frac{1}{k + \frac{2 \cdot b \cdot S^2}{V}} = \frac{V}{k \cdot V + 2 \cdot b \cdot S^2}$$

$$a_1 = \frac{\mu \cdot V}{k \cdot V + 2 \cdot b \cdot S^2} \quad ; \quad a_2 = \frac{M \cdot V}{k \cdot V + 2 \cdot b \cdot S^2}$$

$$\Rightarrow G_1(p) = \frac{K_F}{1 + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2} \cdot \frac{K_q}{p} = \frac{1}{p \cdot \left(S + \frac{k \cdot V}{2b \cdot S} + \frac{\mu \cdot p + M \cdot p^2}{2 \cdot b \cdot S} \right)}$$

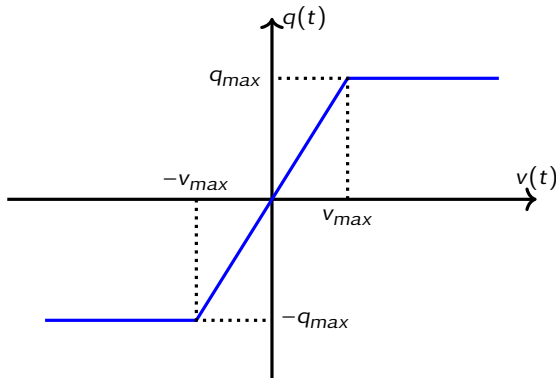
$$\text{et } G_2(p) = \frac{K_F}{1 + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2} = \frac{1}{M \cdot p^2 + \mu \cdot p + k + \frac{2 \cdot b \cdot S^2}{V}}$$

$$\Rightarrow K_F = \frac{1}{k + \frac{2 \cdot b \cdot S^2}{V}} = \frac{V}{k \cdot V + 2 \cdot b \cdot S^2}$$

$$a_1 = \frac{\mu \cdot V}{k \cdot V + 2 \cdot b \cdot S^2} \quad ; \quad a_2 = \frac{M \cdot V}{k \cdot V + 2 \cdot b \cdot S^2}$$

$$\text{et } K_q = \frac{1}{K_F} \cdot \frac{2 \cdot b \cdot S}{2 \cdot b \cdot S^2 + k \cdot V} = \frac{k \cdot V + 2 \cdot b \cdot S^2}{V} \cdot \frac{2 \cdot b \cdot S}{2 \cdot b \cdot S^2 + k \cdot V} = \frac{2 \cdot b \cdot S}{V}$$

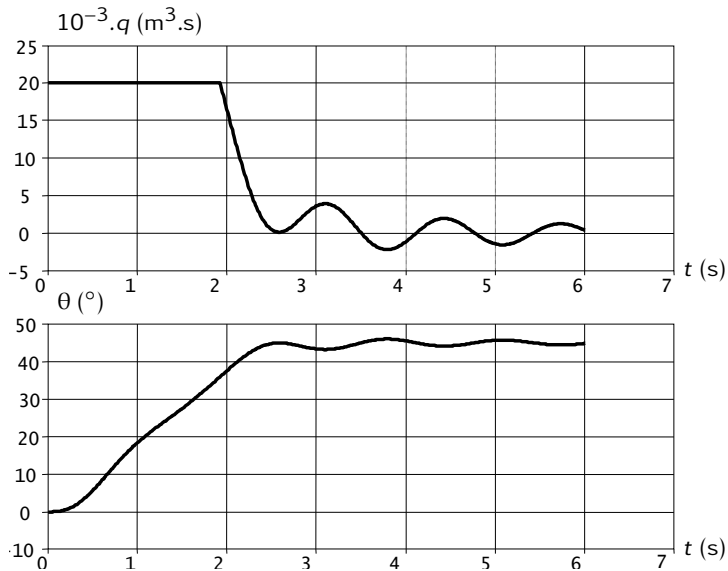
Modélisation de la servovalve



La servovalve présente un fonctionnement non-linéaire provenant d'un phénomène de saturation qui est défini par la courbe de la Fig. 19 donnant les évolutions du débit $q(t)$ fourni par la servovalve en fonction de sa tension de commande $v(t)$.

- pour $v(t) < -v_{max}$; $q(t) = -q_{max}$
- pour $-v_{max} \leq v(t) \leq +v_{max}$; $q(t) = K_S v(t)$
- pour $v(t) > +v_{max}$; $q(t) = +q_{max}$

avec $v_{max} = 10 \text{ V}$



La Fig. 20 représente les évolutions temporelles du débit $q(t)$ sortant de l'électrovanne et de la position angulaire $\theta(t)$ lorsque l'on impose une consigne en échelon $\theta_c(t) = \theta_0.u(t)$ avec $\theta_0 = 45^\circ$ et $u(t)$ échelon unitaire ($u(t) = 0$ pour $t < 0$ et $u(t) = 1$ pour $t \geq 0$), lorsque le système n'est pas corrigé ($C(p) = 1$) et non perturbé ($F_R(p) = 0$).

La Fig. 20 représente les évolutions temporelles du débit $q(t)$ sortant de l'électrovanne et de la position angulaire $\theta(t)$ lorsque l'on impose une consigne en échelon $\theta_c(t) = \theta_0 \cdot u(t)$ avec $\theta_0 = 45^\circ$ et $u(t)$ échelon unitaire ($u(t) = 0$ pour $t < 0$ et $u(t) = 1$ pour $t \geq 0$), lorsque le système n'est pas corrigé ($C(p) = 1$) et non perturbé ($F_R(p) = 0$).

Q - 24: La courbe représentative du débit $q(t)$ présente un palier où $q(t)$ garde une valeur constante. Justifier ce palier et donner la valeur numérique du gain K_{SV} .

La Fig. 20 représente les évolutions temporelles du débit $q(t)$ sortant de l'électrovanne et de la position angulaire $\theta(t)$ lorsque l'on impose une consigne en échelon $\theta_c(t) = \theta_0 \cdot u(t)$ avec $\theta_0 = 45^\circ$ et $u(t)$ échelon unitaire ($u(t) = 0$ pour $t < 0$ et $u(t) = 1$ pour $t \geq 0$), lorsque le système n'est pas corrigé ($C(p) = 1$) et non perturbé ($F_R(p) = 0$).

Q - 24: La courbe représentative du débit $q(t)$ présente un palier où $q(t)$ garde une valeur constante. Justifier ce palier et donner la valeur numérique du gain K_{SV} .

Au départ la différence entre l'angle réel $\theta = 0^\circ$ et l'angle de consigne $\theta_c = 45^\circ$ est importante, par conséquent l'écart entre les tensions images $v_c(t)$ et $v_m(t)$ est aussi important.

Pour $v_{max} = 10 \text{ V}$ on a un palier de $q_{max} = 20.10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$:

Au départ la différence entre l'angle réel $\theta = 0^\circ$ et l'angle de consigne $\theta_c = 45^\circ$ est importante, par conséquent l'écart entre les tensions images $v_c(t)$ et $v_m(t)$ est aussi important.

Pour $v_{max} = 10 \text{ V}$ on a un palier de $q_{max} = 20.10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$:

$$K_{sv} = \frac{q_{max}}{v_{max}} = \frac{20.10^{-3}}{10} = 2.10^{-3} \text{ m}^3/(\text{s.V}).$$

Q - 25: Montrer, en précisant le ou les critères mis en défaut, que les exigences du cahier des charges ne sont pas respectées.

Q - 25: Montrer, en précisant le ou les critères mis en défaut, que les exigences du cahier des charges ne sont pas respectées.

Q - 25: Montrer, en précisant le ou les critères mis en défaut, que les exigences du cahier des charges ne sont pas respectées.

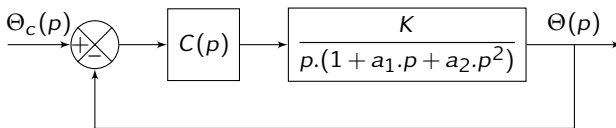
- La courbe 19 montre des oscillations autour de 45° , il y a des dépassements donc l'exigence de stabilité du cahier des charges n'est pas respectée.

Q - 25: Montrer, en précisant le ou les critères mis en défaut, que les exigences du cahier des charges ne sont pas respectées.

- La courbe 19 montre des oscillations autour de 45° , il y a des dépassements donc l'exigence de stabilité du cahier des charges n'est pas respectée.
- L'angle θ atteint 45° au bout de 2,5 s. La vitesse moyenne est donc de $45^\circ/2,5=18^\circ/\text{s}$ ce qui est supérieure à $8^\circ/\text{s}$ donc l'exigence de rapidité du cahier des charges n'est pas respectée.

Comportement pour une commande de faible amplitude

Lorsque le système est non perturbé et pour de faible amplitude, le comportement du système peut être modélisé par le schéma blocs simplifié Fig. 21.



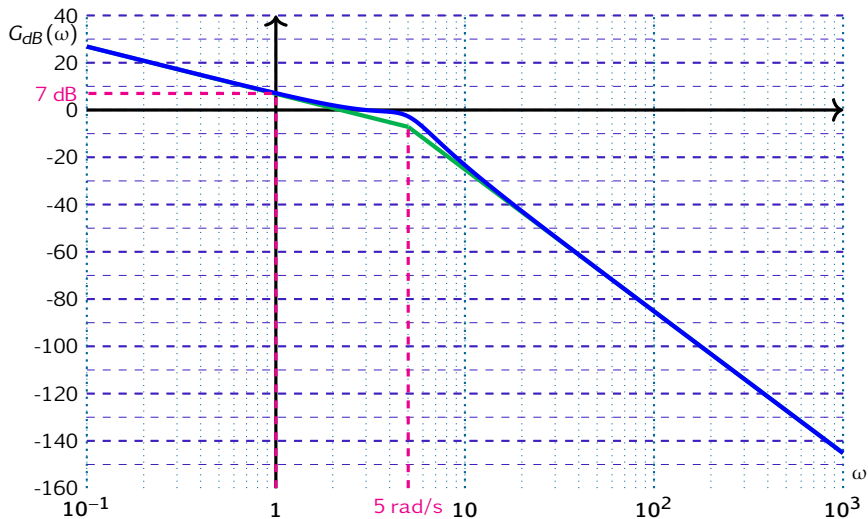
On choisit dans un premier temps un correcteur proportionnel tel que $C(p) = K_C$.

La Fig. 27 donne la courbe de gain du diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte du système pour $K_C = 1$.

Q - 26: Tracer sur la courbe de gain du document réponse Fig. 27, le diagramme asymptotique de Bode. Estimer à partir de cette courbe de gain les valeurs numériques de K et a_2 . Estimer le facteur de résonance et en déduire la valeur numérique a_1 .

Q - 26: Tracer sur la courbe de gain du document réponse Fig. 27, le diagramme asymptotique de Bode. Estimer à partir de cette courbe de gain les valeurs numériques de K et a_2 . Estimer le facteur de résonance et en déduire la valeur numérique a_1 .

RAPPEL pour un deuxième ordre, le facteur de résonance : $Q = \frac{1}{2.z.\sqrt{1-z^2}}$ avec z , le coefficient d'amortissement.



$$20. \log K = 7 \text{ dB} \Rightarrow K = 10^{7/20} \approx 2,24$$

$$\omega_0 = 5 \text{ rad/s} \Rightarrow a_2 = \frac{1}{\omega_0^2} = 0,04 \text{ s}^2$$

$$20. \log Q = 4,5 \text{ dB} \Rightarrow Q = 10^{4,5/20} = 1,67$$

$$\frac{1}{2.\xi.\sqrt{1-\xi^2}} = Q \Rightarrow 4.\xi^2(1-\xi^2) = \frac{1}{Q^2}$$

$$20. \log K = 7 \text{ dB} \Rightarrow K = 10^{7/20} \approx 2,24$$

$$\omega_0 = 5 \text{ rad/s} \Rightarrow a_2 = \frac{1}{\omega_0^2} = 0,04 \text{ s}^2$$

$$20. \log Q = 4,5 \text{ dB} \Rightarrow Q = 10^{4,5/20} = 1,67$$

$$\frac{1}{2.\xi.\sqrt{1-\xi^2}} = Q \Rightarrow 4.\xi^2(1-\xi^2) = \frac{1}{Q^2}$$

$$\Rightarrow \xi^4 - \xi^2 + \frac{1}{4.Q^2} = 0 \Rightarrow \xi = \sqrt{\frac{1 \pm \sqrt{1 - \frac{1}{Q^2}}}{2}}$$

$$20. \log K = 7 \text{ dB} \Rightarrow K = 10^{7/20} \approx 2,24$$

$$\omega_0 = 5 \text{ rad/s} \Rightarrow a_2 = \frac{1}{\omega_0^2} = 0,04 \text{ s}^2$$

$$20. \log Q = 4,5 \text{ dB} \Rightarrow Q = 10^{4,5/20} = 1,67$$

$$\frac{1}{2.\xi.\sqrt{1-\xi^2}} = Q \Rightarrow 4.\xi^2(1-\xi^2) = \frac{1}{Q^2}$$

$$\Rightarrow \xi^4 - \xi^2 + \frac{1}{4.Q^2} = 0 \Rightarrow \xi = \sqrt{\frac{1 \pm \sqrt{1 - \frac{1}{Q^2}}}{2}}$$

$$\Rightarrow \xi \approx 0,95 \text{ ou } \xi \approx 0,3$$

$$20. \log K = 7 \text{ dB} \Rightarrow K = 10^{7/20} \approx 2,24$$

$$\omega_0 = 5 \text{ rad/s} \Rightarrow a_2 = \frac{1}{\omega_0^2} = 0,04 \text{ s}^2$$

$$20. \log Q = 4,5 \text{ dB} \Rightarrow Q = 10^{4,5/20} = 1,67$$

$$\frac{1}{2.\xi.\sqrt{1-\xi^2}} = Q \Rightarrow 4.\xi^2(1-\xi^2) = \frac{1}{Q^2}$$

$$\Rightarrow \xi^4 - \xi^2 + \frac{1}{4.Q^2} = 0 \Rightarrow \xi = \sqrt{\frac{1 \pm \sqrt{1 - \frac{1}{Q^2}}}{2}}$$

$$\Rightarrow \xi \approx 0,95 \text{ ou } \xi \approx 0,3$$

Or il y a un résonance sur le diagramme de Bode, donc $\xi < \frac{1}{\sqrt{2}}$, donc $\xi \approx 0,3$. Finalement,

$$a_1 = \frac{2.\xi}{\omega_0} \approx 0,12 \text{ s.}$$



Q - 27: Déterminer la fonction de transfert global du système $H(p) = \theta(p)/\theta_c(p)$ en fonction de K , K_C , a_1 et a_2 .

Q - 27: Déterminer la fonction de transfert global du système $H(p) = \theta(p)/\theta_c(p)$ en fonction de K , K_C , a_1 et a_2 .

$$H(p) = \frac{\frac{K_C \cdot K}{p \cdot (1 + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2)}}{1 + \frac{K_C \cdot K}{p \cdot (1 + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2)}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{K_C \cdot K} \cdot (p + a_1 \cdot p^2 + a_2 \cdot p^3)}$$

Q - 28: Déterminer l'erreur statique $Er = \lim_{t \rightarrow \infty} (\theta_c(t) - \theta(t))$ en réponse à un échelon indicielle de consigne $\theta_c(t) = \theta_0.u(t)$ avec $\theta_0 = 1^\circ$. Conclure par rapport aux exigences du cahier des charges.

Q - 28: Déterminer l'erreur statique $Er = \lim_{t \rightarrow \infty} (\theta_c(t) - \theta(t))$ en réponse à un échelon indicielle de consigne $\theta_c(t) = \theta_0 \cdot u(t)$ avec $\theta_0 = 1^\circ$. Conclure par rapport aux exigences du cahier des charges.

$$Er = \lim_{t \rightarrow \infty} (\theta_c(t) - \theta(t))$$

Q - 28: Déterminer l'erreur statique $Er = \lim_{t \rightarrow \infty} (\theta_c(t) - \theta(t))$ en réponse à un échelon indicielle de consigne $\theta_c(t) = \theta_0.u(t)$ avec $\theta_0 = 1^\circ$. Conclure par rapport aux exigences du cahier des charges.

$$Er = \lim_{t \rightarrow \infty} (\theta_c(t) - \theta(t)) = \lim_{p \rightarrow 0} p. (\Theta_c(p) - \Theta(p))$$

Q - 28: Déterminer l'erreur statique $Er = \lim_{t \rightarrow \infty} (\theta_c(t) - \theta(t))$ en réponse à un échelon indicielle de consigne $\theta_c(t) = \theta_0.u(t)$ avec $\theta_0 = 1^\circ$. Conclure par rapport aux exigences du cahier des charges.

$$Er = \lim_{t \rightarrow \infty} (\theta_c(t) - \theta(t)) = \lim_{p \rightarrow 0} p. (\Theta_c(p) - \Theta(p)) = \lim_{p \rightarrow 0} p. (1 - H(p)). \Theta_c(p)$$

Q - 28: Déterminer l'erreur statique $Er = \lim_{t \rightarrow \infty} (\theta_c(t) - \theta(t))$ en réponse à un échelon indicelle de consigne $\theta_c(t) = \theta_0 \cdot u(t)$ avec $\theta_0 = 1^\circ$. Conclure par rapport aux exigences du cahier des charges.

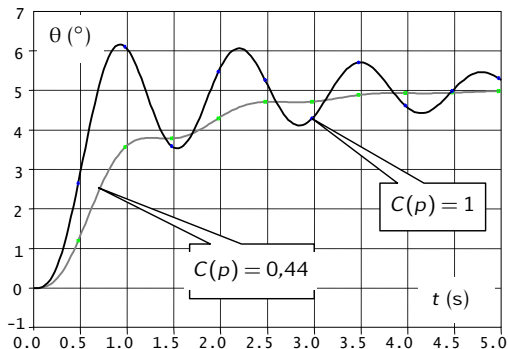
$$\begin{aligned}
 Er &= \lim_{t \rightarrow \infty} (\theta_c(t) - \theta(t)) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot (\Theta_c(p) - \Theta(p)) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot (1 - H(p)) \cdot \Theta_c(p) \\
 &= \lim_{p \rightarrow 0} \cancel{p} \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{K_C \cdot K} \cdot (p + a_1 \cdot p^2 + a_2 \cdot p^3)} \right) \cdot \frac{\theta_0}{\cancel{p}}
 \end{aligned}$$

Q - 28: Déterminer l'erreur statique $Er = \lim_{t \rightarrow \infty} (\theta_c(t) - \theta(t))$ en réponse à un échelon indicelle de consigne $\theta_c(t) = \theta_0.u(t)$ avec $\theta_0 = 1^\circ$. Conclure par rapport aux exigences du cahier des charges.

$$\begin{aligned}
 Er &= \lim_{t \rightarrow \infty} (\theta_c(t) - \theta(t)) = \lim_{p \rightarrow 0} p. (\Theta_c(p) - \Theta(p)) = \lim_{p \rightarrow 0} p. (1 - H(p)). \Theta_c(p) \\
 &= \lim_{p \rightarrow 0} \cancel{p} \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{K_C \cdot K} \cdot (p + a_1 \cdot p^2 + a_2 \cdot p^3)} \right) \cdot \frac{\theta_0}{\cancel{p}} = 1 - 1 = 0^\circ
 \end{aligned}$$

L'exigence de précision du cahier des charges est satisfaite.

La Fig. 22 donne la réponse de l'asservissement à un échelon de consigne de 5° pour des valeurs de K_C de 1 et de 0,44.



Q - 29: L'exigence en termes de temps de réponse à 5% est-elle respectée ?

Q - 29: *L'exigence en termes de temps de réponse à 5% est-elle respectée ?*

- Pour $K_C = 1$: $T_{5\%} > 4$ s l'exigence de rapidité n'est pas satisfaite.
- Pour $K_C = 0,44$: $T_{5\%} = 3$ s l'exigence de rapidité est satisfaite.

L'examen des différentes réponses indicielle pour différentes valeurs de K_C fait apparaître la persistance d'un phénomène oscillatoire dont l'origine se trouve dans le caractère résonnant du vérin. Pour éliminer le phénomène de résonance, on choisit un correcteur à retard de phase :

$$C(p) = K_C \cdot \frac{1 + T \cdot p}{1 + b \cdot T \cdot p} \quad \text{avec } b > 1$$

L'examen des différentes réponses indicielle pour différentes valeurs de K_C fait apparaître la persistance d'un phénomène oscillatoire dont l'origine se trouve dans le caractère résonnant du vérin. Pour éliminer le phénomène de résonance, on choisit un correcteur à retard de phase :

$$C(p) = K_C \cdot \frac{1 + T \cdot p}{1 + b \cdot T \cdot p} \quad \text{avec } b > 1$$

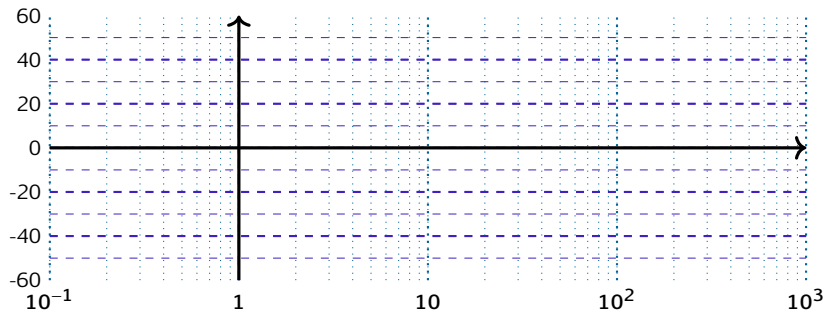
Q - 30: Tracer sur le document réponse Fig. 28 l'allure du diagramme de Bode de ce correcteur pour $K_C = 1$, $T = 0,1 \text{ s}$ et $b = 10$.

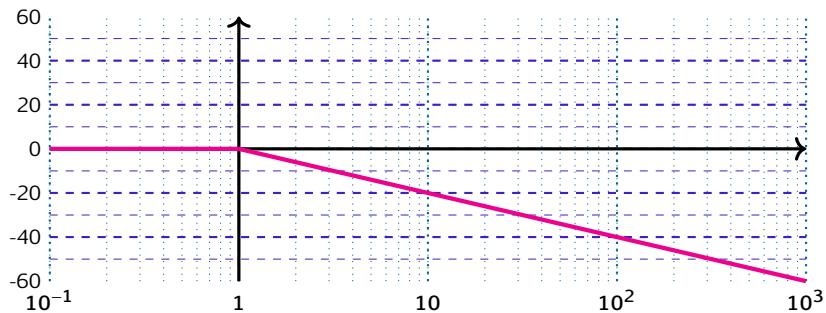
L'examen des différentes réponses indicielle pour différentes valeurs de K_C fait apparaître la persistance d'un phénomène oscillatoire dont l'origine se trouve dans le caractère résonnant du vérin. Pour éliminer le phénomène de résonance, on choisit un correcteur à retard de phase :

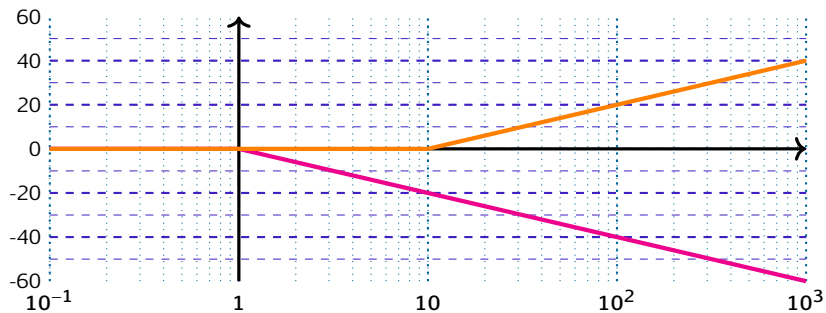
$$C(p) = K_C \cdot \frac{1 + T \cdot p}{1 + b \cdot T \cdot p} \quad \text{avec } b > 1$$

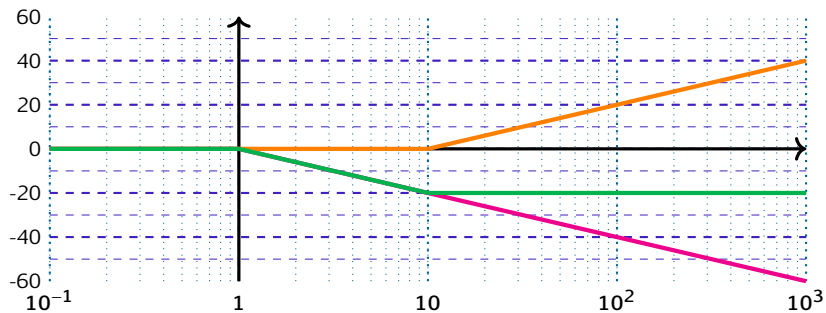
Q - 30: Tracer sur le document réponse Fig. 28 l'allure du diagramme de Bode de ce correcteur pour $K_C = 1$, $T = 0,1$ s et $b = 10$.

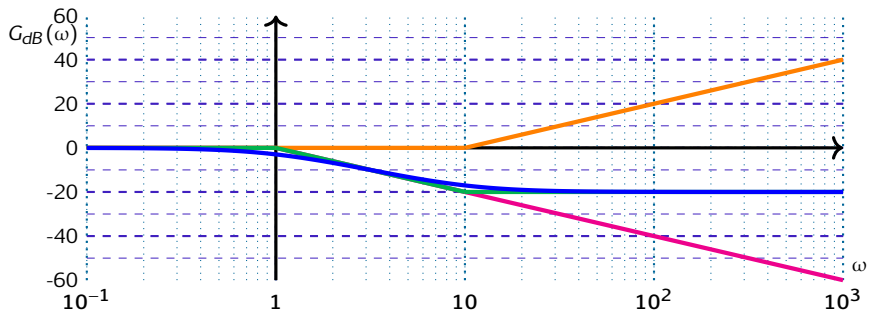
$$C(p) = K_C \cdot \frac{1 + T \cdot p}{1 + b \cdot T \cdot p} = \frac{1 + 0,1 \cdot p}{1 + p}$$

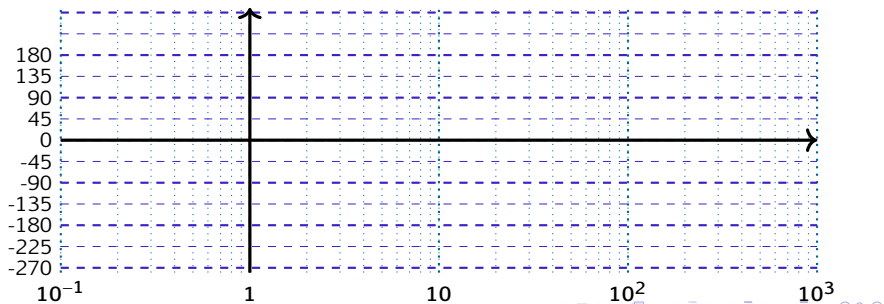
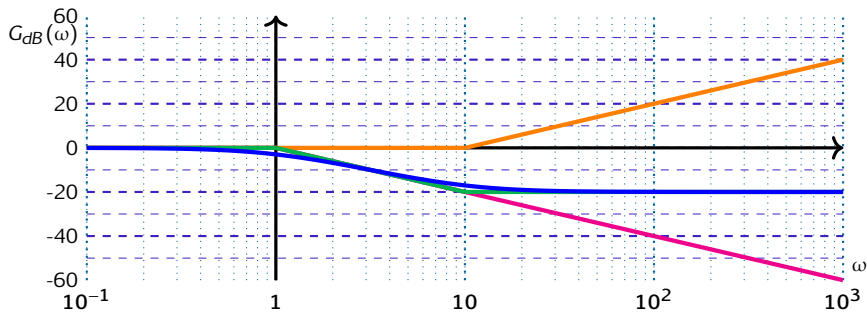


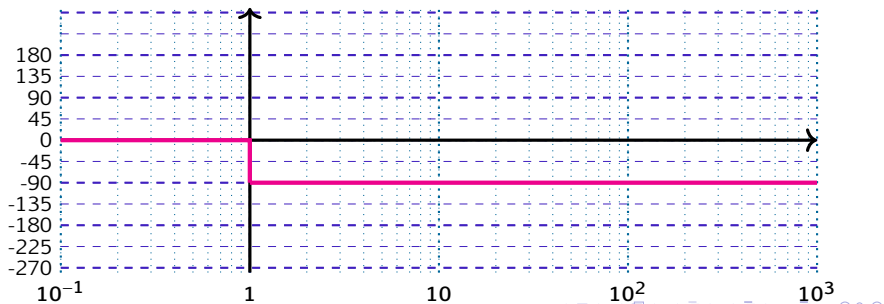
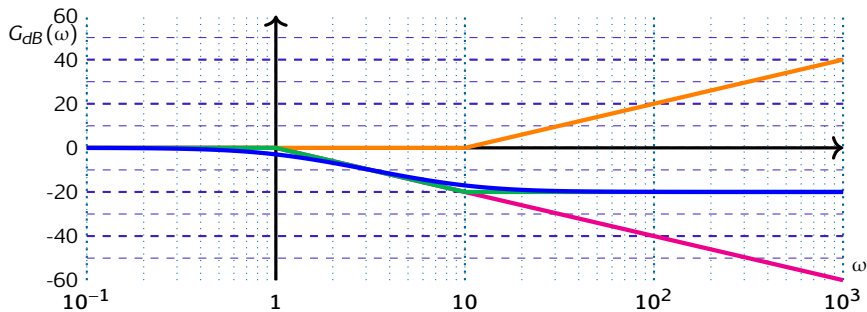


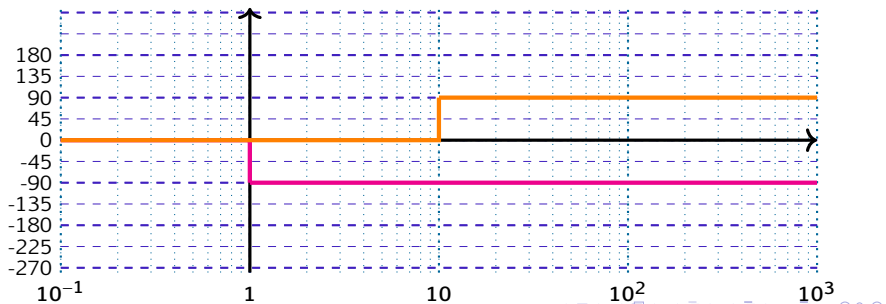
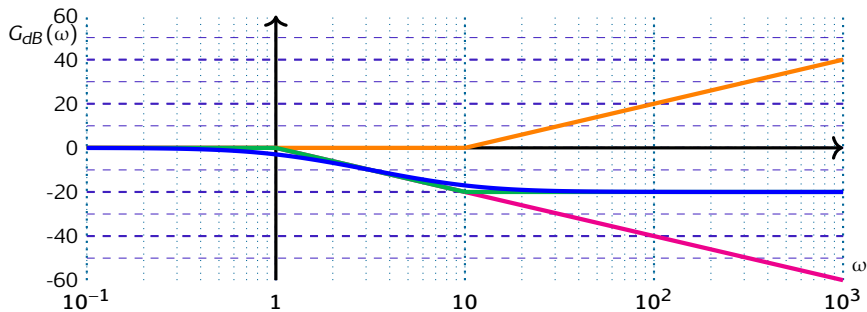


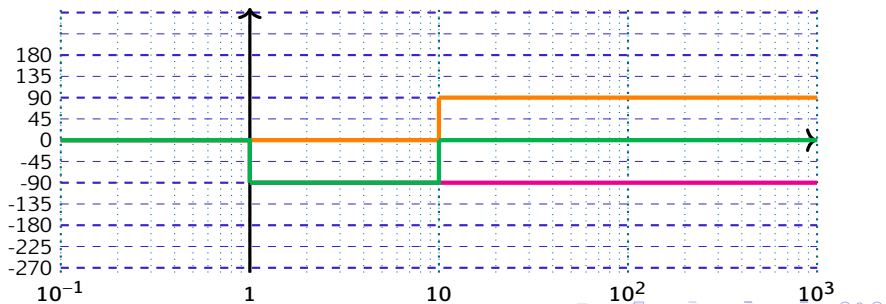
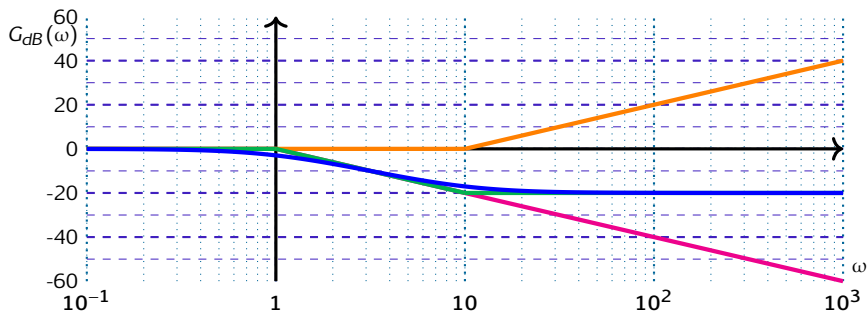


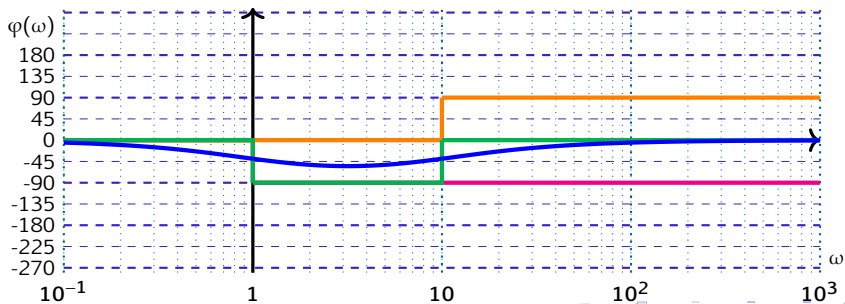
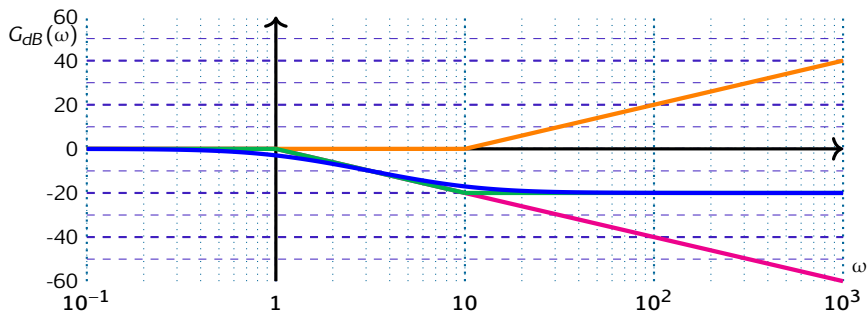


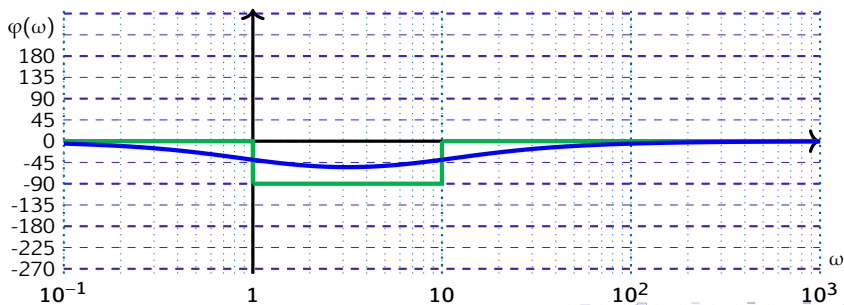
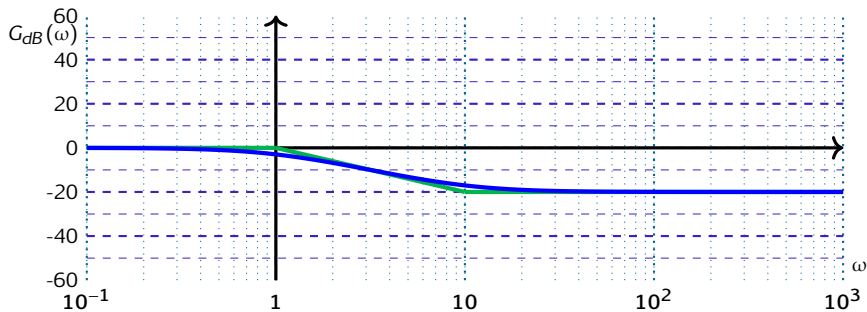




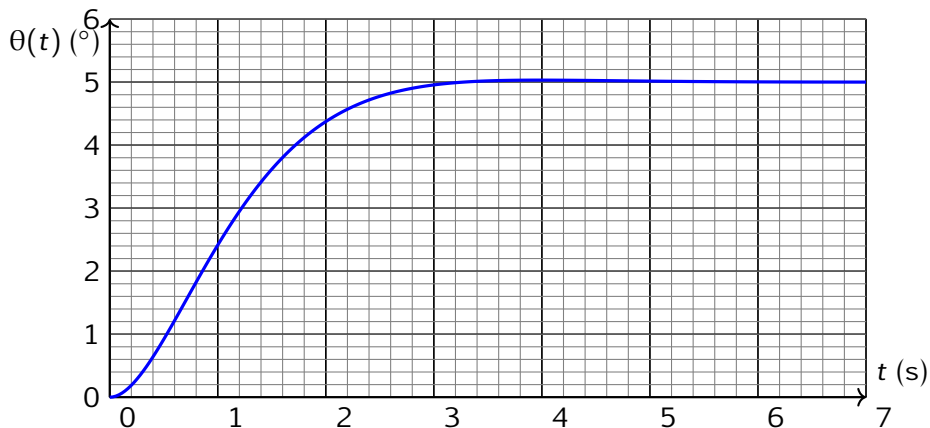








Une étude plus fine a permis de définir les valeurs numériques de K_C , T et b . La Fig. 23 donne la réponse du système corrigé à un échelon de consigne de 5° .



Q - 31: *Vérifier si toutes les exigences sont respectées.*

Q - 31: *Vérifier si toutes les exigences sont respectées.*

Q - 31: *Vérifier si toutes les exigences sont respectées.*

- Erreur statique nulle.

Q - 31: *Vérifier si toutes les exigences sont respectées.*

- Erreur statique nulle.
- Pas de dépassement.

Q - 31: *Vérifier si toutes les exigences sont respectées.*

- Erreur statique nulle.
- Pas de dépassement.
- Temps de réponse à 5% inférieur à 4 s.

Q - 31: *Vérifier si toutes les exigences sont respectées.*

- Erreur statique nulle.
- Pas de dépassement.
- Temps de réponse à 5% inférieur à 4 s.
- Vitesse maximale d'environ $4^\circ/\text{s}$ ce qui est inférieur à $8^\circ/\text{s}$.

Q - 31: *Vérifier si toutes les exigences sont respectées.*

- Erreur statique nulle.
- Pas de dépassement.
- Temps de réponse à 5% inférieur à 4 s.
- Vitesse maximale d'environ $4^\circ/\text{s}$ ce qui est inférieur à $8^\circ/\text{s}$.

Toutes les exigences sont respectées.